

3. Brown S. R., Scholz C. H. Closure of random elastic surfaces in contact // J. Geophys. Res.— 1985.— V. 90, N B7.
4. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах.— Киев: Наук. думка, 1981.
5. Партон В. З., Перлин П. И. Методы математической теории упругости.— М.: Наука, 1981.

г. Новосибирск

Поступила 12/VII 1991 г.

УДК 539.3

Н. И. Александрова, И. В. Ефимова

## ДЕЙСТВИЕ ПЛОСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ НА ПОДКРЕПЛЕННУЮ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ

Исследование прочности подкреплённых оболочек при импульсных нагрузках необходимо для определения пределов применимости различных конструкций в машиностроении и строительстве. Этим объясняется большое число публикаций по разработке теории и методов расчета ребристых оболочек (см. обзор [1]). При нестационарном воздействии влияние ребер жесткости на напряженно-деформированное состояние и кинематику полых цилиндрических оболочек, погруженных в жидкость, рассматривалось в [2—4]. Основное внимание в [2] уделено изучению цепных напряжений в центральном сечении при действии плоской волны. В [3] исследуются радиальные перемещения при осесимметричной нагрузке в середине шпации. В [4] взаимодействие жидкости с оболочкой учитывалось по гипотезе плоского отражения. Поведение изгибных напряжений в подкреплённых оболочках практически не изучено.

В данной работе оцениваются изгибные и цепные напряжения и смещения периодически подкреплённых оболочек при траверзном воздействии плоской ступенчатой волны давления. Численное решение поставленной задачи получено при помощи разложения в ряд Фурье по угловой координате и конечных разностей по остальным координатам. Проведено сравнение численных и аналитических результатов. Определены коэффициент динамичности и время, начиная с которого эти результаты совпадают.

1. Исследуется нестационарное воздействие плоской ступенчатой волны давления на бесконечно длинную тонкую упругую цилиндрическую оболочку, периодически подкреплённую переборками и помещённую в идеальную сжимаемую жидкость. Оболочка либо полая, либо заполнена той же жидкостью, что и снаружи. Фронт падающей волны параллелен оси оболочки. Движение оболочки описывается линейными уравнениями классической теории Кирхгофа — Лява, возмущения в жидкости — волновым уравнением для потенциала скорости. Уравнения движения для  $m$ -й формы колебаний по углу  $\theta$  имеют вид

$$(1.1) \quad \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_m}{\partial x^2} - \frac{1-\nu}{2} \frac{m^2}{R^2} u_m + \frac{1+\nu}{2} \frac{m}{R} \frac{\partial v_m}{\partial x} + \frac{\nu}{R} \frac{\partial w_m}{\partial x},$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v_m}{\partial t^2} - \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v_m}{\partial x^2} - \frac{1+\nu}{2} \frac{m}{R} \frac{\partial u_m}{\partial x} - \frac{m^2}{R^2} v_m - \frac{m}{R^2} w_m +$$

$$+ \frac{\delta^2}{12R^2} \left\{ 2(1-\nu) \frac{\partial^2 v_m}{\partial x^2} - \frac{m^2}{R^2} v_m - \frac{m^3}{R^2} w_m + (2-\nu) m \frac{\partial^2 w_{r1}}{\partial x^2} \right\},$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 w_m}{\partial t^2} - \frac{\nu}{R} \frac{\partial u_m}{\partial x} - \frac{m}{R^2} v_m - \frac{w_m}{R^2} - \frac{\delta^2}{12} \left[ \frac{\partial^4 w_m}{\partial x^4} - \frac{2m^2}{R^2} \frac{\partial^2 w_m}{\partial x^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{m^4}{R^4} w_m - \frac{m}{R^2} (2-\nu) \frac{\partial^2 v_m}{\partial x^2} + \frac{m^3}{R^4} v_m \right] - \frac{P_{\Sigma,m}}{\rho \delta c^2},$$

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_m}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} \Phi_m + \frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial x^2},$$

$$P_{\Sigma, m} = P_m - \rho_0 \left. \frac{\partial \Phi_m}{\partial t} \right|_{r=R-\delta} + \rho_0 \left. \frac{\partial \Phi_m}{\partial t} \right|_{r=R+\delta}.$$

Здесь  $t$  — время;  $u, v, w$  — перемещения в осевом  $x$ , тангенциальном  $\theta$  и радиальном  $r$  направлениях;  $P$  — давление в падающей волне, которое считается известным;  $P_{\Sigma}$  — полное гидродинамическое давление, действующее на оболочку со стороны внешней и внутренней жидкости;  $\Phi$  — потенциал скорости частиц жидкости в излученных, отраженных и дифракционных волнах;  $\rho_0, c_0$  — плотность и скорость звука в жидкости;  $\rho$  — плотность материала оболочки;  $R, \delta$  — ее радиус и толщина;  $E$  — модуль Юнга;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $c = \sqrt{E/\rho(1-\nu^2)}$  — скорость звука в тонкой пластине.

Переборки, расположенные в сечениях  $x = \pm L(2k+1)$  ( $k = 0, 1, \dots$ ), моделируются как жесткие круговые пластины, имеющие массу  $m_0$ . Полагаем, что они перемещаются поступательно (без поворота) как жесткие тела. Если  $U$  — смещение переборки в направлении движения падающей волны, то в сечении  $x = +L(2k+1)$  выполняются соотношения  $w = -U \cos \theta, v = U \sin \theta$ , что определяет в разложении Фурье отличную от нуля лишь первую гармонику:

$$w_m = v_m = 0 \quad (m \neq 1), \quad w_1 = -U, \quad v_1 = U, \quad U = (v_1 - w_1)/2.$$

Уравнение для  $U$  получим из (1.1), учитывая все силы, действующие со стороны оболочки на переборку:

$$(1 + \rho_*/\rho)/c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{1-\nu}{4} \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} - \frac{1-\nu}{4R} \frac{\partial v_1}{\partial x} - \\ - \nu \frac{\delta^2}{24R^2} \left( \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \right) + \frac{\delta^2}{24} \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \frac{P_{\Sigma, 1}}{2\delta c^2 \rho}, \quad \rho_* = \frac{m_0}{4\pi R \delta L}.$$

В сечениях  $x = \pm 2Lk$  и  $x = \pm L(2k+1)$  выполняются условия

$$(1.2) \quad x = \pm 2Lk: \quad u_m = 0, \quad \partial \Phi_m / \partial x = 0, \quad \partial w_m / \partial x = 0, \\ \partial v_m / \partial x = 0, \quad \partial^3 w_m / \partial x^3 = 0, \\ x = +L(2k+1): \quad u_m = 0, \quad \partial \Phi_m / \partial x = 0, \quad \partial^3 w_m / \partial x^3 = 0, \\ w_m = v_m = 0 \quad (m \neq 1), \quad w_1 = -v_1 = -U.$$

В дальнейшем в силу симметрии будем рассматривать поведение системы на интервале  $x \in [0, L]$ . На поверхности контакта жидкости и оболочки выполняются условия непротекания

$$r = R + \delta: \quad \partial w_m / \partial t = \partial \Phi_m / \partial r + v_{rm}; \quad r = R - \delta: \\ \partial w_m / \partial t = \partial \Phi_m / \partial r,$$

где  $v_{rm}$  — скорость частиц в радиальном направлении в падающей волне. Требование ограниченности потенциала приводит к условиям на оси  $r = 0$

$$(1.3) \quad \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial t^2} = 2 \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial \Phi_0}{\partial r} = 0, \quad \Phi_m = 0 \quad (m \geq 1).$$

Соотношения (1.3) получены в [5] с помощью интегральных преобразований Лапласа по времени и Фурье по осевой координате, а также последующего предельного перехода ( $r \rightarrow 0$ ). Начальные условия нулевые. Давление в падающей волне, достигающей поверхности оболочки в момент времени  $t = 0$ , задается в виде  $P = P_0 H_0(c_0 t - R + r \cos \theta)$  ( $P_0$  — амплитуда давления на фронте волны,  $H_0$  — ступенчатая функция Хевисайда). Тогда члены ряда Фурье для давления и скорости частиц

жидкости в падающей волне определяются формулами

$$v_{r,m} = \frac{P_0 \varepsilon_m}{\pi \rho_0 c_0} \left\{ \frac{\sin(m+1)\theta_0}{m+1} + B_m \right\},$$

$$B_0 = 0, \quad B_1 = \theta_0, \quad B_m = \frac{\sin(m-1)\theta_0}{m-1}, \quad \varepsilon_0 = 1, \quad \varepsilon_m = 2 \quad (m \neq 0),$$

$$P_m = P_0 \frac{\theta_0}{\pi} \quad (m = 0), \quad P_m = P_0 \frac{2}{\pi m} \sin m\theta_0 \quad (m \neq 0),$$

$$\theta_0 = \begin{cases} \arccos(1 - c_0 t/R), & 0 \leq c_0 t/R \leq 2, \\ \pi, & c_0 t/R \geq 2. \end{cases}$$

2. Приведем некоторые оценки параметров возмущений. Сравнение асимптотических ( $t \rightarrow \infty$ ) и численных решений, проведенное в [5] для гладкой оболочки, показало, что вследствие излучения волн во внешнюю жидкость параметры возмущения для нулевой гармоники (прогибы, напряжения и суммарное давление) стремятся к своим предельным значениям, соответствующим статике. Предположим, что наличие переборок слабо влияет на  $P_\Sigma$ , и определим  $P_\Sigma$  из задачи о действии плоской волны на бесконечную цилиндрическую оболочку без переборок [5]:  $P_\Sigma = P_0/(1 + \gamma)$ . Здесь  $\gamma = 2\rho_0 c_0^2 R/\rho c^2 \delta$  для оболочки, заполненной жидкостью, и  $\gamma = 0$  для полой оболочки.

Используя значения  $P_\Sigma$  для гладкой оболочки и отбрасывая инерционные члены в (1.1), получим статическое решение задачи для оболочки с переборками по нулевой форме, соответствующее асимптотике при  $t \rightarrow \infty$ :

$$(2.1) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{R} w \right] = 0, \quad \frac{v}{R} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R^2} + \frac{\delta^2}{12} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{P_\Sigma}{\rho c^2 \delta} = 0.$$

В [6] построено решение системы (2.1) в предположении, что  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{R} w = 0$ . Проведем аналогичные рассуждения, не накладывая этого ограничения. Используя граничные условия (1.2) при  $m = 0$ , получим решение (2.1) для оболочки с жидкостью:

$$(2.2) \quad w = - \frac{P_0}{\rho c^2 (1 + \gamma)} \frac{R^2}{\delta} \frac{1}{1 - v^2 \chi/\beta} \{ 1 - A \cos \alpha x \operatorname{ch} \alpha x - B \sin \alpha x \operatorname{sh} \alpha x \},$$

$$u = \frac{v P_0}{\rho c^2 (1 + \gamma)} \frac{R L}{\delta} \frac{1}{\beta (1 - v^2 \chi/\beta)} \left\{ \frac{x}{L} \chi - \frac{A+B}{2} \sin \alpha x \operatorname{ch} \alpha x - \frac{A-B}{2} \cos \alpha x \operatorname{sh} \alpha x \right\},$$

$$\beta = \frac{L \sqrt[4]{3(1-v^2)}}{\sqrt{R\delta}}, \quad \alpha = \frac{\beta}{L}, \quad \chi = \frac{\operatorname{ch} 2\beta - \cos 2\beta}{\operatorname{sh} 2\beta + \sin 2\beta},$$

$$A = \frac{2(\cos \beta \operatorname{sh} \beta + \sin \beta \operatorname{ch} \beta)}{\sin 2\beta + \operatorname{sh} 2\beta}, \quad B = \frac{2(\sin \beta \operatorname{ch} \beta - \cos \beta \operatorname{sh} \beta)}{\sin 2\beta + \operatorname{sh} 2\beta}.$$

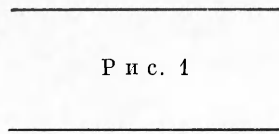
При этом изгибные  $\sigma_x^{(1)}$ ,  $\sigma_\theta^{(1)}$  и центные  $\sigma_x^{(0)}$ ,  $\sigma_\theta^{(0)}$  напряжения, которые определяются по формулам

$$\sigma_\theta^{(0)} = \rho c^2 \left\{ v \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{R} (w + mv) \right\},$$

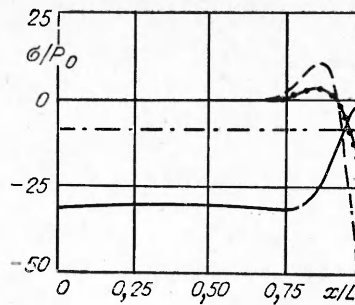
$$\sigma_x^{(0)} = \rho c^2 \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{v}{R} (w + mv) \right\},$$

$$\sigma_x^{(1)} = \rho c^2 \frac{\delta}{2} \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{vm}{R^2} (mw + v) \right\},$$

$$\sigma_\theta^{(1)} = \rho c^2 \frac{\delta}{2} \left\{ v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{m}{R^2} (mw + v) \right\},$$



Р и с. 1



при  $m = 0$  имеют вид

$$(2.3) \quad \sigma_{\theta}^{(0)} = -\frac{P_0}{1+\gamma} \frac{R}{\delta} \{1 - A^* \cos \alpha x \operatorname{ch} \alpha x - B^* \sin \alpha x \operatorname{sh} \alpha x\},$$

$$\sigma_x^{(1)} = \frac{P_c}{1+\gamma} \frac{R}{\delta} \sqrt{\frac{3}{1-\nu^2}} \{-A^* \sin \alpha x \operatorname{sh} \alpha x + B^* \cos \alpha x \operatorname{ch} \alpha x\},$$

$$\sigma_{\theta}^{(1)} = \nu \sigma_x^{(1)}, \quad \sigma_x^{(0)} = -\nu \frac{P_0}{1+\gamma} \frac{R}{\delta} D,$$

$$A^* = A(1 - \nu^2 D), \quad B^* = B(1 - \nu^2 D), \quad D = \frac{1 - \chi/\beta}{1 - \nu^2 \chi/\beta}.$$

Для полой оболочки полагаем  $\gamma = 0$ .

Заметим, что при  $\beta \geq \beta_0$  и  $\beta - \alpha x \geq \beta_0$  напряжения (2.3) практически не зависят от  $x$ , формулы (2.2) и (2.3) существенно упрощаются. Поэтому в достаточно широком диапазоне изменения  $x$  ( $0 \leq x \leq x_*$ ) можно полагать

$$(2.4) \quad \sigma_{\theta}^{(0)} = -\frac{P_0}{1+\gamma} \frac{R}{\delta}, \quad \sigma_x^{(0)} = -\nu \frac{P_0}{1+\gamma} \frac{R}{\delta} D, \quad \sigma_x^{(1)} = 0, \quad \sigma_{\theta}^{(1)} = 0,$$

$$w = -\frac{P_0}{\rho c^2 (1+\gamma)} \frac{R^2}{\delta} \frac{\beta}{\beta - \nu^2}, \quad u = \nu \frac{P_0}{\rho c^2 (1+\gamma)} \frac{R}{\delta} \frac{x}{\beta - \nu^2}.$$

Значение  $x_*$  определяется требуемой точностью вычислений из выражения

$$\frac{L - x_*}{R} = \sqrt{\frac{\delta}{R}} \frac{\beta_0}{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}.$$

При  $\beta_0 = 3$  погрешность выражений (2.4) по сравнению с (2.3) и (2.2) составляет менее 1,5 % при  $x \leq x_*$ .

Графики функций (2.3) представлены на рис. 1. Параметры задачи следующие:  $\rho_0 = 0,128$ ,  $c_0 = 0,3$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $\rho = 1$ ,  $c = 1$ ,  $\rho_* = 0$ ,  $L = 1$ ,  $R = 1$ ,  $\delta = 0,01$ . Сплошная линия отвечает  $\sigma_{\theta}^{(0)}$ , штриховая —  $\sigma_x^{(1)}$ , штрихпунктирная —  $\sigma_x^{(0)}$ , кривая с точками —  $\sigma_{\theta}^{(1)}$ . Изгибные напряжения  $\sigma_x^{(1)}$  и  $\sigma_{\theta}^{(1)}$  практически равны нулю всюду вплоть до  $x = x_*$ , затем идет область растяжения, а вблизи переборки существует узкая область очень большого сжатия. Максимальное значение  $\sigma_x^{(1)}$  достигается при  $x = L$ :

$$\sigma_x^{(1)}|_{x=L} = -\frac{P_0}{1+\gamma} \frac{R}{\delta} \sqrt{\frac{3}{1-\nu^2}}.$$

Цепное напряжение  $\sigma_{\theta}^{(0)}$  ведет себя иначе. Оно постоянно вплоть до  $x_*$ , а затем плавно уменьшается до  $\nu \sigma_x^{(0)}$ . Его максимальное значение (по абсолютной величине) меньше  $\max |\sigma_x^{(1)}|$  в  $\sqrt{3/(1-\nu^2)}$  раз и имеет вид

$$\sigma_{\theta}^{(0)}|_{x=0} = -\frac{P_0}{1+\gamma} \frac{R}{\delta}.$$

Напряжение  $\sigma_x^{(0)}$  постоянно вдоль оболочки и меньше  $\max |\sigma_\theta^{(0)}|$  ( $\sigma_x^{(0)} \approx \nu \max |\sigma_\theta^{(0)}|$ ). Таким образом, в оболочке, подкрепленной переборками, наиболее опасны изгибные напряжения  $\sigma_x^{(1)}$  вблизи переборок. С увеличением расстояния между переборками максимальные значения напряжений  $L - x_*$  не меняются. Толщина оболочки, наоборот, существенно влияет на область неоднородности и на максимальные амплитуды напряжений.

Сравнение (2.2) и (2.3) с результатами [5] показывает, что наличие переборок приводит к неоднородности напряжений вблизи них, при этом возникают изгибные напряжения, которые отсутствовали в плоской задаче [5], а в данной задаче являются определяющими, поскольку превышают цепные напряжения.

Асимптотику скорости  $\dot{w}$  можно получить из следующих соображений. В плоском случае при больших значениях времени ( $t \rightarrow \infty$ ) имеем [5]

$$(2.5) \quad \dot{w}_1 \sim \frac{P_0}{c_0 \rho_0 \left( \frac{1}{2} (1 + \varepsilon) + \gamma_1 \right)}, \quad \gamma_1 = \frac{\rho \delta}{\rho_0 R},$$

причем  $\varepsilon = 0$  для полый оболочки и  $\varepsilon = 1$  для оболочки с жидкостью. Для оболочки с переборками средняя ее масса, приходящаяся на единицу длины, увеличивается. Поэтому вместо (2.5) используем в качестве оценки скорости величину

$$(2.6) \quad \dot{w}_1 \sim \frac{P_0}{c_0 \rho_0 \left( \frac{1}{2} (1 + \varepsilon) + \gamma_1 + \gamma_2 \right)}, \quad \gamma_2 = \frac{\rho_* \delta}{\rho_0 R}.$$

Пределы применимости приведенных асимптотик можно получить, сравнивая их с численным решением задачи, которое позволяет исследовать нестационарный процесс деформирования на всем этапе взаимодействия волны и оболочки.

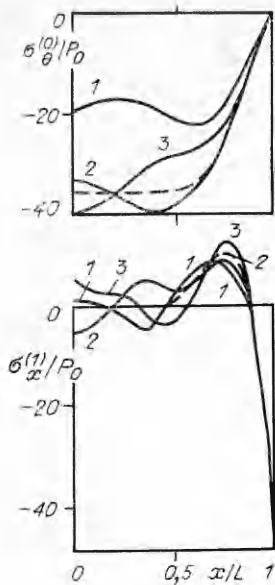
3. Численное решение задачи найдено с помощью явной конечно-разностной схемы типа «крест». Параметры разностной сетки выбираем из условий устойчивости и минимизации численной дисперсии

$$(3.1) \quad c\tau = h_x \leq \frac{2R}{\mu} \sqrt{\frac{2}{4 - \nu}} \quad (m \neq 0), \quad c\tau = h_x \quad (m = 0),$$

$$\frac{1}{c_0^2 \tau^2} \geq \frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_r^2}.$$

Сравнение осциллограмм изгибных напряжений, рассчитанных при  $\delta = 0,01R$  и различных значениях  $h_x$ , с асимптотикой показывает, что уже при  $h_x = R/40$  результат практически точен. С увеличением  $h_x$ , однако, погрешность в расчете  $\sigma_x^{(1)}$  растет, причем в опасную сторону (максимальные значения  $\sigma_x^{(1)}$  меньше статических примерно в 1,5 раза при  $h_x = R/20$  и в 2 раза при  $h_x = R/10$ ). Тем не менее с шагом  $h_x = R/10$  вполне удовлетворительно рассчитываются перемещения, скорости и цепные напряжения. Увеличение шага  $h_r$  по сравнению с (3.1) на порядок позволяет с приемлемой точностью определять гидродинамические силы.

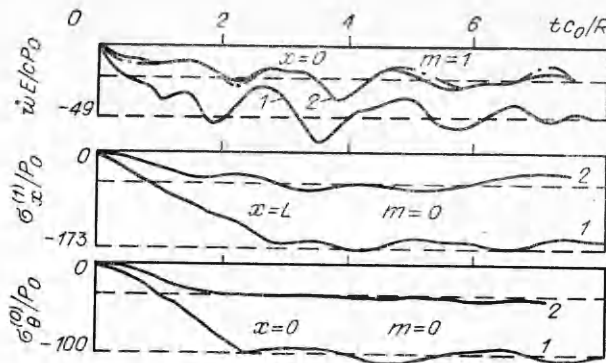
На рис. 2 представлено распределение напряжений  $\sigma_\theta^{(0)}$  и  $\sigma_x^{(1)}$  по длине оболочки, заполненной жидкостью, в различные моменты времени. Кривые 1–3 соответствуют времени  $tc_0/R = 1; 2; 3$ . Штриховой линией проведена асимптотика (2.3). Параметры задачи следующие:  $\rho_0 = 0,128$ ,  $c_0 = 0,3$ ,  $\nu = 0,3$ ,  $\rho = 1$ ,  $c = 1$ ,  $L = 1/2$ ,  $R = 1$ ,  $\delta = 0,01$ ,  $\rho_* = 0$ . Видно, что начиная с  $tc_0/R = 2$  численные результаты осциллируют относительно асимптотики.



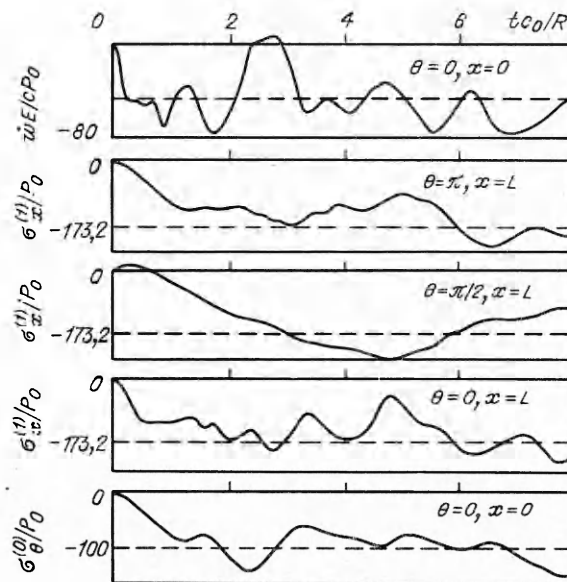
Р и с. 2

На рис. 3 приведены осциллограммы изгибных  $\sigma_x^{(1)}$  (в точке  $x = L$ ) и цепных  $\sigma_\theta^{(0)}$  (в точке  $x = 0$ ) напряжений по нулевой форме и скорости  $w$  по первой форме, полученные при тех же параметрах, что и на рис. 2. Штриховые линии отвечают асимптотике (2.3) для напряжений и асимптотике (2.6) для скорости, 1 — решению задачи для полой оболочки, 2 — для оболочки, заполненной жидкостью, штрихпунктирная — задаче с  $\rho_* = 0,5$ . Осесимметричные составляющие изгибных и цепных напряжений и первая форма для скорости ко времени  $t = 3R/c_0$  достигают асимптотических значений (2.3), (2.6) и осциллируют вокруг них. Максимальная амплитуда  $w$  по первой форме превышает асимптотику примерно на 40 %. Анализ формулы (2.6) показывает, что для тонкой оболочки и массы переборки, сравнимой с массой отсека, их общая масса существенно меньше присоединенной массы жидкости. В результате асимптотическое и численное значения скорости слабо зависят от массы переборки. Действительно, штрихпунктирная кривая мало отличается от кривой 2. Асимптотические значения скорости при указанных параметрах равны соответственно 23,5 и 23,8.

Сравнение результатов, рассчитанных для суммы первых трех членов ряда ( $m = 0, 1, 2$ ) и суммы шести форм ( $m = 0, \dots, 5$ ), показало, что амплитуды изгибных напряжений в районе переборки, где они максимальны, отличаются не более чем на 7 %. Таким образом, для приемлемой точности в практических задачах о траверзном воздействии плоской волны достаточно ограничиться тремя гармониками ( $m = 0, 1, 2$ ). На рис. 4 представлены параметры процесса при  $m = 0, 1, 2$ . Результаты численных расчетов подтверждают вывод п. 2 о том, что первая форма движения



Р и с. 3



Р и с. 4

является определяющей для скорости, в то время как цепные и изгибные напряжения принимают свои максимальные значения по нулевой форме. Максимальная амплитуда изгибных напряжений быстрее всего достигается при  $\theta = \pi/2$ ,  $x = L$  и на 40 % превышает аналитическое значение (2.3). Сравнение расчетов, приведенных при различных  $L$ , показало, что изменение длины отсека практически не меняет максимальных амплитуд изгибных напряжений.

Таким образом, основной вклад в напряжения вносит нулевая форма, в радиальную скорость — первая. При  $t \geq 6R/c_0$  асимптотика описывает основную часть возмущений, при  $t < 6R/c_0$  превышение возмущений над асимптотикой может составлять  $\sim 40\%$ . В подкрепленной оболочке максимальными являются изгибные осевые напряжения в районе переборки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Амиро И. Я., Заруцкий В. А. Исследования в области динамики ребристых оболочек // ПМ.— 1981.— Т. 17, № 11.
2. Перцев А. К., Слепнева Л. В. Воздействие ударной волны на круговую цилиндрическую оболочку, подкрепленную ребрами жесткости // Актуальные проблемы механики сплошных сред.— Л., 1980.— (Исследования по упругости и пластичности; вып. 13).
3. Бергланд Д. В. Нестационарное взаимодействие оболочки, подкрепленной гибкими кольцами, с жидкой средой // РТК.— 1972.— Т. 10, № 11.
4. Галиев Ш. У. Напряженное состояние периодически подкрепленного полого цилиндра при действии подводной волны // ДАН УССР. Сер. А.— 1976.— № 4.
5. Пинчукова Н. И. Действие плоской акустической волны давления на цилиндрическую оболочку, заполненную жидкостью // Изв. АН СССР. МТТ.— 1985.— № 6.
6. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки.— М.; Л.: ОГИЗ, 1963.

г. Новосибирск

Поступила 29/III 1991 г.,

в окончательном варианте — 20/VI 1991 г.

УДК 539.374,534.1

А. Г. Иванов, Ю. Д. Лавровский, В. А. Огородников

### НЕКОТОРЫЕ СЛУЧАИ РАЗВИТИЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА СХОДЯЩИХСЯ ОБОЛОЧКАХ

Цилиндрические металлические оболочки (лайнеры), разгоняемые с помощью энергии взрыва до скоростей несколько километров в секунду, часто используются во взрывных генераторах для сжатия дейтериевой плазмы, получения высоких динамических давлений и т. п. [1]. Возбуждение детонации цилиндрического заряда взрывчатого вещества (ВВ) в таких генераторах осуществляется, как правило, синхронно в некотором количестве точек, расположенных на наружной поверхности заряда, с использованием той или иной системы инициирования. Это приводит к формированию возмущенного детонационного фронта, выходящего на разгоняемые цилиндрические оболочки, что в свою очередь обуславливает наличие изначально заданных возмущений на их внутренней поверхности [2]. Возникают вопросы о поведении таких возмущений в процессе схождения оболочки к центру, в том числе связанные с влиянием физико-механических характеристик материала оболочки.

Существующие линейные теории рассматриваемого явления дают решения, из которых следует вывод о колебательном характере поведения возмущений на внутренней границе сходящейся оболочки [3]. Однако они основываются на ряде упрощающих предположений, которые, как правило, для многих представляющих практический интерес случаев не выполняются. Так, для сравнительно тонкостенных оболочек, разгоняемых с помощью энергии взрыва, их применение более чем дискус-