

УДК 534.014

ДИССИПАЦИЯ ЭНЕРГИИ ПРИ ВИБРАЦИОННОМ ПЕРЕМЕЩЕНИИ В ЖИДКОСТИ

С. А. Герасимов

Ростовский государственный университет, 344090 Ростов-на-Дону

Представлены результаты расчета и приближенного описания мощности, затрачиваемой системой на вибрационное перемещение в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости. Показано, что затрачиваемая на виброперемещение мощность пропорциональна квадрату средней скорости, а коэффициент пропорциональности зависит только от коэффициентов сопротивления среды.

Введение. Средняя скорость так называемого вибрационного перемещения [1, 2] не является единственным параметром, характеризующим этот тип возбуждения движения. Известные в настоящее время результаты [3–5] имеют частный характер и не позволяют оценить, например, потерю энергии при вибрационном перемещении в среде с сопротивлением [6, 7]. В ряде случаев эта характеристика может оказаться даже более важной, чем средняя скорость вибрационного перемещения. Зная потерю энергии, затрачиваемой системой на вибрационное перемещение, и среднюю скорость, можно не только более полно описать процесс виброперемещения, но и определить оптимальные условия, при которых он является наиболее эффективным.

Потери энергии при виброперемещении. Направлению движения коллинеарны только две силы: внутренняя сила \mathbf{F} , с которой несбалансированное тело массы m действует на платформу массы M , и сила сопротивления среды \mathbf{F}_r , величина которой пропорциональна скорости движения платформы \mathbf{v} относительно жидкости L (рис. 1). Работа A , совершаемая этими силами в течение времени $t_0 < t < t^0$, равного периоду T колебаний тела массы m и отсчитываемого с момента начала движения t_0 до момента остановки t^0 , равна нулю:

$$A = \int_{t_0}^{t^0} (\mathbf{F} + \mathbf{F}_r) \mathbf{v} dt = 0,$$

поскольку движение платформы описывается уравнением

$$M \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_r.$$

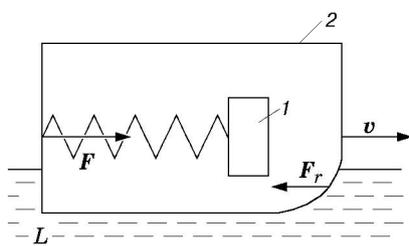


Рис. 1. Схема вибрационного перемещения платформы в жидкости:

1 — несбалансированное тело; 2 — платформа

Это означает, что работа, совершаемая внутренней силой \mathbf{F} , полностью расходуется на преодоление сил сопротивления среды, а для оценки потерь энергии достаточно вычислить среднюю мощность

$$P_r = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t^0} \lambda v^2 dt,$$

затрачиваемую системой на вибрационное перемещение. Здесь λ — коэффициент сопротивления среды, имеющий разные значения для различных направлений движения платформы:

$$\lambda = \begin{cases} \lambda_+ & \text{при } v > 0, \\ \lambda_- & \text{при } v < 0. \end{cases}$$

Скорость платформы v является функцией m , M , T , λ_+ , λ_- , амплитуды колебаний несбалансированного тела a и определяется решением уравнения [7]

$$\frac{d\vartheta}{d\tau} + \left(\frac{1-\delta}{2} \text{sign}(\vartheta) + \frac{1+\delta}{2} \right) \vartheta - \frac{1}{\theta^2} \cos \frac{2\pi\tau}{\theta} = 0, \quad (1)$$

где $\vartheta = M_0^2 v / (4\pi^2 m a \lambda_+)$; $\delta = \lambda_- / \lambda_+$; $\tau = \lambda_+ t / M_0$; $\theta = \lambda_+ T / M_0$; $M_0 = m + M$. В этих переменных приведенная мощность

$$\rho = M_0^4 P_r / (16\pi^4 m^2 a^2 \lambda_+^3)$$

зависит только от переменных θ и δ и определяется выражением

$$\rho = \frac{1}{\theta} \left(\int_{\tau_0}^{\tau_1} \vartheta^2 d\tau + \delta \int_{\tau_1}^{\tau^0} \vartheta^2 d\tau \right), \quad (2)$$

где τ_0 , τ_1 , τ^0 — значения переменной τ при t , равном t_0 , t_1 , t^0 соответственно; t_1 — момент времени, соответствующий промежуточной остановке платформы: $t_0 < t_1 < t_0 + T$.

Процедура решения задачи заключается в численном интегрировании уравнения движения (1), определении момента времени t_1 , когда скорость платформы становится равной нулю, вычислении приведенной мощности (2) и обработке результатов вычислений. Первая часть задачи, включающая расчеты, не вызывает больших затруднений. При расчетах следует выбрать значение t_0 , соответствующее установившемуся режиму движения, например $t_0 = 10T$. При этом $t^0 = t_0 + T$. Проблемы возникают при интерпретации результатов расчетов мощности, расходуемой системой на вибрационное перемещение. Полученные результаты расчетов могут быть использованы для оптимизации режима виброперемещения. Использование зависимости приведенной мощности ρ от параметра асимметрии δ и приведенного периода осцилляций θ здесь малоэффективно. Поэтому имеет смысл представить результаты в универсальном виде. В частности, это можно осуществить, используя автомодельное представление [7], являющееся следствием симметрии параметров системы при изменении направления движения. Например, переменная $\theta_\delta = \theta / (1 + 1/\delta)$ не изменяет своего значения при одновременной замене λ_+ на λ_- и λ_- на λ_+ . По существу, такая замена тождественна преобразованию

$$\lambda_+ \rightarrow \lambda_+ \lambda_- / (\lambda_+ + \lambda_-). \quad (3)$$

Мощность, в отличие от скорости [7], при изменении направления движения не меняет ни знака, ни величины. Это означает, что приведенная мощность должна преобразовываться по правилу $\rho \rightarrow \rho(1 + 1/\delta)^3$, поскольку мощность определяется не скоростью платформы,

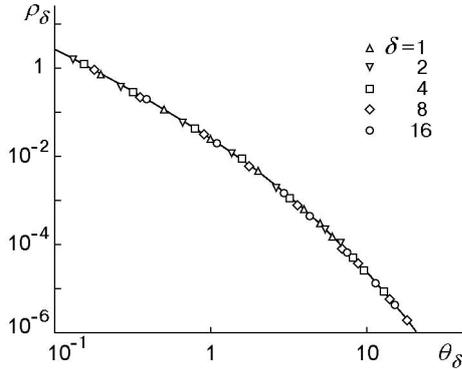


Рис. 2. Автомодельная зависимость приведенной мощности $\rho_\delta = \rho(1 + 1/\delta)^3$, расходуемой системой на вибрационное перемещение, от приведенного периода вибраций $\theta_\delta = \theta/(1 + 1/\delta)$ и параметра асимметрии δ : сплошная линия — зависимость (4); точки — результаты численного расчета приведенной мощности при $0,1 \leq \theta \leq 16$

а квадратом скорости, которому при изменении направления движения должно соответствовать симметричное преобразование.

Сказанное выше может быть использовано для приближенного описания результатов расчетов, справедливого далеко не всегда [8]. В данном случае использование этого подхода дает достаточно точные результаты при всех $\theta > 0,1$ и любых параметрах асимметрии, в том числе при $\delta = 1$ (рис. 2). В то же время такое представление является вполне определенным. Для заданных значений θ_δ и $\rho_\delta = \rho(1 + 1/\delta)^3$ оно позволяет не только найти значение энергии, затрачиваемой на виброперемещение, но и определить величину приведенного периода θ .

С увеличением периода вибраций затрачиваемая мощность быстро стремится к нулю, что подтверждается приближенной аналитической зависимостью приведенной мощности ρ от приведенного периода θ

$$\rho \approx \delta(\delta + 1) / \{5\theta^2[\theta^2\delta^2 + 7(\delta + 1)^2]\}. \tag{4}$$

Результаты численных расчетов, представленные на рис. 2, и приближенная зависимость (4) показывают, что мощность P_r не равна нулю даже в том случае, когда инфинитное (неограниченное) перемещение платформы отсутствует, т. е. при $\delta = 1$. При отсутствии асимметрии центр тяжести системы тел покоится, хотя платформа совершает вынужденные негармонические колебания относительно среды.

Потери энергии и средняя скорость. Теряемая системой энергия с увеличением периода вибраций быстро стремится к нулю. Для объяснения этого явления имеет смысл установить связь между затрачиваемой на виброперемещение мощностью и величиной средней скорости. Для этого из уравнения, определяющего среднюю приведенную скорость \bar{v} [7], следует найти величину приведенного периода

$$\theta \approx (\delta - 1) / \{[64\bar{v}(\delta + 1)^2 + 25\delta(\delta - 1)/8]^{1/2}\bar{v}^{1/2}\}$$

и подставить это значение в выражение (4) для приведенной мощности. В результате получим

$$\rho = \delta^3(512u + 25)^2 u^2 / \{40(\delta + 1)^3[8 + 7u(512u + 25)]\}, \tag{5}$$

где $u = \bar{v}(\delta + 1)^2 / [\delta(\delta - 1)]$ — приведенная средняя скорость, из выражения для которой устранен аргумент $\theta/(1 + 1/\delta)$. При больших значениях u выражение (5) принимает простой вид

$$P_r \approx (64/35)\lambda' \bar{v}^2, \tag{6}$$

где $\lambda' = \lambda_+\lambda_-(\lambda_- + \lambda_+)/(\lambda_- - \lambda_+)^2$.

Аналогичная зависимость наблюдается при малых скоростях:

$$P_r \approx (125/64)\lambda' \bar{v}^2. \tag{7}$$

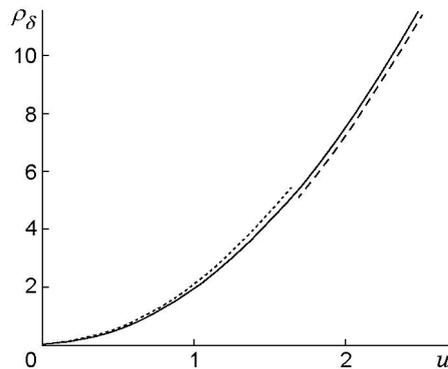


Рис. 3. Зависимость приведенной мощности от средней приведенной скорости (сплошная кривая), а также асимптотики (6), (7) при больших ($u \rightarrow \infty$) (штриховая кривая) и малых ($u \rightarrow 0$) (пунктирная кривая) скоростях виброперемещения

Зависимость величины $\rho_\delta = \rho(1 + 1/\delta)^3$ от u , а также асимптотики (6) и (7) приведены на рис. 3. Тот факт, что во всем диапазоне скоростей теряемая мощность пропорциональна квадрату средней скорости, не является неожиданным, так как при движении тела без вибрации в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости тела v , расходуется мощность $P = \lambda v^2$. Коэффициенты пропорциональности в выражениях (6) и (7) не зависят от параметров системы, поэтому невозможно определить условия, соответствующие минимуму потерь энергии при заданной средней скорости виброперемещения. Оптимальный режим вибрационного перемещения может быть установлен только после принятия дополнительных условий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блехман И. И. Вибрационная механика. М.: Наука, 1994.
2. Нагаев Р. Ф. Периодические режимы вибрационного перемещения. М.: Наука, 1978.
3. Sharmat R. S. Analysis of the vibra-lo // Mech. Mach. Theory. 1978. V. 13, N 2. P. 208–212.
4. Кобринский А. А. К динамике вибродвигателя // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1976. № 2. С. 42–47.
5. Gerasimov S. A. A real model of vibratory-impact propulsive device // Probl. Appl. Phys. 2000. V. 6. P. 117, 118.
6. Нагаев Р. Ф., Тамм Е. А. Вибрационное перемещение в среде с квадратичным сопротивлением движению // Машиноведение. 1980. № 4. С. 3–8.
7. Герасимов С. А. Автомодельность вибрационного перемещения в среде с сопротивлением // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 1. С. 108–111.
8. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1967.

Поступила в редакцию 19/III 2002 г.