УДК 519.254

РАСПОЗНАВАНИЕ ЗАВИСИМОСТЕЙ ВО ВРЕМЕННЫХ РЯДАХ НА ОСНОВЕ СТРУКТУРНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ

А. Н. Тырсин[1], С. М. Серебрянский[2]

[1] *Научно-инженерный центр «Надёжность и ресурс больших систем и машин» УрО РАН, 620049, г. Екатеринбург, ул. Студенческая, 54а*

[2] *Троицкий филиал Челябинского государственного университета, 457100, г. Троицк Челябинской обл., ул. Разина, 9*

E-mail: at2001@yandex.ru

tf_chelgu@mail.ru

Описан метод распознавания зависимостей, в котором каждой модели сопоставляется линейная или нелинейная структурная разностная схема. Включение в структурные модели нелинейных разностных схем позволяет существенно расширить множество распознаваемых зависимостей. Метод даёт возможность выбрать искомую модель среди заданного множества зависимостей. Выбирают ту модель, для которой расстояние между вектором оценок коэффициентов авторегрессии и соответствующей областью допустимых значений коэффициентов структурной разностной схемы минимально. Проведена апробация метода с помощью статистического моделирования методом Монте-Карло.

Ключевые слова: распознавание, функциональная зависимость, структурная модель, разностная схема, авторегрессия, временной ряд.

Введение. В задачах диагностики, контроля качества и профилактики брака системы требуется своевременно обнаружить зарождение неисправности. Когда система работоспособна, значения параметров модели остаются стабильными и соответствуют области значений нормальной эксплуатации, а момент появления дефекта в системе, как правило, соответствует изменению типа модели. Идентификация типа модели является одной из актуальных и наименее формализованных проблем анализа процессов в различных областях. Известно несколько методов распознавания типа модели.

При решении различных задач, в частности при прогнозировании, широко используют представление нестационарных процессов в виде ограниченного набора трендовых моделей. Обычно исследуемый процесс представляет собой ряд равномерно дискретизированных значений показателя $y_k = y(t_k) = y(k\Delta)$, где Δ — интервал дискретизации. Анализируемый процесс называют временны́м рядом.

При идентификации зависимостей обычно используют структурно-детерминированные (экстраполяционные) и стохастические (авторегрессионные) модели временны́х рядов [1, 2]. Однако при применении структурно-детерминированных моделей не учитывается взаимосвязь членов временно́го ряда и затруднён выбор лучшей модели, а стохастические модели разработаны в основном для стационарных и стационарных в конечных разностях временны́х рядов.

Одним из эффективных методов моделирования временны́х рядов является одновременное использование структурно-детерминированных и стохастических моделей в виде линейных разностных схем (РС) [3–5], учёт случайной компоненты в которых приводит к моделям авторегрессии (АР) или авторегрессии—скользящего среднего.

В [4] предложен метод распознавания зависимостей. Он применяется для линейных и линеаризованных (в результате замены переменной) разностных схем. Идея метода состоит в том, чтобы отобразить функциональное пространство в векторное, базисом которого являются коэффициенты линейной РС, причём, как показано в [6], данное отображение непрерывно. В результате появляется возможность сравнивать между собой различные функциональные модели временны́х рядов.

Линейная РС порядка m имеет вид

$$y_k = \sum_{i=1}^{m} a_i y_{k-i}, \tag{1}$$

где $a_1, a_2, \ldots, a_m$ — параметры модели; y_k — значение показателя в k-й момент времени.

В работе [7] предложено деление моделей на контурные и структурные. К контурным отнесены все математические модели, которые могут быть выражены в виде некоторой функциональной зависимости от любого числа аргументов, не зависящих от свойств самой функции. Структурными считаются модели, объединяющие по определённому правилу две или более контурных модели. Разностная схема (1) относится к классу структурных моделей, поскольку она объединяет в себе множество контурных моделей в виде дискретизированных функциональных зависимостей.

Учтём наличие случайной компоненты и несоответствие РС реальному временно́му ряду при переходе от РС к АР-модели:

$$y_k = \sum_{i=1}^{m} a_i y_{k-i} + \varepsilon_k, \tag{2}$$

где ε_k — случайный процесс, характеризующий ошибку (несоответствие) между фактическими данными и моделью (1).

Затем выполняется проверка степени близости оценок коэффициентов авторегрессии к областям допустимых значений (ОДЗ) коэффициентов РС для каждой из рассматриваемого множества моделей [4]. Как отмечено в [8, с. 51–63], метод показал свою эффективность при распознавании зависимостей. Основным недостатком метода является возможность его применения лишь к ограниченному классу функциональных зависимостей, для которых можно построить линейные РС.

Поэтому задача предлагаемой работы — расширение области применения данного метода на нелинейные РС.

Методика решения. Рассмотрим подход, позволяющий значительно расширить исходное множество функциональных зависимостей. Он состоит в том, что с помощью различных функциональных преобразований исходная дискретная контурная модель $y_k = f(k\Delta; \mathbf{b})$ ($\mathbf{b}$ — вектор параметров модели) сводится к структурной модели в форме РС:

$$v_k = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i F_i(k\Delta, v_{k-1}, v_{k-2}, \ldots, v_{k-l}; \mathbf{c}), \tag{3}$$

где $v_k = g(y_k, y_{k-1}, \ldots, y_{k-l})$, $F_i(k\Delta, v_{k-1}, v_{k-2}, \ldots, v_{k-l}; \mathbf{c})$ — некоторые в общем случае нелинейные функции; $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \ldots, c_L)$ — вектор параметров модели; $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ — коэффициенты РС.

Опишем методику построения структурных РС на примерах.

Пример 1. Пусть дана функциональная зависимость $y_k = A + B\ln(Ct_k)$, $C > 0$, $k = 1, 2, \ldots$. Выполним преобразования:

$$y_k = A + B\ln(Ct_k) = A + B\ln(Ck\Delta) = A + B\ln(C\Delta) + B\ln k,$$

$$y_k - y_{k-1} = B\ln\frac{k}{k-1}, \quad y_{k-1} - y_{k-2} = B\ln\frac{k-1}{k-2}, \quad \frac{y_k - y_{k-1}}{y_{k-1} - y_{k-2}} = \ln\frac{k}{k-1}\Big/\ln\frac{k-1}{k-2}.$$

Отсюда

$$y_k \ln\frac{k-1}{k-2} = y_{k-1}\Big(\ln\frac{k-1}{k-2} + \ln\frac{k}{k-1}\Big) - y_{k-2}\ln\frac{k}{k-1} = y_{k-1}\ln\frac{k}{k-2} - y_{k-2}\ln\frac{k}{k-1}.$$

Следовательно, РС имеет вид

$$y_k = a_1 b_k y_{k-1} + a_2 c_k y_{k-2}, \tag{4}$$

где $a_1 = 1$; $a_2 = -1$; $b_k = \ln\dfrac{k}{k-2}\Big/\ln\dfrac{k-1}{k-2}$; $c_k = \ln\dfrac{k}{k-1}\Big/\ln\dfrac{k-1}{k-2}$.

П р и м е р 2. Пусть дана кривая Гомперца $y_k = A\exp\{-B\mathrm{e}^{-\alpha t_k}\}$, $k = 1, 2, \ldots$. Выполним преобразования:

$$y_k = A\exp\{-B\mathrm{e}^{-\alpha t_k}\} = A\exp\{-B\mathrm{e}^{-\alpha k\Delta}\}, \qquad \ln y_k = \ln A - B\mathrm{e}^{-\alpha k\Delta},$$

$$\nabla \ln y_k = \ln y_k - \ln y_{k-1} = -b\mathrm{e}^{-\alpha k\Delta} + b\mathrm{e}^{-\alpha k\Delta}\cdot \mathrm{e}^{\alpha\Delta} = b(\mathrm{e}^{\alpha\Delta} - 1)\mathrm{e}^{-\alpha k\Delta},$$

$$\nabla \ln y_k = \mathrm{e}^{-\alpha\Delta}\cdot \nabla \ln y_{k-1}.$$

Отсюда

$$\frac{\nabla \ln y_k}{\nabla \ln y_{k-1}} = \frac{\nabla \ln y_{k-2}}{\nabla \ln y_{k-1}}, \quad \nabla \ln y_k = \frac{(\nabla \ln y_{k-1})^2}{\nabla \ln y_{k-2}}, \quad \ln y_k = \ln y_{k-1} + \frac{(\ln y_{k-1} - \ln y_{k-2})^2}{\ln y_{k-2} - \ln y_{k-3}}.$$

Значит, РС представим в виде

$$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2\frac{(v_{k-1} - v_{k-2})^2}{v_{k-2} - v_{k-3}}, \tag{5}$$

где $v_k = \ln y_k$; $a_1 = 1$; $a_2 = 1$.

Используя методику, рассмотренную в примерах 1 и 2, построим для выборки $y_k = f(k\Delta;\, \mathbf{b}) + \varepsilon_k$, $n_0 \le k \le n_1$, АР-модель вида

$$v_k = \sum_{i=1}^{p} a_i F_i(k\Delta, v_{k-1}, v_{k-2}, \ldots, v_{k-l};\, \mathbf{c}) + \varepsilon_k, \tag{6}$$

где $a_1, a_2, \ldots, a_p$ — коэффициенты модели авторегрессии АР порядка (p); ε_k — случайный процесс, характеризующий ошибку (несоответствие) между фактическими данными и рядом (1).

При построении возможны замены переменных, которые подбираются таким образом, чтобы минимизировать количество и размеры ОДЗ коэффициентов модели (3). Оценки АР-коэффициентов (6) находят как

$$\widehat{a}_1, \ldots, \widehat{a}_m = \arg\min_{a_i \in R}\Big[\sum_k \Big(v_k - \sum_{i=1}^{p} a_i F_i(k\Delta, v_{k-1}, v_{k-2}, \ldots, v_{k-l};\, \mathbf{c})\Big)^2\Big].$$

Наилучшей моделью признаем ту, для которой расстояние от расчётной точки (вычисленные значения коэффициентов $\widehat{a}_1, \ldots, \widehat{a}_m$) до ОДЗ коэффициентов соответствующей

РС будет минимальным. Таким образом, минимальное расстояние от параметров модели авторегрессии до множества допустимых значений идентифицирует тренд.

При построении РС (3) необходимо руководствоваться следующими принципами.

1. Порядок m структурных РС должен быть достаточно мал. Как правило, $m \leq 3$.

2. Желательно, чтобы число параметров L в (3) было минимальным. Наилучшим вариантом является их отсутствие ($L = 0$), например в (4) и (5) параметров нет. Отсутствие параметров в (3) приводит к непараметрическому виду структурной модели.

3. Необходимо убедиться в том, что каждая структурная РС описывает только одну зависимость из рассматриваемого множества.

4. Все функциональные преобразования при построении РС (3) должны обладать свойством непрерывности. Это необходимо для обеспечения возможности распознавания наилучшей модели среди заданного множества.

Таким образом, описанный подход позволяет существенно расширить множество распознаваемых зависимостей за счёт включения в структурные модели нелинейных РС. Зависимостей, имеющих нелинейные структурные РС, достаточно много. Для определённости добавим к введённому в [4] множеству зависимостей, имеющих линейные структурные РС, несколько моделей с нелинейными РС. Результаты приведены в табл. 1. Из таблицы видно, что между коэффициентами РС существует взаимосвязь, обусловленная видом трендовой модели. Это делает возможным использование АР-модели (6) для решения задачи идентификации трендов. Наилучшая модель распознаётся по минимальному расстоянию от расчётной точки (вычисленные значения коэффициентов авторегрессии) до соответствующей ОДЗ. Тем самым минимальное расстояние и идентифицирует тренд.

Экспериментальная часть. Воспользуемся методом статистических испытаний [9].

Пример 3. Проведём численный эксперимент. Смоделируем выборку

$$y_k = A\exp\{-B\mathrm{e}^{-\alpha t_k}\} + \varepsilon_k = A\exp\{-B\mathrm{e}^{-\alpha\Delta k}\} + \varepsilon_k, \quad n_0 \leq k \leq n_1,$$

где ε_k — случайные ошибки, имеющие нормальное распределение $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$; $A = 5$; $B = 3$, $\alpha = 0{,}1$; $\sigma_\varepsilon = 0{,}02$; $\Delta = 1$; $n_0 = 5$; $n_1 = 14$; число повторений эксперимента зададим 500.

Рассмотрим поочерёдно фактическую модель Гомперца $f(t) = A\exp\{-B\mathrm{e}^{-\alpha t}\}$ и все альтернативные модели из табл. 1. Построим АР-модели и найдём средние расстояния до ОДЗ для всех указанных в табл. 1 моделей. Результаты приведены в табл. 2, из которой видно, что расстояние до ОДЗ в случае модели Гомперца $y_k = A\exp\{-B\mathrm{e}^{-\alpha t_k}\}$ существенно меньше, чем для остальных моделей.

С учётом теорем 1, 2 из [6] и непрерывности замены переменных можно утверждать, что меньшее расстояние до ОДЗ вектора оценок коэффициентов АР-моделей (6) служит критерием выбора наилучшей зависимости среди множества заданных. Поэтому в примере 3, безусловно, лучшей является фактическая модель $f(t) = A\exp\{-B\mathrm{e}^{-\alpha t}\}$.

Пример 4. Проведём теперь ещё один эксперимент. Поочерёдно сгенерируем все зависимости из табл. 1. Зададим константы: $A = 5$, $B = 3$, $C = 4$, $\alpha = 0{,}1$, $\Delta = 1$, $n_0 = 5$, $n_1 = 14$, $\omega = 2\pi$, $\varphi = \pi/2$. Аналогично примеру 3 выполним те же действия для распознавания зависимостей. При этом процедуру распознавания применим по очереди к каждой из рассматриваемых моделей. Эксперименты проведём с различными σ_ε, число повторений каждого эксперимента зададим 500. Будем находить частоту выбора фактической модели в качестве истинной. Результаты идентификации некоторых моделей приведены в табл. 3.

Анализируя полученные результаты, можно сказать, что метод для исследуемых моделей показал хорошие результаты. Фактическая модель для достаточно малых значений σ_ε в большинстве случаев распознаётся правильно.

Отметим, что в примерах 3, 4 рассматривался весьма критичный случай аддитивного белого шума, поскольку оценки коэффициентов авторегрессии $\widehat{a}_1, \ldots, \widehat{a}_m$ являются смещёнными и асимптотически стремятся к нулю [10]. Поэтому ухудшение результатов при

Таблица 1

Связь между функциональными зависимостями и структурными разностными схемами

№ модели	Зависимость	Структурная РС
1	$y_k = \dfrac{1}{A + Bt_k^{n+1}/(n+1)}$	$v_k = a_1 b_k^{(1)} v_{k-1} + a_2 c_k^{(1)} v_{k-2}$, $a_1 = 1$, $a_2 = -1$, $v_k = 1/y_k$, $b_k^{(1)} = \dfrac{(\Delta k)^{n+1} - (\Delta(k-2))^{n+1}}{(\Delta(k-1))^{n+1} - (\Delta(k-2))^{n+1}}$, $c_k^{(1)} = \dfrac{(\Delta k)^{n+1} - (\Delta(k-1))^{n+1}}{(\Delta(k-1))^{n+1} - (\Delta(k-2))^{n+1}}$
2	$y_k = \dfrac{1}{A + B\sin(\omega t_k + \varphi)}$	$v_k = a_1 \dfrac{v_{k-1}(v_{k-1} + v_{k-3})}{v_{k-2}} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 1$, $a_2 = -1$, $v_k = 1/y_k$
3	$y_k = A + B\ln(Ct_k)$	$y_k = a_1 b_k^{(3)} y_{k-1} + a_2 c_k^{(3)} y_{k-2}$, $a_1 = 1$, $a_2 = -1$, $C > 0$, $b_k^{(3)} = \ln\dfrac{k}{k-2} \Big/ \ln\dfrac{k-1}{k-2}$, $c_k^{(3)} = \ln\dfrac{k}{k-1} \Big/ \ln\dfrac{k-1}{k-2}$
4	$y_k = \dfrac{At_k^2 + Bt_k}{t_k^2 + C}$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = 2\Delta \dfrac{y_k[(k-1)(2k-2)y_{k-2} - (k-2)(2k-1)y_{k-1}]}{(k-1)(k-2)y_k - 2k(k-2)y_{k-1} + k(k-1)y_{k-2}}$
5	$y_k = A\exp\{-B\mathrm{e}^{-\alpha t_k}\}$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 \dfrac{(v_{k-1} - v_{k-2})^2}{v_{k-2} - v_{k-3}}$, $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $v_k = \ln y_k$
6	$y_k = A + B\mathrm{e}^{\alpha t_k}$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = \ln[r(y_k - y_{k-1})]$, $r = \mathrm{sign}(B\alpha)$
7	$y_k = A\mathrm{e}^{\alpha t_k}$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = \ln y_k$, $A > 0$
8	$y_k = \dfrac{At_k + B}{t_k + C}$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = 2\Delta \dfrac{y_k(y_{k-2} - y_{k-1})}{y_k - 2y_{k-1} + y_{k-2}}$
9	$y_k = At_k\mathrm{e}^{Bt_k}$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = \ln\dfrac{y_k}{t_k}$, $A > 0$
10	$y_k = \dfrac{At_k^2 + Bt_k}{t_k + C}$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = 2\dfrac{y_k[(k-1)y_{k-2} - (k-2)y_{k-1}]}{(k-1)(k-2)y_k - 2k(k-2)y_{k-1} + k(k-1)y_{k-2}}$
11	$y_k = 1/(A + B\mathrm{e}^{\alpha t_k})$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = \ln(r/y_k - r/y_{k-1})$, $r = \mathrm{sign}(B\alpha)$
12	$y_k = A + Bt_k$	$y_k = a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$
13	$y_k = A + Bt_k + Ct_k^2$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = y_k - y_{k-1}$
14	$y_k = A + B/t_k + C/t_k^2$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = y_k t_k^2 - y_{k-1} t_{k-1}^2$
15	$y_k = A + B/t_k$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = y_k t_k$
16	$y_k = 1/(A + Bt_k)$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = 1/y_k$
17	$y_k = t_k/(A + Bt_k)$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = t_k/y_k$
18	$y_k = \mathrm{e}^{A + B/t_k}$	$v_k = a_1 v_{k-1} + a_2 v_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = t_k \ln y_k$
19	$y_k = \ln(A + Bt_k)$	$y_k = a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2}$, $a_1 = 2$, $a_2 = -1$, $v_k = \mathrm{e}^{y_k}$
20	$y_k = 1/[A + B\ln(Ct_k)]$	$v_k = a_1 b_k^{(3)} v_{k-1} + a_2 c_k^{(3)} v_{k-2}$, $a_1 = 1$, $a_2 = -1$, $v_k = 1/y_k$, $C > 0$

Таблица 2

Результаты распознавания модели Гомперца

№ модели	Расстояние до ОДЗ	№ модели	Расстояние до ОДЗ
1	0,70	11	0,22
2	2,42	12	0,19
3	1,58	13	0,13
4	0,80	14	0,70
5	0,01	15	0,65
6	0,33	16	0,68
7	2,35	17	0,56
8	0,48	18	0,75
9	2,33	19	0,42
10	0,13	20	0,59

Таблица 3

Частоты выбора фактической модели в качестве истинной, %

σ_ε	Модель 5	Модель 6	Модель 10	Модель 12	Модель 13	Модель 18
0	100	100	100	100	100	100
0,01	100	100	100	100	100	100
0,02	100	100	100	100	100	100
0,03	100	98,4	100	100	100	100
0,05	83,6	57,4	100	100	100	100
0,07	42,2	23,2	100	100	100	100
0,1	12	5,2	100	93,8	100	100
0,2	—	—	90,6	35,6	100	100
0,3	—	—	55	12,6	100	99,4
0,4	—	—	29	4,2	100	86,6
0,5	—	—	16	1,2	100	64,2
0,7	—	—	2,6	—	99,8	37
0,8	—	—	—	—	95,6	28
1	—	—	—	—	83	14,2
1,2	—	—	—	—	64,2	8,6
1,5	—	—	—	—	40	3,2
2,0	—	—	—	—	13,8	0,8

увеличении дисперсии аддитивного белого шума вызвано как эффектом случайности, так и смещением оценок коэффициентов $\widehat{a}_1, \ldots, \widehat{a}_m$. На практике случайные погрешности возникают по разным причинам. В частности, меняться могут параметры модели, это уже не приводит к смещению оценок $\widehat{a}_1, \ldots, \widehat{a}_m$. Здесь следует ожидать более высокой достоверности распознавания зависимостей по структурным РС.

Заключение. Рассмотрен метод распознавания зависимостей на основе структурных РС. При этом к линейным добавлены нелинейные РС, что позволило существенно расширить границы применимости метода распознавания зависимостей. Метод позволяет выбрать среди заданного множества зависимостей искомую модель на основе минимума расстояния между векторами оценок коэффициентов авторегрессии и ОДЗ коэффициентов соответствующих структурных РС из исследуемого множества моделей.

Множество рассматриваемых зависимостей формируют из приемлемых для конкретной задачи моделей. В основном структурные РС не содержат параметров, что делает метод распознавания непараметрическим. Если в РС присутствуют параметры, то их требуется предварительно оценить по имеющейся выборке данных.

Примеры реализации метода на тестовых данных показали его работоспособность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Чураков Е. П.** Математические методы обработки экспериментальных данных в экономике. М.: Финансы и статистика, 2004. 240 с.
2. **Бокс Дж., Дженкинс Г.** Анализ временных рядов. Прогноз и управление: Пер. с англ. М.: Мир, 1974. Вып. 1. 408 с.
3. **Семенычев В. К.** Идентификация экономической динамики на основе моделей авторегрессии. Самара: АНО «Изд-во СНЦ РАН», 2004. 243 с.
4. **Тырсин А. Н.** Идентификация зависимостей на основе моделей авторегрессии // Автометрия. 2005. **41**, № 1. С. 43–49.
5. **Зотеев В. Е.** Параметрическая идентификация диссипативных механических систем на основе разностных уравнений /Под ред. В. П. Радченко. М.: Машиностроение, 2009. 344 с.
6. **Тырсин А. Н.** Модель авторегрессии как отображение функциональной зависимости временного ряда // Системы управления и информационные технологии. 2005. № 1(18). С. 27–29.
7. **Заездный А. М., Плоткин Е. И., Черкасский Ю. А.** Основы разделения и измерения сигналов по структурным свойствам. Л.: ЛЭИС, 1971. 124 с.
8. **Букреев В. Г., Колесникова С. И., Янковская А. Е.** Выявление закономерностей во временных рядах в задачах распознавания состояний динамических объектов. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010. 254 с.
9. **Лемешко Б. Ю., Горбунова А. А., Лемешко С. Б., Рогожников А. П.** О решении проблем применения некоторых непараметрических критериев согласия // Автометрия. 2014. **50**, № 1. С. 26–43.
10. **Тырсин А. Н.** Построение моделей авторегрессии временных рядов при наличии помех // Математическое моделирование. 2005. **17**, № 5. С. 10–16.

Поступила в редакцию 12 декабря 2013 г.