не окажет через граничные условия для возмущений практически никакого влияния и устойчивость будет полностью определяться распределением скорости и параметров состояния в пограничном слое.

Поступила 7 II 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. **Dunn D. W., Lin C. C.** On the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid.— «J. Aeronaut. Sci.», 1955, vol. 22, N 7.
2. **Blottner F. G.** Chemical nonequilibrium boundary layer.— «AIAA J.», 1964, vol. 2, N 2.
3. **Петров Г. В.** Устойчивость пограничного слоя газа с химическими реакциями на каталитической поверхности.— ФГВ, 1974, т. 10, № 6.
4. **Mack L. M.** Linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition.— «AIAA J.», 1975, vol. 13, N 3.
5. **Северинов Л. И.** Расчет сверхзвуковой части возмущенной области у затупленного тела при сверхзвуковом неравновесном обтекании.— ЖВММФ, 1968, т. 8, № 3.

УДК 519.46:533.6

ИНВАРИАНТНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ ГАЗА

Б. В. Лапко

(Новосибирск)

Система уравнений, описывающая нестационарное трехмерное движение политропного газа, имеет вид

$$(1)\qquad D\mathbf{u} + (1/\rho)\nabla p = 0,\ D\rho + \rho\,\mathrm{div}\,\mathbf{u} = 0,\ Dp + \gamma p\,\mathrm{div}\,\mathbf{u} = 0,$$

где $\mathbf{u}$ — вектор скорости с компонентами u, v, w; p — давление; ρ — плотность; γ — показатель адиабаты; $D = \partial/\partial t + \mathbf{u}\cdot\nabla$ — оператор полной производной.

В работе [1] найдена основная группа Ли преобразований, допускаемая этой системой. Базисные операторы алгебры Ли этой группы следующие:

$$X_1 = \partial/\partial t,\ X_2 = \partial/\partial x,\ X_3 = \partial/\partial y,\ X_4 = \partial/\partial z,$$
$$X_5 = t\partial/\partial t + x\partial/\partial x + y\partial/\partial y + z\partial/\partial z,$$
$$X_6 = t\partial/\partial x + \partial/\partial u,\ X_7 = t\partial/\partial y + \partial/\partial v,$$
$$X_8 = t\partial/\partial z + \partial/\partial w,\ X_9 = t\partial/\partial t - u\partial/\partial u - v\partial/\partial v -$$
$$- w\partial/\partial w + 2\rho\partial/\partial\rho,\ X_{10} = z\partial/\partial y - y\partial/\partial z + w\partial/\partial v -$$
$$- v\partial/\partial w,\ X_{11} = x\partial/\partial z - z\partial/\partial x + u\partial/\partial w - w\partial/\partial u,$$
$$X_{12} = y\partial/\partial x - x\partial/\partial y + v\partial/\partial u - u\partial/\partial v,$$
$$X_{13} = p\partial/\partial p + \rho\partial/\partial\rho.$$

Таблица 1

X_1	X_5	X_9			
	$X_2 \pm X_{10}$				$X_5+\alpha X_9$
	αX_5+X_{10}			$X_4 \pm X_7$	X_5-X_9
	αX_9+X_{10}	X_2+X_9		$X_2 \pm X_9$	αX_9+X_{10}
		$X_5+\beta X_9$		αX_5+X_9	βX_5+X_{10}
X_6	X_5-X_9	$X_2+\alpha X_4 \pm X_7$		X_3+X_9	$X_7+\alpha X_8$
		αX_2+X_3+ $+\beta X_4 \pm X_7$		X_5	X_9
	$X_2+\alpha X_3+$ $+\beta X_4 \pm X_7$	$\mu X_2+\delta X_3+$ $+\varepsilon X_4+X_8$	X_{10}	X_1+X_6	$2X_5-X_9$
	$X_3+\alpha X_4+X_7$	$\beta X_2+\nu X_3+$ $+\delta X_4+X_8$		X_5	X_9
$X_3 \pm X_6$	$\alpha X_2+\varepsilon X_3+$ $+\mu X_4+X_7$			X_7	X_8
X_6	X_7	X_8		X_{11}	X_{12}
		X_9			

Назовем эту группу G_{13}, а ее алгебру Ли — L_{13}. Оптимальные системы подгрупп группы G_{13} построены в работе [2]. В табл. 1 приведены базисные операторы оптимальных систем трехпараметрических подгрупп этой группы, не приведены базисные операторы тех подалгебр, в которые в качестве образующих входят операторы переноса по пространственным переменным, так как в дальнейшем такие подалгебры не рассматриваются (α, β, δ, ε, μ, ν — произвольные постоянные). При значении показателя адиабаты $\gamma = 5/3$ происходит расширение основной группы, и к этим операторам добавляется оператор

$$X_{14} = t^2\partial/\partial t + tx\partial/\partial x + ty\partial/\partial y + tz\partial/\partial z + (x - tu)\partial/\partial u + \\ + (y - tv)\partial/\partial v + (z - tw)\partial/\partial w - 5tp\partial/\partial p - 3t\rho\partial/\partial\rho.$$

Назовем эту расширенную группу G_{14}, а соответствующую алгебру Ли — L_{14}.

Алгебра L_{14} не является разрешимой. Она имеет ненулевой радикал, образуемый операторами X_2, X_3, X_4, X_6, X_7, X_8, X_{13}. В силу неразрешимости группы G_{14} не удается использовать алгоритм построения оптимальных подгрупп, изложенный в [3]. Тем не менее удается, используя оптимальные системы подгрупп группы G_{13}, перечисленные в [2], построить оптимальные системы подгрупп группы G_{14}. При этом используется следующее

Утверждение. Любая подалгебра L_m размерности $m \geqslant 2$ алгебры L_{14} или является подалгеброй алгебры L_{13}, или содержит подалгебру L_{m-1} размерности $m - 1$, являющуюся подалгеброй алгебры L_{13}.

Действительно, рассмотрим базисные операторы алгебры $L_m : Y_\alpha = a_\alpha^i X_i$, $\alpha = 1, 2, \ldots, m$ (по i суммирование от 1 до 14). Если a_α^{14} равны нулю при любом α, то $L_m \subset L_{13}$. Пусть для некоторых β $a_\beta^{14} \neq 0$. Можно, не уменьшая общности, считать, что $a_m^{14} = 1$. Заменим первые $m - 1$ операторы операторами $Y'_\beta = Y_\beta - a_\beta^{14} Y_m$ $(\beta = 1, 2, \ldots, m - 1)$. Тогда операторы $Y'_1, Y'_2, \ldots, Y'_{m-1}$ образуют подалгебру размерности $m - 1$ алгебры L_{13}.

Таблица 2

X_6	X_{10}	$X_5-X_9+X_{14}$
		X_2+X_{14}
	$\alpha X_5-\alpha X_9+X_{10}$	X_{14}
	X_2+X_{10}	
		X_2+X_{14}
	X_5-X_9	$X_{10}+X_{14}$
		X_{14}
	X_7	$X_5-X_9+X_{14}$
		X_2+X_{14}
		X_{14}
		$\alpha X_2+X_4+X_{14}$
X_5-X_9	X_{10}	αX_1+X_{14}
		X_{14}
X_3+X_6	X_7	$X_5-X_9+X_{14}$
		$\alpha X_2+\beta X_3+\delta X_4+X_{14}$

Следовательно, дополняя каждую из подалгебр размерности $m-1$ оптимальной системы алгебры L_{13} до подалгебры размерности m с базисными операторами вида $Y'_1, Y'_2, \ldots, Y'_{m-1}, Y_m(a^{14}_m=1)$, упрощая полученные операторы преобразованиями внутренних автоморфизмов группы G_{14}, а затем, исключая подобные подалгебры из множества построенных подалгебр и подалгебр размерности m алгебры L_{13}, получим оптимальную систему m-параметрических подгрупп (не вошедших в [2]) группы G_{14}.

Таким способом были построены оптимальные системы трехпараметрических подгрупп группы G_{14}. В табл. 2 приведены базисные операторы этих подгрупп, не приведены базисные операторы подгрупп, подобных подгруппам группы G_{13}, которые, как уже говорилось, перечислены в [2]; не приведены и те подалгебры, в которые в качестве образующих входят операторы переноса по пространственным переменным, так как инвариантные решения, построенные на соответствующих подгруппах, сводятся к решениям уравнений двумерной газовой динамики, рассмотренным в работах [3, 4]. Так же, как в [1, 3, 4], здесь исключается из рассмотрения оператор X_{13}, являющийся центром алгебры L_{14} (α, β, δ — произвольные постоянные).

Перейдем к отысканию некоторых инвариантных решений системы (1). Рассмотрим вначале случай произвольного показателя адиабаты. Будем строить решения на трехпараметрических подгруппах группы G_{13} (см. табл. 1). Заметим, что, рассматривая решения на подгруппах, содержащих преобразования с оператором X_{10}, удобно перейти в цилиндрическую систему координат

$$x,\ r=\sqrt{y^2+z^2},\ \varphi=\operatorname{arctg}(y/z),$$
$$v_r=v\sin\varphi+w\cos\varphi,\ v_\varphi=v\cos\varphi-w\sin\varphi.$$

Подгруппа 1: X_1+X_6, $2X_5-X_9$, X_{10}. Инвариантное решение имеет вид

$$u=r^{1/2}U(\lambda)+t,\ v_r=r^{1/2}V(\lambda),\ v_\varphi=r^{1/2}W(\lambda),$$
$$\rho=r^{-1}R(\lambda),\ p=P(\lambda),$$

где $\lambda=(t^2-2x)/r$.

Подставляя эти выражения в систему (1), получаем систему S/H

$$2UU'+V(\lambda U'-U/2)+2P'/R-1=0,$$
$$2UV'+V(\lambda V'-V/2)+W^2+(\lambda/R)P'=0,$$

$$2UW' + V[\lambda W' - (3/2)W] = 0,\ 2(UR)' + \lambda(VR)' - VR/2 = 0,$$
$$2UP' + \lambda VP' + \gamma P[2U' - (3/2)V + \lambda V'] = 0$$

(штрих здесь и в дальнейшем означает дифференцирование).

Положив $V = 0$, можно получить частное решение этой системы

$$U = 0,\ V = 0,\ W = [-\lambda/2]^{1/2},\ R = 2P'$$

($P(\lambda)$ — произвольная функция λ).

Соответствующее решение системы (1) записывается следующим образом:

$$u = t,\ v_r = 0,\ v_\varphi = \sqrt{x - t^2/2},$$
$$\rho = (2/r)P'((t^2 - 2x)/r),\ p = P((t^2 - 2x)/r), \tag{2}$$

где P — произвольная функция.

Подгруппа 2: X_1, $-\alpha X_9 + X_{10}$, $X_5 - \beta X_9$. Инвариантное решение имеет вид

$$u = r^\beta e^{\alpha\varphi}U(\lambda),\ v_r = r^\beta e^{\alpha\varphi}V(\lambda),\ v_\varphi = r^\beta e^{\alpha\varphi}W(\lambda),$$
$$\rho = r^{-2\beta}\ e^{-2\alpha\varphi}\ R(\lambda),\ p = P(\lambda),$$

где $\lambda = x/r$. Функции U, V, W, R, P удовлетворяют следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$U'(U - \lambda V) + U(\beta V + \alpha W) + P'/R = 0,$$
$$V'(U - \lambda V) + V(\beta V + \alpha W) - W^2 - \lambda P'/R = 0,$$
$$W'(U - \lambda V) + W[(\beta + 1)V + \alpha W] = 0,$$
$$(UR)' - \lambda(VR)' + R[(1 - \beta)V - \alpha W] = 0,$$
$$P'(U - \lambda V) + \gamma P[U' - \lambda V' + (\beta + 1)V + \alpha W] = 0.$$

Отметим упрощение, получающееся в случае $\beta = -2$, $\alpha = 0$. При этом последние два уравнения имеют интегралы:

$$(U - \lambda V)R = C_1,\ P = C_2(U - \lambda V)^{-\gamma},$$

где C_1, C_2 — произвольные постоянные.

В случае $\beta = -2$, $W = 0$ третье уравнение удовлетворяется тождественно, а последние два имеют те же интегралы.

Подгруппа 3: X_1, $X_2 - X_9$, $-\alpha X_9 + X_{10}$. Инвариантное решение имеет вид

$$u = e^{\alpha\varphi + x}\ U(\lambda),\ v_r = e^{\alpha\varphi + x}V(\lambda),\ v_\varphi = e^{\alpha\varphi + x}\ W(\lambda),$$
$$\rho = e^{-2(\alpha\varphi + x)}\ R(\lambda),\ p = P(\lambda),\ \lambda = r.$$

Подставив эти выражения в систему (1), получаем уравнения

$$U'V + U[U + (\alpha/\lambda)W] = 0,$$
$$V'V + V[U + (\alpha/\lambda)W] - (1/\lambda)W^2 + P'/R = 0,$$
$$W'V + W[U + (\alpha/\lambda)W + (1/\lambda)V] = 0,$$
$$(VR)' - R[U + (\alpha/\lambda)W - (1/\lambda)V] = 0,$$
$$VP + \gamma P[U + (\alpha/\lambda)W + (1/\lambda)V + V'] = 0.$$

Полагая $V = 0$, можно получить следующее решение системы (1):

$$u = -e^{\alpha\varphi+x}\,(\alpha/r^{1/2})(P'/R)^{1/2},\ v_r = 0,$$
$$v_\varphi = e^{\alpha\varphi+x}\,(rP'/R)^{1/2},\ \rho = e^{-2(\alpha\varphi+x)}\,R(r),\ p = P(r), \tag{3}$$

где R, P — произвольные функции.

Подгруппа 4: X_6, $\alpha X_5 + X_9$, $\beta X_5 + X_{10}$. Инвариантное решение имеет вид

$$u = (1/t)(rU(\lambda) + x),\ v_r = (r/t)V(\lambda),\ v_\varphi = (r/t)W(\lambda),$$
$$\rho = (t^2/r^2)R(\lambda),\ p = P(\lambda),\ \lambda = r^{\alpha+1}t^{-\alpha}\,e^{-\beta\varphi}.$$

Система S/H следующая:

$$\lambda U'[(\alpha+1)V - \alpha - \beta W] + UV = 0,$$
$$\lambda V'[(\alpha+1)V - \alpha - \beta W] + V(V-1) - W^2 + (\alpha+1)\lambda P'/R = 0,$$
$$\lambda W'[(\alpha+1)V - \alpha - \beta W] + W(2V-1) - \beta\lambda P'/R = 0,$$
$$3R - \alpha\lambda R' + (\alpha+1)\lambda(VR)' - \beta\lambda(WR)' = 0,$$
$$\lambda P'[(\alpha+1)V - \alpha - \beta W] + \gamma P[1 + 2V + (\alpha+1)\lambda V' - \beta\lambda W'] = 0.$$

Полагая $\alpha = -1$, $\beta = 0$, $W = 0$, получаем точное решение системы (1)

$$u = (r/t)C_1/(C_2 + t) + x/t,\ v_r = r/(C_2 + t),$$
$$v_\varphi = 0,\ \rho = C_3/tr^2,\ p = C_4/t^\gamma(t + C_2)^{2\gamma},$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 — произвольные постоянные.

Подгруппа 5: X_6, X_7, $X_3 + X_9$ (не содержит преобразований с оператором X_{10}). Вид инвариантного решения следующий:

$$u = [U(\lambda) + x]/t,\ v = [V(\lambda) + y - \ln t]/t,$$
$$w = W(\lambda)/t,\ \rho = t^2R(\lambda),\ p = P(\lambda),\ \lambda = z.$$

После подстановки в систему (1) получаются уравнения

$$WU' = 0,\ WV' = 1,\ -W + WW' + P'/R = 0,$$
$$4R + (WR)' = 0,\ WP' + \gamma P(2 + W') = 0.$$

Из первого уравнения следует, что либо $W = 0$, либо $U' = 0$. Учитывая второе уравнение, выбираем $U = C_1$ (C_1 — постоянная), $W \neq 0$. Полагая $W = A\lambda$ (A — постоянная), получаем следующее частное решение системы (1):

$$u = (x + C_1)/t,\ v = y/t + (\ln z)/At - (\ln t)/t,$$
$$w = Az/t,\ \rho = C_2t^2z^{-2(2+\gamma)/(2-\gamma)},\ p = C_3z^{3\gamma/(\gamma-2)},$$

где

$$A = (4 - 2\gamma)/(\gamma + 1);\ C_3 = 2C_2(1-\gamma)(2-\gamma)^2/\gamma(1+\gamma)^2;$$

C_1, C_2 — произвольные постоянные.

Отметим, что систему S/H, построенную на подгруппе $\langle X_6, X_7, X_8\rangle$, удается полностью проинтегрировать.

Решение системы (1) при этом имеет вид

$$u = (x + A_1)/t,\ v = (y + A_2)/t,\ w = (z + A_3)/t,\quad \rho = A_4 t^{-3},\ p = A_5 t^{-3\gamma} \tag{4}$$

($A_1 \ldots A_5$ — произвольные постоянные).

Делая перенос по пространственным переменным, можно привести это решение к более простому виду

$$u = x/t,\ v = y/t,\ w = z/t,\ \rho = C_1 t^{-3},\ p = C_2 t^{-3\gamma},$$

где C_1, C_2 — произвольные постоянные. Видно, что полученное решение является автомодельным.

Перейдем теперь к случаю, когда показатель адиабаты $\gamma = 5/3$. Будем строить решения на некоторых из подгрупп, перечисленных в табл. 2.

Подгруппа 6: X_6, $\alpha X_5 - \alpha X_9 + X_{10}$, X_{14}.
Инвариантное решение имеет вид

$$u = [rU(\lambda)/t + x]/t,\ v_r = [rV(\lambda)/t + r]/t,$$
$$v_\varphi = rW(\lambda)/t^2,\ \rho = R(\lambda)/r^2 t,\ p = P(\lambda)/t^5,$$

$\lambda = \ln (r/t) - \alpha\varphi$.

Запишем систему S/H для этого решения

$$U'(V - \alpha W) + UV = 0,\ V'(V + \alpha W) + V^2 + W^2 + P'/R = 0,$$
$$W'(V - \alpha W) + 2VW - \alpha P'/R = 0,\ (VR)' = \alpha(WR)',$$
$$P'(V - 2W) + (5/3)P(2V + V' - \alpha W') = 0.$$

Положив $\alpha = 0$, $V = 0$, получим, что $W^2 = P'/R$, а это дает следующее частное решение системы (1):

$$u = U(r/t)/t + x/t,\ v_r = r/t,\quad v_\varphi = (rP'/tR)^{1/2} r/t^2,\ \rho = R(r/t)/r^2 t,\ p = P(r/t)t^{-5}, \tag{5}$$

где U, R, P — произвольные функции.

Подгруппа 7: $X_5 - X_9$, X_{10}, $X_1 + X_{14}$.
Инвариантное решение имеет вид

$$u = x[U(\lambda) + t]/(1 + t^2),\ v_r = r[V(\lambda) + t]/(1 + t^2),$$
$$v_\varphi = xW(\lambda)/(1 + t^2),\ \rho = x^{-2}(1 + t^2)^{-1/2}R(\lambda),$$
$$p = P(\lambda)(1 + t^2)^{-5/2},\ \lambda = x/r,$$

а система S/H следующая:

$$\lambda U'(U - V) + U^2 + (\lambda/R)P' + 1 = 0,$$
$$\lambda V'(U - V) + V^2 + \lambda^2 W^2 - \lambda^3 P'/R + 1 = 0,$$
$$\lambda W'(U - V) + W(U + V) = 0,$$
$$(UR)' - (VR)' + R(2V - U)/\lambda = 0,$$
$$\lambda P'(U - V) + (5/3)P(U + \lambda U' + 2V - \lambda V') = 0.$$

Одним из частных решений этой системы будет набор функций: $U = V = 0$, $W^2 = 1 + 1/\lambda^2$, $R = -\lambda P'$. Решение системы (1) при этом имеет вид

$$u = xt/(1 + t^2),\ v_r = rt/(1 + t^2),$$
$$v_\varphi = \pm(\sqrt{r^2 + x^2})/(1 + t^2),\ \rho = -P'(x/r)/xr\sqrt{1 + t^2}, \tag{6}$$
$$p = (1 + t^2)^{-5/2}P(x/r)$$

(P — произвольная функция).

Рассмотрим случай, когда систему S/H удается полностью проинтегрировать. Такую возможность предоставляет подгруппа $\langle X_6, X_7, X_2 + X_{14}\rangle$. Инвариантное решение на этой подгруппе имеет вид

$$u = [U(\lambda) + x + 1/t]/t,\ v = [V(\lambda) + y]/t,$$
$$w = [W(\lambda) + z]/t,\ \rho = R(\lambda)t^{-3},\ p = P(\lambda)t^{-5},\ \lambda = z/t.$$

Решив систему S/H и с помощью переноса по пространственным переменным избавившись от некоторых постоянных интегрирования, получаем инвариантное решение

$$u = C_1z/t^2 + x/t,\ v = y/t,\ w = z/t,\ \rho = C_2t^{-3},\ p = C_3t^{-5},$$

где C_1, C_2, C_3 — произвольные постоянные.

Полностью интегрируется система S/H и для подгруппы $\langle X_6, X_7, X_{14}\rangle$. Решение системы (1) при этом получается следующим:

$$u = (C_1 + x)/t,\ v = (C_2 + y)/t,\ w = (C_3 + z)/t,\ \rho = C_4t^{-3},\ p = C_5t^{-5}$$

(это решение получается из (4)).

Рассмотрим подробнее те из полученных решений системы (1), в которые входят произвольные функции. Для таких решений будем отыскивать контактные характеристики, задаваемые уравнением вида

$$x = f_1(r, \varphi) + l_1(t),\ r = f_2(\varphi) + l_2(t),\ \varphi = l_3(t). \tag{7}$$

Рассмотрение именно контактных характеристик объясняется тем, что через них удобно производить сопряжение полученных решений с другими решениями или заменять их непроницаемыми поверхностями. Для решения (2) контактными характеристиками являются следующие поверхности: $x = f(r) + t^2/2$, $r = C$ (f — произвольная функция, C — произвольная постоянная). Относительно системы координат, движущейся вдоль оси x с постоянным ускорением, равным 1, течение газа, описываемое этим решением, будет стационарным. Следует отметить, что поверхности $x = C_1r + t^2/2$, являющиеся контактными характеристиками,— в то же время изобарические поверхности.

Рассмотрим решение (3), описывающее стационарное движение газа. Здесь контактные характеристики будут задаваться уравнениями $x = -\alpha\varphi + f(r)$, $r = C$ (f — произвольная функция, C — произвольная постоянная). Давление в этом случае постоянно на цилиндрических поверхностях $r = C$. Используя поверхности, задаваемые уравнениями $x = \alpha\varphi$, $r = C_1$, $r = C_2$, можно построить тело в виде винтообразной трубы с прямоугольным поперечным сечением. Полученное решение дает распределение параметров потока газа при течении внутри такой трубы.

Контактные характеристики для решения (5) задаются формулой $r = Ct$ (C — произвольная постоянная). Если в решении положить $U = C_1$, то можно выписать выражение для другого семейства характеристик: $x = C_2r + C_3t - C_1$ (C_1, C_2, C_3 — произвольные постоянные). Если выбрать функцию P таким образом, что $P(A) = 0$ (A — постоянная), то рассматриваемое решение можно трактовать как решение задачи о разлете в пустоту цилиндрического объема газа с заданным начальным полем скоростей и с заданным начальным распределением плотности и давления. Граница этого объема движется по закону $r = At$.

Для решения (6) контактными характеристиками вида (7) будут поверхности, задаваемые уравнением $x = C_1 r + C_2\sqrt{1 + t^2}$ (C_1, C_2 — произвольные постоянные).

Автор выражает благодарность научному руководителю Н. Х. Ибрагимову за ценные советы и замечания и Л. В. Овсянникову за обсуждение результатов работы.

Поступила 4 II 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. **Овсянников Л. В.** Групповые свойства дифференциальных уравнений. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1962, с. 239.
2. **Лапко Б. В.** Построение оптимальных систем подгрупп группы Ли преобразований, допускаемых уравнениями газовой динамики.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 14. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1973, с. 122—129.
3. **Ибрагимов Н. Х.** Групповые свойства некоторых дифференциальных уравнений. Новосибирск, «Наука», 1967, с. 59.
4. **Ибрагимов Н. Х.** Классификация инвариантных решений уравнений двумерного нестационарного движения газа.— ПМТФ, 1966, № 4, с. 19—22.

УДК 536.45 : 533.6.011

О ВЛИЯНИИ ВЫДЕЛИВШЕЙСЯ ПРИ ВЗРЫВЕ МАССЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЫ

Л. П. Горбачев, В. Ф. Федоров

(Москва)

В [1] показано, что на закономерности распространения тепловой волны существенно влияет внутренняя ударная волна.

В данной работе методом, аналогичным [1], оценивается влияние выделившейся массы M_0 на распространение тепловой волны.

Пусть в начальный момент времени в бесконечно малом объеме V_0 мгновенно выделяются энергия E_0 и масса M_0, причем плотности выделившейся энергии и вещества во много раз больше плотности энергии и вещества окружающей среды. От места взрыва распространяется сферическая тепловая волна. Вследствие наличия перепада давлений на границе масса M_0 — окружающий воздух начинается движение газа. Внутри тепловой волны в идеальном газе, характеризуемом эффективными значениями показателя адиабаты $\gamma_э$ и газовой постоянной $A_э$, распространяется ударная волна.