

УЧЕТ ПОТЕРЬ ТЕПЛА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ПЕРЕМЕШАННОЙ СМЕСИ

А. Н. Липатников, И. П. Назаров, В. Н. Простов
(Долгопрудный)

Один из перспективных подходов к моделированию турбулентного горения предварительно перемешанной топливно-воздушной смеси состоит в модификации метода предварительно заданной функции плотности вероятности (ФПВ), которая предложена в [1]. В настоящее время область применения данного подхода ограничена; в частности, он разработан только для адиабатических течений. В настоящей работе предлагается метод учета влияния потерь тепла на процесс горения в рамках данной модификации.

В [1] предполагается, что в адиабатических условиях горение описывается единственной переменной Y , через которую выражаются концентрации всех компонентов, температура и плотность. В качестве Y выбран продукт химической реакции, и считается, что совместная ФПВ для Y и скорости u имеет вид

$$P(\vec{u}, Y, \vec{r}) = \alpha(\vec{r}) P_0(\vec{u}_0) \delta(Y) + \beta(\vec{r}) P_\infty(\vec{u}_\infty) \delta(Y - Y_\infty) + \gamma(\vec{r}) P_\gamma(\vec{u}, Y).$$

Здесь $\alpha(\vec{r})$, $\beta(\vec{r})$ и $\gamma(\vec{r})$ — коэффициенты; $\delta(Y)$ и $\delta(Y - Y_\infty)$ — дельта-функции; $P_\gamma(\vec{u}, Y)$ — неизвестная функция; $P_0(\vec{u}_0)$ и $P_\infty(\vec{u}_\infty)$ — ФПВ для скорости в свежей смеси и в термодинамически равновесных продуктах сгорания; Y_∞ — значение Y в равновесных продуктах сгорания.

Считаем, что в неадиабатических условиях процесс горения описывается двумя переменными: энтальпией h и концентрацией Y , а совместная ФПВ имеет вид

$$P(\vec{u}, h, Y, \vec{r}) = \alpha(\vec{r}) P_0(\vec{u}_0, h_0) \delta(Y) + \beta(\vec{r}) P_\infty(\vec{u}_\infty, h_\infty) \delta(Y - Y_\infty) + \gamma(\vec{r}) P_\gamma(\vec{u}, h, Y), \quad (1)$$

где h_0 — начальная энтальпия смеси; Y_∞ уже зависит от h_∞ . Связь Y_∞ и h_∞ предполагается известной из расчетов термодинамически равновесного состава.

Изменения Y , h и пульсаций концентрации в случае равенства чисел Шмидта и Прандтля единице и малого по сравнению с единицей числа Маха описываются уравнениями

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho \tilde{u}_k \tilde{Y}}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho D \frac{\partial Y}{\partial x_k}} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{\rho u_k'' Y''} + \bar{w}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho Y''^2 \tilde{u}_k}) = 2 \left[\overline{Y'' \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\rho D \frac{\partial Y}{\partial x_k} \right)} \right] - 2 \overline{\rho u_k'' Y'' \frac{\partial Y}{\partial x_k}} - \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho u_k'' Y''^2}) + 2 \overline{Y'' w}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho \tilde{u}_k \tilde{h}}) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial h}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho u_k'' h''}) + q, \quad (4)$$

где D и μ — коэффициенты молекулярной диффузии и вязкости; ρ — плотность; \bar{w} — источниковый член, обусловленный химическими реакциями; \bar{a} — среднее значение величины a ; \bar{a} — среднее по Фавру; $a'' = a - \bar{a}$; \bar{q} — член, описывающий потери тепла. Предполагаем, что \bar{q} известно, корреляционные моменты, требующие замыкания, могут быть выражены через средние величины с помощью подходящей модели турбулентности, а \tilde{u}_k могут быть найдены из осредненных уравнений Навье — Стокса. Задача сводится к замыканию источниковых членов \bar{w} и $\overline{Y'' w}$.

Дальнейшее рассмотрение с целью замыкания источниковых членов проводится по аналогии с [1]. Исследуется случай $\gamma(\vec{r}) \ll 1$. Физически это условие означает, что свежая смесь отделяется от продуктов сгорания бесконечно тонкой зоной реакции. Используя (1), можно получить следующие соотношения:

$$\overline{\rho \tilde{Y}} = \beta(\vec{r}) \overline{\rho_\infty \tilde{Y}_\infty} + 0(\gamma), \quad (5)$$

$$\overline{\rho Y''^2} = \overline{\rho \tilde{Y}} (\overline{\tilde{Y}_\infty} - \overline{\tilde{Y}}) + \beta(\vec{r}) \overline{\rho_\infty Y''^2} + 0(\gamma), \quad (6)$$

$$\overline{Y'' w} = (c_m \overline{\tilde{Y}_\infty} - \overline{\tilde{Y}}) \overline{w}, \quad (7)$$

$$\overline{\rho \tilde{u}_k} = \alpha(\vec{r}) \overline{\rho_0 \tilde{u}_{k0}} + \beta(\vec{r}) \overline{\rho_\infty \tilde{u}_{k\infty}} + 0(\gamma), \quad (8)$$

$$\overline{\rho u_k'' Y''} = \frac{\overline{\rho \tilde{Y}}}{\overline{\rho_\infty \tilde{Y}_\infty}} (\overline{\rho_\infty u_{k\infty} Y''_\infty} - \overline{\rho_\infty \tilde{u}_k \tilde{Y}_\infty}) + 0(\gamma), \quad (9)$$

$$\overline{\rho u_k'' Y''^2} = \overline{\rho u_k'' Y''} (\overline{\tilde{Y}_\infty} - 2\overline{\tilde{Y}}) + \beta(\vec{r}) \overline{\rho_\infty u_{k\infty} Y''_\infty Y''_\infty} - \beta(\vec{r}) \overline{\tilde{u}_k \rho_\infty Y''_\infty Y''_\infty} + 0(\gamma), \quad (10)$$

где

$$c_{r1} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{Y_\infty} \frac{Y}{\tilde{Y}_\infty} w(Y) P_\gamma(\vec{u}, h, Y) d\vec{u} dh dY \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{Y_\infty} w(Y) P_\gamma \times \\ \times (\vec{u}, h, Y) d\vec{u} dh dY.$$

$0(\gamma)$ означает члены первого порядка малости по γ ; $\overline{\rho_0}$ и \tilde{u}_{k0} — плотность и компонента скорости u_k , условно осредненные по свежей смеси; $\overline{\rho_\infty}$, $\tilde{u}_{k\infty}$, \tilde{Y}_∞ — плотность, компонента скорости и концентрации, условно осредненные в данной точке по продуктам сгорания; Y''_∞ — пульсации концентрации в продуктах сгорания.

В случае $\gamma(\vec{r}) \ll 1$ в зоне горения пульсации температуры, плотности, концентраций близки к разности значений соответствующих величин в исходной смеси и в равновесных продуктах сгорания. В термодинамически равновесных продуктах сгорания также существуют пульсации температуры и концентраций, так как отвод тепла через границы рассматриваемой области приводит к неоднородности распределения характеристик продуктов сгорания. В данной работе в качестве первого приближения далее не учитываются пульсации характеристик продуктов сгорания, связанные с потерями тепла, т. е. считается, что в любой фиксированной точке, в которой в данный момент находятся равновесные продукты сгорания, мгновенные значения плотности, температуры и концентраций не отличаются от тех же величин, условно осредненных по продуктам сгорания в данной точке. Сформулированное предположение необходимо только для замыкания источникового члена \overline{w} , но не используется при рассмотрении уравнений переноса Y и h . В частности, в (4) входит член, зависящий от пульсаций энтальпии.

Подставляя (6) и (7) в (3), получаем

$$(\overline{\tilde{Y}_\infty} - 2\overline{\tilde{Y}}) \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho \tilde{u}_k \tilde{Y}}) = 2 \left[\overline{Y''} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho D \frac{\partial Y}{\partial x_k}} \right) \right] - \overline{2\rho u_k Y''} \frac{\partial \tilde{Y}_\infty}{\partial x_k} - \\ - \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho u_k'' Y''^2}) + 2(c_m \overline{\tilde{Y}_\infty} - \overline{\tilde{Y}}) \overline{w} - \overline{\rho \tilde{u}_k \tilde{Y}} \frac{\partial \tilde{Y}_\infty}{\partial x_k}. \quad (11)$$

Домножая (2) на $(\overline{\tilde{Y}_\infty} - 2\overline{\tilde{Y}})$, вычитая полученное уравнение из (11) и учитывая (8) — (10), находим

$$(2c_m - 1) \overline{\tilde{Y}_\infty} \overline{w} = (\overline{\tilde{Y}_\infty} - 2\overline{\tilde{Y}}) \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho D \frac{\partial Y}{\partial x_k}} \right) - 2 \left[\overline{Y''} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho D \frac{\partial Y}{\partial x_k}} \right) \right] + \overline{\rho u_k Y''} \frac{\partial \tilde{Y}_\infty}{\partial x_k}.$$

При больших числах Рейнольдса последнее уравнение принимает вид

$$\bar{w} = \frac{1}{2c_m - 1} \frac{1}{\bar{Y}_\infty} \left[\bar{\chi} + \overline{\rho u_h Y} \frac{\partial \tilde{Y}_\infty}{\partial x_h} \right], \quad (12)$$

где $\bar{\chi} = \overline{\rho u_h \frac{\partial Y}{\partial x_h} \frac{\partial Y''}{\partial x_h}}$ — скалярная диссипация. Выражение (12) представляет собой замыкание источникового члена при наличии потерь тепла и является конечной целью проведенного рассмотрения.

Таким образом, учет потерь тепла в рамках модели Брея — Мосса — Либби приводит к тому, что, во-первых, необходимо решать дополнительное уравнение для \tilde{h} и учитывать зависимость $Y_\infty(h_\infty)$ и, во-вторых, в замыкании для \bar{w} по сравнению с адиабатическим случаем [1] появляется дополнительный член $\overline{\rho u_h Y} \frac{\partial \tilde{Y}_\infty}{\partial x_h}$. Данное слагаемое описывает изменение Y в равновесных продуктах сгорания, связанное с теплоотводом. При этом предполагается, что состав продуктов мгновенно подстраивается под изменения энтальпии, т. е. условия термодинамического равновесия не нарушаются. Появление члена $\overline{\rho u_h Y} \frac{\partial \tilde{Y}_\infty}{\partial x_h}$ в (12) не означает, что изменение состояния равновесных продуктов сгорания влияет на среднюю скорость химических превращений. Уравнение (12) показывает, что отвод тепла изменяет связь средней скорости химических реакций и средних характеристик продуктов сгорания. Теплоотвод от продуктов сгорания влияет на $\bar{\rho}$, \tilde{Y} , \tilde{h} , а скорость химических реакций при этом остается постоянной за счет появления дополнительного члена. Естественно, тепло отводится и от зоны реакции, но при условии $\gamma(\vec{r}) \ll 1$ этот эффект несуществен.

Если принять для скалярной диссипации замыкание [2]

$$\bar{\chi} = C \tilde{k}^{1/2} \overline{\rho Y'^2} / l_c,$$

где C — константа; \tilde{k} — кинетическая энергия турбулентности, осредненная по Фавру; l_c — линейный масштаб пульсаций концентрации, то с учетом (6) и (9) отношение двух членов в (12) принимает вид

$$\frac{\overline{\rho u_h Y} \frac{\partial \tilde{Y}_\infty}{\partial x_h}}{\bar{\chi}} = \frac{\tilde{u}_h}{\tilde{k}^{1/2}} \frac{l_c}{l_h} \frac{\tilde{Y}_\infty}{\tilde{Y}_\infty - \tilde{Y}}$$

(l_h — характерный размер изменения энтальпии). Обычно $l_h \gg l_c$ и влияние дополнительного члена в (12) пренебрежимо мало, но он становится важен, если $\tilde{Y} \simeq \tilde{Y}_\infty$, т. е. в той части потока, где большую часть времени находятся продукты сгорания.

Решение уравнений (2), (4), (12) позволяет определить \tilde{Y} и \tilde{h} . При расчетах горения многокомпонентных систем важно знать средние концентрации различных веществ, температуру и плотность. Из (1) и (5) для любой характеристики газа A можно получить

$$A = (1 - \tilde{Y}/\tilde{Y}_\infty) A_0 + \tilde{Y}/\tilde{Y}_\infty \cdot A_\infty + O(\gamma), \quad (13)$$

где A_0 и A_∞ — значения A в свежей смеси и в продуктах сгорания соответственно. Следует отметить, что расчет A_∞ необходимо проводить при h_∞ , отличающемся от \tilde{h} . Действительно, применяя (13) для $A = h$, находим

$$h_\infty = \tilde{Y}_\infty/\tilde{Y} \cdot (h - h_0) + h_0. \quad (14)$$

Соотношение (14), вообще говоря, нелинейно, так как $\tilde{Y}_\infty = \tilde{Y}_\infty(h_\infty)$. При численном решении задачи для учета нелинейности можно использовать итерационные методы, например, при заданном $h_\infty(\vec{r})$ рассчитать

$Y_\infty(\vec{r})$ и средние значения характеристик газа по соотношению (13), решить уравнения (2), (12) и, наконец, решив уравнения (4) и (14), найти \bar{h} и h_∞ . Затем повторить описанную процедуру несколько раз, пока не будет удовлетворен выбранный критерий сходимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брей К. Н.— В кн.: Турбулентные течения реагирующих газов/Под ред. П. Либби, Ф. Вильямса.— М.: Мир, 1983.
2. Spalding D. V. Chem. Eng. Sci., 1971, 26, 1, 96.

Поступила в редакцию 18/VII 1986

ДИФФУЗИОННЫЙ ФАКЕЛ РАСПЫЛЕННОГО КЕРОСИНА В СПУТНОМ СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

С. И. Барановский, М. Н. Михайлов

(Москва)

Применение пневматического распыления топлива в камерах сгорания воздушно-реактивных двигателей позволяет существенно увеличить полноту сгорания, уменьшить сажеобразование и выброс токсичных веществ. Для проектирования камер сгорания и других горелочных устройств необходима математическая модель факела распыленного пневматической форсункой жидкого топлива, отсутствующая сегодня. Это связано в первую очередь с проблемой математического описания турбулентной двухфазной реагирующей струи, развивающейся в сложном поле течения, где роль «двухфазных эффектов», по-видимому, наиболее важна.

Немногочисленные экспериментальные исследования затопленного факела горения жидкого топлива, полученного с помощью пневматических форсунок, обнаружили ряд особенностей, позволяющих существенно облегчить математическое описание процесса. Так, в работах [1, 2] показано, что факел хорошо распыленного керосина развивается по законам диффузионного горения, весьма близким к таковым для газообразного топлива, и что при скоростях распыленного газа, превышающих $150 \div 200$ м/с, размер капель мал, поэтому определяющим фактором становится массовая концентрация топлива в форсунке. Такой режим течения определен в [3] как «квазиравновесная среднedisперсная двухфазная струя».

В настоящей работе предлагается дальнейшее развитие этой модели для описания процесса горения такой струи в спутном сверхзвуковом потоке, т. е. модель диффузионного факела распыленного азотом керосина в высокотемпературном воздушном потоке. При разработке модели сделаны общепринятые допущения: течение считается установившимся; используется приближение пограничного слоя в квазиламинарной постановке (отсутствие пульсаций концентраций). Используются исходные допущения работы [3], относящиеся к описанию эффектов двухфазности: осредненное движение фаз равновесно; в пульсационном движении справедлива гипотеза Г. Н. Абрамовича; фазовые переходы, коагуляция и дробление отсутствуют; капли сферические и монодисперсные; объемная концентрация жидкой фазы ничтожно мала.

Система уравнений сохранения, использованная в [3], дополнена уравнением энергии и источниковым членом в уравнении диффузии

$$\frac{\partial \rho u y^j}{\partial x} + \frac{\partial \rho v y^j}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{y^j} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{эфф} y^j \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (2)$$