

УДК 622.0223:539.374

**ДЕФОРМАЦИОННЫЙ КРИТЕРИЙ РАЗРУШЕНИЯ  
ОБРАЗЦОВ СОЛЯНЫХ ПОРОД**

**В. Н. Аптуков**

*Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
ул. Букирева, 15, 614000, г. Пермь, Россия  
ОАО "Галургия", E-mail: aptukov@psu.ru,  
ул. Сибирская, 94, 614000, г. Пермь, Россия*

Обоснован новый деформационный критерий прочности образцов соляных пород при сжатии. Предельная главная деформация является функцией параметра напряженного состояния — отношения гидростатического давления к интенсивности напряжений. Введено понятие коэффициента запаса прочности по деформационному критерию. С помощью численного моделирования экспериментов по сжатию образцов различной геометрии определены параметры критерия для сильвинитов и карналлитов Верхнекамского месторождения. Предложенный критерий может использоваться при оценке несущей способности выработок в соляных породах.

*Деформационный критерий разрушения, соляные породы, потеря несущей способности, численное моделирование*

Одним из основных видов механических испытаний горных пород служат стандартные испытания на сжатие образцов цилиндрической формы с различным отношением высоты образца  $h$  к его диаметру  $d$  при постоянной скорости деформации. При этом наблюдается различный характер разрушения образца, обусловленный видом напряженного состояния [1, 2], зависящим от краевых эффектов вблизи контакта образца с траверсой испытательной машины и наличием трения [3, 4].

Прочность образцов определяется пределом прочности на сжатие (как значения условного напряжения — отношения максимального усилия к начальной площади образца) в виде функции от  $h/d$  путем введения коэффициента формы [5]. Подобная практика распространяется и на целики при оценке их несущей способности и времени устойчивого состояния [6].

В работах [7, 8] отмечается, что в режимах как активного нагружения, так и ползучести соляные породы деформируются с образованием множественных микродефектов. Следовательно, критерий прочности (потери несущей способности) соляных пород должен основываться на величине накопленной поврежденности в ходе неупругого деформирования.

На практике оценка текущей и предельной поврежденности может быть достаточно затруднительной, поэтому в более простом варианте подобный критерий может использовать накопленную деформацию. Отметим, что понятие предельной деформации широко применяется в инженерных оценках: времени устойчивого состояния целиков и кровли выработок соляных пород [9], сохранности сплошности слоев водозащитной толщи [10]. Так, инженерный критерий

рий предельной деформации сжатия как функции коэффициента формы [9] применяется при оценке перехода целиков соляных пород из стадии стационарной в стадию прогрессирующей ползучести.

Данная работа посвящена обоснованию критерия разрушения деформационного типа для соляных пород, определению параметров этого критерия путем математического моделирования экспериментов по сжатию образцов.

### ОБЩАЯ ФОРМУЛИРОВКА КРИТЕРИЯ

В теории обработки металлов давлением известен критерий разрушения металлов при развитых пластических деформациях, использующий понятие предельной пластичности [11]. Этот критерий ограничивает накопленную пластическую деформацию (интенсивность деформаций) предельным значением  $\varepsilon_i^*$ , зависящим в общем случае от коэффициента “жесткости напряженного состояния”  $k$ , температуры  $\theta$ , скорости деформирования:

$$\varepsilon_i^* = \varepsilon_i^*(k, \theta, \dot{\varepsilon}_i), \quad k = p / \sigma_i, \quad (1)$$

где  $p = \sigma_{mn} \delta_{mn} / 3$  — среднее напряжение;  $\sigma_i = (3S_{mn} S_{mn} / 2)^{1/2}$  — интенсивность напряжений,  $S_{mn} = \sigma_{mn} - p \delta_{mn}$  — компоненты девиатора тензора напряжений;  $\dot{\varepsilon}_i = (3\dot{\varepsilon}_{mn} \dot{\varepsilon}_{mn} / 2)^{1/2}$  — интенсивность скоростей деформаций,  $\dot{\varepsilon}_{mn}$  — компоненты девиатора тензора скорости деформаций.

При переменных величинах коэффициента жесткости, температуры и интенсивности скоростей деформаций в ходе процесса деформирования критерий (1) может быть обобщен в виде интеграла Бейли [12]:

$$\int_{t_0}^t \frac{d\varepsilon_i}{\varepsilon_i^*(k, \theta, \dot{\varepsilon}_i)} = 1. \quad (2)$$

Соляные породы проявляют в некоторых случаях вязкопластические свойства, а в некоторых — хрупкие, в зависимости от напряженного состояния [13]. Учитывая этот фактор, сформулируем деформационный критерий разрушения соляных пород в следующем виде:

$$\int_{t_0}^t \frac{d\varepsilon_1}{\varepsilon_1^*(k, \theta, \dot{\varepsilon}_1, W)} = 1, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_1^*$  — предельная главная деформация;  $W$  — влажность;  $\varepsilon_1$  — накопленная главная деформация.

Непосредственное использование критерия (3) в практических расчетах предполагает его значительное упрощение: не будем учитывать в данной статье зависимость предельной главной деформации  $\varepsilon_1^*$  от температуры, скорости деформирования и влажности в силу практического отсутствия исходных данных. Таким образом, предлагается использовать упрощенный вариант (3):

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^*(k). \quad (4)$$

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Проведены многочисленные эксперименты [14, 15] по статическому сжатию образцов сильвинита и карналлита различной геометрии ( $h/d = 2; 1; 0.5$ ) на универсальной испытательной машине Zwick/Roell Z-250 при скоростях нагружения 0.1, 1.0, 10 мм/мин. Образцы сильвинитовых пород изготовлены из монолитов, выбуренных из пласта Вс рудника СКРУ-2 (слои 1–6),

а карналлитовых пород — из пласта Вк рудника СКРУ-1 (слои 2, 4, 6) Верхнекамского месторождения. Получены осредненные оценки предела прочности, предельной деформации, модуля упругости, модуля спада и другие характеристики пород Верхнекамского месторождения (подробные данные представлены в [15]). Средние значения предельной деформации (%) сильвинита и карналлита в зависимости от относительной высоты образца приведены в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1

Порода	$h/d = 2.0$	$h/d = 1.0$	$h/d = 0.5$
Сильвинит	2.4	4.8	16.3
Карналлит	0.5	1.0	1.6

### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СЖАТИЯ ОБРАЗЦОВ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ

Численное моделирование процесса сжатия образцов осуществлялось в двумерной осесимметричной постановке в пакете ANSYS. В расчете рассматривалась одна четверть образца, на нижней и левой грани задавались условия симметрии, на верхней грани — вертикальное перемещение и нулевые горизонтальные перемещения.

Уравнения состояния материала соляных пород включали упругие и вязкопластические соотношения: учитывалась реальная диаграмма деформирования образца и реологические эффекты.

Полагалось, что полная деформация состоит из упругой  $\varepsilon_{mn}^e$  и вязкопластической  $\varepsilon_{mn}^p$  частей:

$$\varepsilon_{mn} = \varepsilon_{mn}^e + \varepsilon_{mn}^p. \quad (5)$$

Упругая деформация задавалась обобщенным законом Гука

$$\varepsilon_{mn}^e = \frac{1}{3K} p \delta_{mn} + \frac{1}{2G} S_{mn}, \quad (6)$$

а вязкопластическая — уравнением Кукуджанова – Пэжины, являющимся обобщением уравнения Прагера [16]:

$$\dot{\varepsilon}_{mn}^p = H \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_s(\varepsilon_i^p)} - 1 \right) \frac{S_{mn}}{\sigma_i}, \quad (7)$$

где  $K$ ,  $G$  — объемный и сдвиговой модули;  $\varepsilon_i^p = (2e_{mn}e_{mn}/3)^{1/2}$  — интенсивность пластических деформаций;  $\sigma_s(\varepsilon_i^p)$  — статический предел деформационного упрочнения, зависящий от пластической деформации (определялся по диаграмме деформирования образца при сжатии);  $H$  — функция Хевисайда.

Целью моделирования являлось выяснение вида зависимости  $\varepsilon_1^*(k)$  и идентификация параметров деформационного критерия разрушения образцов. Эта зависимость построена на основе осредненных по объему образца, полученных расчетным путем, полей интенсивности напряжений, давления, коэффициента жесткости, главной (растягивающей) деформации при достижении предельной деформации сжатия.

На рис. 1 показаны поля интенсивности напряжений образцов карналлита различной геометрии при достижении предела прочности (предельной деформации), полученной в эксперименте при скорости 0.1 мм/мин.

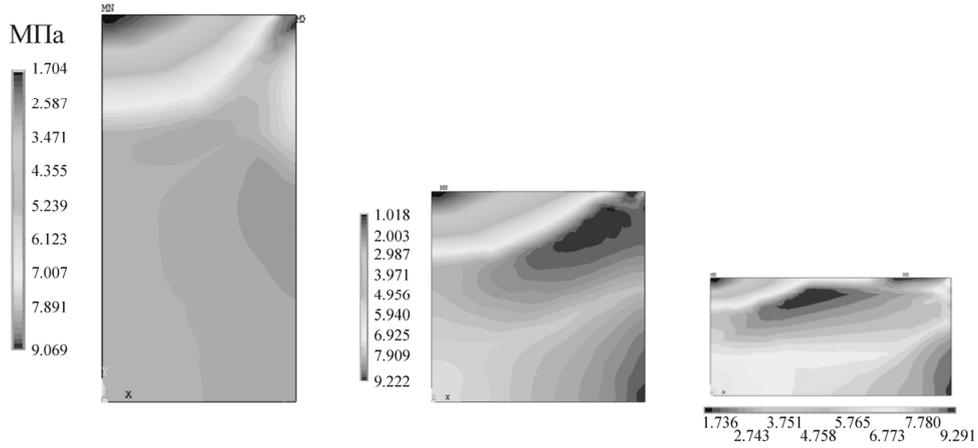


Рис. 1. Поля интенсивности напряжений  $\sigma_i$  образцов различной геометрии

Очевидно, что в образцах разной геометрии реализуется различный вид напряженного состояния, это отражается также на распределении коэффициента жесткости напряженного состояния (рис. 2) и величине главной деформации  $\varepsilon_1$  (рис. 3).

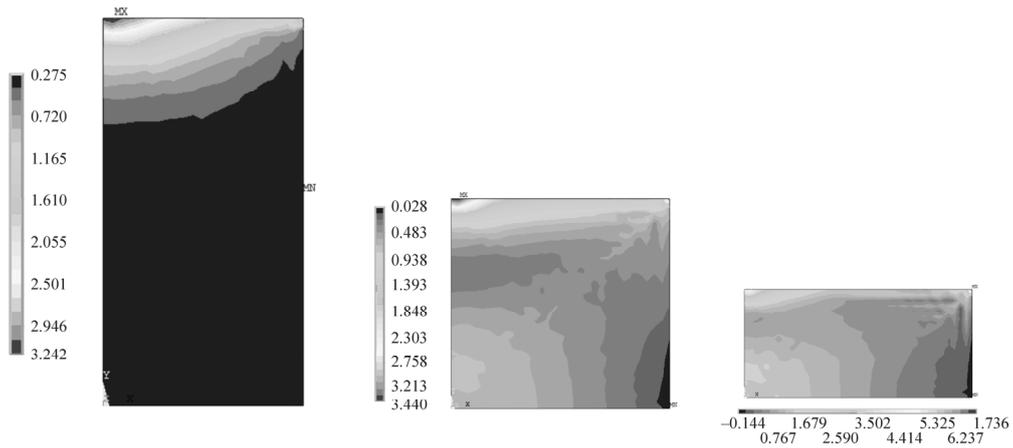


Рис. 2. Распределение коэффициента жесткости  $k$  образцов различной геометрии

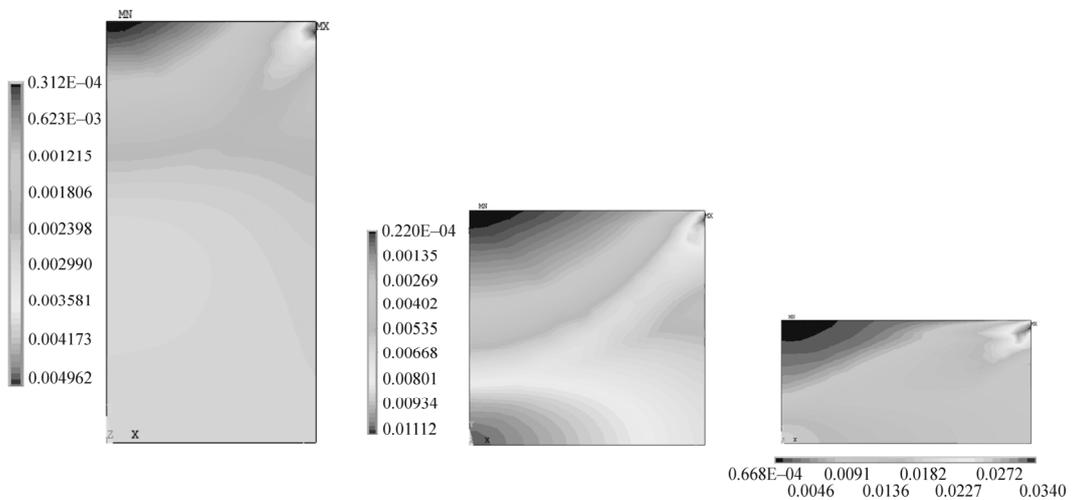


Рис. 3. Поля главной деформации  $\varepsilon_1$  образцов различной геометрии

По аналогии с классическими критериями разрушения введен коэффициент запаса прочности по деформационному критерию

$$n = \frac{\varepsilon_1^*(p/\sigma_i)}{\varepsilon_1}.$$

Поля коэффициента запаса прочности при достижении образцами карналлита предельной деформации показаны на рис. 4.

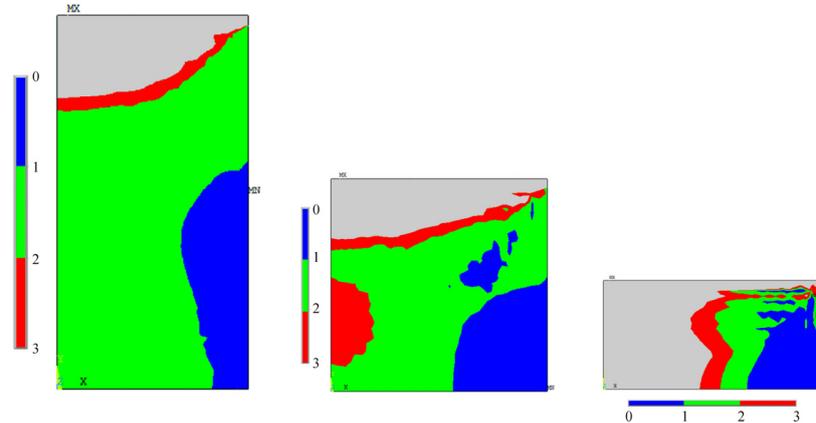


Рис. 4. Поля коэффициента запаса прочности образцов карналлита различной геометрии (синим цветом показаны разрушенные области)

Аналогичным образом численно исследованы процессы деформирования и разрушения образцов пород сильвинита, получены некоторые качественные отличия в поведении образцов по сравнению с карналлитом. Для примера на рис. 5 показаны поля коэффициента запаса прочности образцов сильвинита. Если для низкого образца карналлита разрушение развивается с внешней стороны средней по высоте части образца, то для сильвинита область разрушения появляется также и в центре образца.

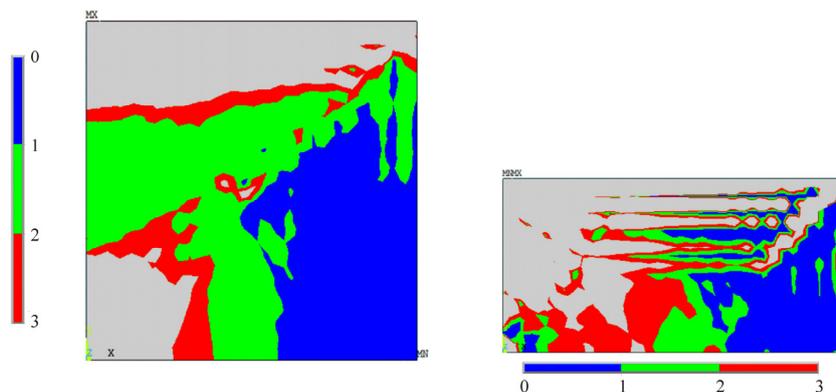


Рис. 5. Поля коэффициента запаса прочности образцов сильвинита

Зависимости  $\varepsilon_1^* = \varepsilon_1^*(p/\sigma_i)$ , определенные численным моделированием экспериментов на сжатие, коэффициенты критерия разрушения (4) имеют вид:

$$\varepsilon_1 \geq \varepsilon_1^*(p/\sigma_i) = k_M(0.012k^2 + 0.136k + 0.5) \quad \text{при } k < 0, \tag{10}$$

$$\varepsilon_1 \geq \varepsilon_1^*(p/\sigma_i) = k_M(9.13k^3 - 1.63k^2 + 1.77k + 0.5) \quad \text{при } k > 0.$$

где  $k_M = 2.1$  для сильвинита;  $k_M = 0.45$  для карналлита.

Кроме этого, рассчитана упругая энергия формоизменения (карналлит, рис. 6), а также неупругая (упруго-вязкопластическая) энергия (карналлит, рис. 7).

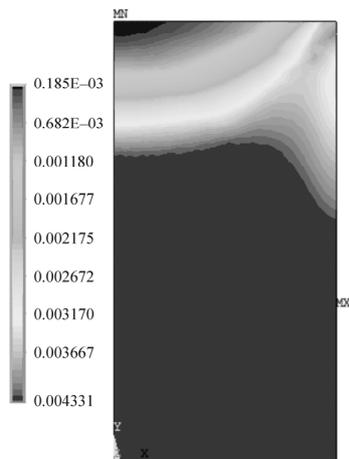


Рис. 6. Распределение упругой энергии (МПа·м<sup>3</sup>) формоизменения,  $h/d = 2$

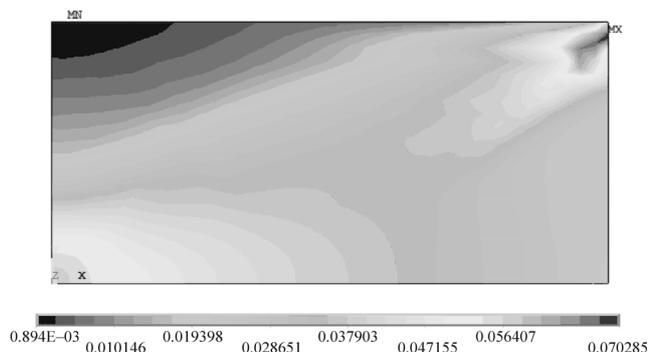


Рис. 7. Распределение неупругой энергии (МПа·м<sup>3</sup>),  $h/d = 0.5$

Отношение суммарной (по образцу) упругой энергии формоизменения  $U_F^e$  к суммарной неупругой энергии  $U_{sum}$  при достижении средней предельной деформации при сжатии образцов свидетельствует о характере (более хрупком или вязком) разрушения образцов. Расчетные данные отношения  $U_F^e / U_{sum}$  (%) представлены в табл. 2.

ТАБЛИЦА 2

Порода	$h/d = 2.0$	$h/d = 1.0$	$h/d = 0.5$
Сильвинит	8.3	4.1	2.0
Карналлит	21.3	10.7	8.5

Таким образом, отношение суммарной упругой энергии формоизменения к суммарной неупругой энергии при переходе к ниспадающей диаграмме деформирования в сильвинитовых образцах приблизительно в 2.6 раза меньше, чем в карналлитовых образцах (для  $h/d = 2$  и  $h/d = 1$ ) и в 4 раза меньше для  $h/d = 0.5$ . Этот факт свидетельствует о характере разрушения образцов: более вязком для сильвинита и более хрупком для карналлита.

## ВЫВОДЫ

Обоснован новый критерий деформационного разрушения соляных пород в виде предельной главной деформации, зависящей от отношения гидростатического давления к интенсивности напряжений.

Проведен численный анализ процесса статического сжатия образцов соляных пород для различного соотношения их высоты и диаметра. Определены вид зависимости и параметры критерия разрушения для образцов пород сильвинита и карналлита Верхнекамского месторождения при статическом нагружении.

Предложенный критерий может применяться для численной оценки потери несущей способности междукамерных целиков и выработок различного назначения в соляных породах, в том числе для оценки потери устойчивости выработок вследствие ползучести под действием горного давления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Муздакбаев М. М., Никифоровский В. С. О прочности материалов на сжатие // ПМТФ. — 1978. — № 2. — С. 154–160.
2. Аптуков В. Н., Константинова С. А., Мерзляков А. Ф. Особенности разрушения образцов перистой каменной соли при испытаниях на сжатие // ФТПРПИ. — 2009. — № 3. — С. 58–66.
3. Бурштейн Л. С. Статические и динамические испытания горных пород. — Л.: Недра, 1970. — 176 с.
4. Кузнецов Г. Н. Механические свойства горных пород. — М.: Углетехиздат, 1947. — 180 с.
5. Карташов Ю. М., Матвеев Б. В., Фадеев А. Б. Прочность и деформируемость горных пород. — М.: Недра, 1973. — 296 с.
6. Указания по защите рудников от затопления и охране объектов на земной поверхности от вредного влияния подземных горных разработок в условиях Верхнекамского месторождения калийных солей. — СПб.: ВНИИГ, 2004. — 90 с.
7. Зильбершмидт В. Г., Зильбершмидт В. В., Наймарк О. Б. Разрушение соляных пород. — М.: Наука, 1992. — 142 с.
8. Барях А. А., Константинова С. А., Асанов В. В. Деформирование соляных пород. — Екатеринбург: УрО РАН, 1996. — 202 с.
9. Рекомендации по расчету устойчивых пролетов очистных выработок на калийных месторождениях. — Л.: ВНИИГ, 1982. — 151 с.
10. Шиман М. И. Предотвращение затопления калийных рудников. — М. Недра, 1992. — 176 с.
11. Колмогоров В. Л. Напряжения. Деформации. Разрушение. — М.: Metallurgy, 1970. — 229 с.
12. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. — М.: Наука, 1969. — 312 с.
13. Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. — М.: Недра, 1985. — 271 с.
14. Аптуков В. Н., Гилев М. В., Константинова С. А., Мерзляков А. Ф. Деформирование и разрушение образцов карналлита первого Соликамского рудника // Маркшейдерия и недропользование. — 2009. — № 6. — С. 61–65.
15. Константинова С. А., Аптуков В. Н. Некоторые задачи механики деформирования и разрушения соляных пород. — Новосибирск: Наука, 2013. — 192 с.
16. Коларов Д., Балтов А., Бончева Н. Механика пластических сред. — М.: Мир, 1979. — 302 с.

*Поступила в редакцию 7/V 2015*