

РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКИХ РЕАГИРУЮЩИХ ЖИДКОСТЕЙ В ДЛИННЫХ ТРУБАХ

А. М. Гришин, В. Б. Немировский

(Томск)

Изучение тепловых режимов течения сильно вязких инертных и химически реагирующих жидкостей привлекает все большее внимание исследователей. Повышенный интерес к этой проблеме объясняется потребностями практики, связанными как с оптимизацией некоторых технологических процессов, так и с их безаварийностью и взрывобезопасностью. К числу таких процессов относятся: переработка и синтез полимеров, стационарные режимы работы реакторов с вязкими жидкостями, течение жидких взрывчатых веществ с большими градиентами скоростей и некоторые другие.

В опубликованных работах, посвященных численному исследованию течения сильно вязких химически реагирующих жидкостей [1—4], использована модель бесконечной трубы, описывающая развитое течение, стабилизированное в гидродинамическом и тепловом отношении. Однако для сильно вязких жидкостей длины гидродинамической и особенно тепловой стабилизации потока могут быть очень велики. Таким образом, для более корректного описания течений вязких жидкостей необходимо учитывать влияние начального участка трубы на формирование полей температуры, скорости потока и концентрации, т. е. решать задачу в двумерной постановке.

Приближенный анализ влияния конечности длины трубы на тепловые режимы течения сильно вязких реагирующих жидкостей сделан в работах [5, 6] при аналитическом исследовании таких течений. Однако, в силу использованного в работах [5, 6] осреднения искомым функций по объему трубы, учет влияния конечной длины трубы сводится лишь к учету времени пребывания жидкости в трубе и особенности течения и теплообмена на начальном участке трубы не учитываются.

В настоящей работе численно решена задача о стационарном течении вязкой реагирующей жидкости в достаточно длинных трубах при постоянном расходе. Получены поля скоростей, температур и глубины превращения для различных расстояний от входа в трубу. На конкретных примерах подтверждено существование двух режимов воспламенения, аналогичных режимам, полученным в работе [4] для случая нестационарного течения в бесконечной трубе с постоянным градиентом давления,—режима самовоспламенения и режима гидродинамического зажигания. Дан анализ влияния условий входа реагирующей жидкости в трубу и ее геометрии на характеристики воспламенения.

Постановка задачи

Рассмотрим стационарное течение несжимаемой вязкой жидкости в длинной цилиндрической или плоской трубе при заданном постоянном расходе жидкости. Будем считать, что в жидкости может идти одна химическая экзотермическая реакция первого порядка. Жидкость поступает в трубу при некоторой постоянной температуре T_0 , а профиль скорости потока на входе в трубу однороден или соответствует параболическому профилю течения Пуазейля. На стенках трубы поддерживается постоянная температура, равная температуре на входе. Поверхность стенок будем считать некаталитической.

Система уравнений, описывающих течение при принятых выше предположениях, в безразмерных переменных имеет следующий вид:

$$\partial/\partial\xi \cdot (u\eta^\varepsilon) + \partial/\partial\eta \cdot (v\eta^\varepsilon) = 0, \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial \xi} + v \frac{\partial u}{\partial \eta} = \text{Pr} \left[\frac{1}{\eta^\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\exp \frac{-b\Theta}{1+\beta\Theta} \eta^\varepsilon \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial \pi}{\partial \xi} \right], \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \bar{c}_p u \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + \bar{c}_p v \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = & \frac{1}{\eta^\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^\varepsilon \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right) - \text{Le} (1 - \bar{c}_{p2}) \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \exp \frac{b\Theta}{1+\beta\Theta} \frac{\partial c_1}{\partial \eta} + \\ & + \delta c_1 \exp \frac{\Theta}{1+\beta\Theta} + \kappa \exp \frac{-b\Theta}{1+\beta\Theta} \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2, \end{aligned} \quad (3)$$

$$u \frac{\partial c_1}{\partial \xi} + v \frac{\partial c_1}{\partial \eta} = \text{Le} \frac{1}{\eta^\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\exp \frac{b\Theta}{1+\beta\Theta} \eta^\varepsilon \frac{\partial c_1}{\partial \eta} \right) - \delta \gamma c_1 \exp \frac{\Theta}{1+\beta\Theta}. \quad (4)$$

Условие постоянства расхода:

$$Q = \int_0^1 u \eta^\varepsilon d\eta = \text{const}. \quad (5)$$

Граничные условия на оси и на стенках трубы:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0; \quad v(\xi, 0) = 0; \quad \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial c_1}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0; \quad (6)$$

$$u(\xi, 1) = 0; \quad v(\xi, 1) = 0; \quad \Theta(\xi, 1) = 0; \quad \left. \frac{\partial c_1}{\partial \eta} \right|_{\eta=1} = 0. \quad (7)$$

Условия на входе в трубу:

$$\begin{aligned} u|_{\xi=0} = & \frac{Q(\varepsilon+1)(\varepsilon+3)}{2} (1-\eta^2) \quad \text{или} \quad u|_{\xi=0} = Q(\varepsilon+1); \\ \Theta|_{\xi=0} = & 0; \quad c_1|_{\xi=0} = 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\eta = r/r_0$, $\xi = x/r_0$ — безразмерные поперечная и продольная координаты; r и x — размерные поперечная и продольная координаты; r_0 — расстояние от оси трубы до стенки; $u = \frac{U r_0}{\lambda / (\rho c_{p1})}$, $v = \frac{V r_0}{\lambda / (\rho c_{p1})}$ — безразмерные продольная и поперечная компоненты вектора скорости; U и V — размерные компоненты скорости; λ — теплопроводность; ρ — плотность жидкости; c_{p1} — теплоемкость реагента; $\pi = \frac{p r_0^2 c_{p1} \rho}{\mu(T_0) \lambda}$ — безразмерное давление; p — размерное давление; $\mu(T_0)$ — вязкость жидкости при начальной температуре T_0 ; $\Theta = \frac{E}{RT_0^2} (T - T_0)$ — безразмерная температура; E — энергия активации химической реакции; \bar{R} — универсальная газовая постоянная; c_1 — концентрация реагента; $\bar{c}_p = \bar{c}_1 + \bar{c}_{p2} (1 - c_1)$ — безразмерная теплоемкость жидкости, содержащей реагент и продукт; $\bar{c}_{p2} = c_{p2}/c_{p1}$ — безразмерная теплоемкость продукта; $\varepsilon = 0$ для течения в плоской трубе, $\varepsilon = 1$ для течения в круглой трубе; $\text{Pr} = \mu(T_0) c_{p1} / \lambda$ — критерий Прандтля; $\text{Le} = c_{p1} \rho D_{12}(T_0) / \lambda$ — критерий Льюиса; $D_{12}(T_0)$ — коэффициент диффузии при температуре T_0 ; $b = E_1/E$ — безразмерный параметр, определяющий температурную зависимость коэффициентов вязкости и диффузии; E_1 — энергия активации вязкого течения; $\beta = \frac{R \bar{R}}{E}$, $\gamma = \frac{c_{p1} \rho R T_0^2}{q E}$ — безразмерные параметры; $\delta = \frac{r_0^2 E q k_0 \exp(-E/RT_0)}{\lambda R T_0^2}$ — критерий Д. А. Франк-

Каменецкого; $\kappa = \frac{\mu(T_0)\lambda E}{r_0^2 c_p^2 \rho^2 RT_0^2}$ — безразмерный параметр, характеризующий интенсивность механических источников тепла; Q — безразмерный расход.

В работе принята экспоненциальная зависимость коэффициентов вязкости и диффузии от температуры, характерная для сильно вязких жидкостей [7]:

$$\mu = \mu_0 \exp(E_1/RT), \quad D_{12} = D_0 \exp(-E_1/RT),$$

где $\mu_0 = \text{const}$ и $D_0 = \text{const}$, а коэффициент теплопроводности считался постоянным. При выводе уравнений (1)–(5) использовались оценки членов уравнений Навье—Стокса, аналогичные соответствующим оценкам, сделанным в работе [8].

Представляет интерес анализ режимов воспламенения при течении весьма вязкой реагирующей жидкости в длинной трубе. Для этой цели численно найдены поля температур, концентраций и скорости при реальных значениях параметров, характеризующих течение. В качестве реагирующих жидкостей выбрана дина, кинетические, теплофизические и механические параметры которой хорошо известны ($c_p = 1591$ Дж/(кг·град), $\rho = 1400$ кг/м³, $q = 3978 \cdot 10^6$ Дж/м³, $k_0 = 2,5 \cdot 10^{13}$ с⁻¹, $E = 146545$ Дж/моль, $E_1 = 28471,6$ Дж/моль [6,9–12], $\lambda = 0,2094$ Дж/(м·с·К) [13]) и сжатый до высокого давления этилен, используемый для получения полиэтилена высокого давления [4] ($c_p = 2720$ Дж/(кг·град), $\rho = 450$ кг/м³, $q = 1505 \cdot 10^6$ Дж/м³, $\lambda = 0,1672$ Дж/(м·с·К), $k_0 = 18,44 \cdot 10^8$ с⁻¹, $E = 133824$ Дж/моль, $E_1 = 26764,8$ Дж/моль). Значения расхода жидкости соответствует изменению $Re = 5,6 \cdot 10^{-4} \div 1,3 \cdot 10^2$, т. е. расчеты проведены для ламинарного течения жидкости. Коэффициент диффузии при T_0 оценивался по формуле, приведенной в [7].

Анализ результатов численного счета

Краевая задача (1)–(8) решена на ЭВМ при помощи итерационно-интерполяционного метода [14]. Градиент давления в уравнении (1) находился с использованием условия постоянства расхода (5), взятого в дифференциальном виде.

При течении вязкой реагирующей жидкости возникают два источника тепловыделения — механический, обусловленный теплотой трения, и химический, обусловленный экзотермической химической реакцией. Причем если максимальное тепловыделение от химической реакции имеет место в области с максимальной температурой, то максимальное тепловыделение от механического источника, пропорциональное квадрату поперечного градиента скорости потока, существенно вблизи стенки трубы, где этот градиент наиболее велик.

Таким образом, при течении вязкой жидкости вблизи стенки трубы возникает максимум температуры. По мере удаления от входа в трубу максимум температуры растет за счет дополнительного тепловыделения от химической реакции и, при этом в результате теплопроводности он перемещается в сторону оси трубы, где условия для протекания химической реакции наилучшие (наибольшая удаленность от стенок трубы, на которых поддерживается постоянная температура).

В зависимости от соотношения между величиной расхода, интенсивностью механических источников тепла и величиной химического источника процесс воспламенения может развиваться следующим образом. Максимум температуры переместится на ось трубы, прежде чем в области максимума возникнут условия для прогрессивного ускорения химической реакции и резкого роста температуры. В этом случае реали-

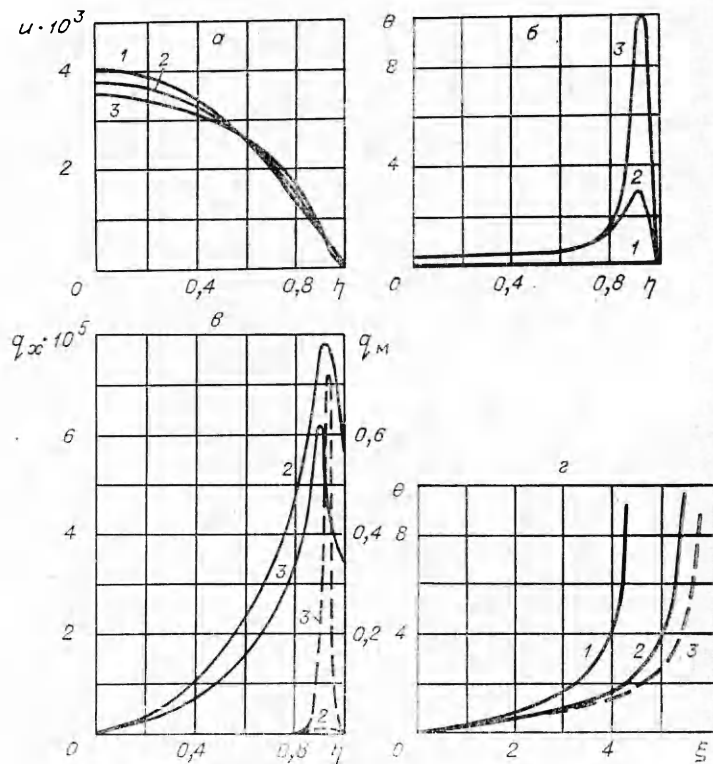


Рис. 1. Режим гидродинамического зажигания при течении дины; $\varepsilon=1$, $\delta=210$, $\kappa=0,16 \cdot 10^{-7}$, $b=0,2$, $\beta=0,026$, $\gamma=0,007$, $c_{p2}=1,2$, $Lc=0,93 \cdot 10^{-4}$.

Для а, б, в ξ равно: 1—0, 2—4,8, 3—5,4.

зуется известный в теории теплового взрыва режим самовоспламенения. При достаточно высокой интенсивности механических источников тепла вблизи стенки трубы регрессивное ускорение химической реакции может возникнуть, прежде чем максимум температуры переместится на ось, и воспламенение будет иметь место вблизи стенки. Поскольку в этом случае основную роль в процессе воспламенения играют гидродинамические факторы (интенсивность механических источников тепла), такой режим может быть назван, по аналогии с работой [4], режимом гидродинамического зажигания.

Анализ результатов численного счета полностью подтвердил описанный выше механизм воспламенения. На рис. 1, а—в изображены профили скорости потока, температуры, химического и механического источника тепла в случае режима зажигания для течения дины в круглой трубе радиуса $r_0=0,02$ м при начальной температуре $T_0=450$ К с расходом, соответствующим средней по сечению скорости потока 0,01 м/с. Из рис. 1, а следует, что по мере удаления от входа параболический профиль скорости несколько деформируется. За счет роста температуры вязкость вблизи стенки уменьшается и скорость возрастает, в то время как в центральной части трубы она падает. В результате градиенты продольной скорости потока в центре трубы уменьшаются, а в пристенной области возрастают. Поэтому области максимальной величины градиента скорости потока (см. рис. 1, а) соответствует резко выраженный пик температуры (см. рис. 1, б), а температура в центральной части трубы практически не отличается от начальной.

На рис. 1, в изображены профили химического (штриховые кривые) и механического (сплошные кривые) источника тепла на некотором

удалении от входа и на расстоянии, на котором происходит зажигание. Из графиков видно, что на расстоянии от входа, соответствующем зажиганию, химический источник в области максимума температуры примерно на шесть порядков больше механического (кривые 3). В непосредственной близости от входа в трубу (кривые не приведены) химический источник больше механического примерно на два порядка.

Таким образом, механический источник играет роль начального импульса, инициирующего зажигание вблизи стенки трубы. В то время как величина химического источника в области пика температуры резко растет, достигая к моменту зажигания значения, превышающего начальное на несколько порядков, величина механического источника незначительно уменьшается. Слабое изменение механического источника в области пика температуры объясняется тем, что уменьшение вязкости вследствие роста температуры компенсируется ростом градиента скорости потока в этой области.

На рис. 1, *г* изображено изменение температуры в точке, в которой возникает зажигание, по мере удаления от входа в трубу. Кривая 1 соответствует течению в плоской, кривые 2 и 3 — в круглой трубе при одном и том же значении расхода для параболического и однородного профиля скорости на входе трубы. Из рис. 1, *г* следует, что если длина трубы превышает некоторую критическую величину, зависящую от геометрии трубы при заданных значениях σ , Q и κ , то на некотором расстоянии от входа, большем этой величины, происходит резкий рост температуры вследствие прогрессивного ускорения химической реакции, соответствующий зажиганию. Для приведенного случая течения дини критическая длина трубы $\xi_{кр} = 5,4$ (размерное расстояние от входа $x_{кр} = 0,108$ м).

На рис. 2, *а—в* представлены профили скорости потока, температуры механического и химического (сплошная и штриховая линии соответственно) источника, а на рис. 2, *г* — изменение температуры на оси трубы по мере удаления от входа для режима самовоспламенения в случае реакции полимеризации этилена в трубчатом реакторе радиуса 0,02 м при $T_0 = 500$ К и расходе, соответствующем средней по сечению трубы скорости потока 0,5 м/с. В качестве характерной вязкости при начальной температуре выбрана средняя вязкость, отвечающая 20% конверсии мономера в полимер: $\mu(T_0) = 0,07$ Н·с/м².

В отличие от зажигания в режиме самовоспламенения скорость в центральной части трубы с ростом ξ увеличивается, а в пристенной области падает. Это происходит вследствие того, что в окрестности места воспламенения максимум температуры успевает переместиться на ось трубы, в результате чего вязкость в центре трубы уменьшается, а скорость увеличивается. Из анализа рис. 2, *г* следует, что режим самовоспламенения возникает, когда длина трубы на много порядков превышает ее радиус (в приведенном примере $\xi_{кр} = 2700$ или $x_{кр} = 54$ м), в то время как режим зажигания может иметь место в относительно коротких трубах.

Если величина δ меньше некоторого критического для данных Q и κ значения $\delta_{кр}$, то имеет место режим невоспламенения. На рис. 3, *а—в* представлены профили скорости, температуры химического (штриховые кривые) и механического (сплошные кривые) источника и изменение температуры в центре трубы по мере удаления от входа для режима невоспламенения в случае полимеризации этилена в трубе радиуса 0,01 м при температуре 500 К и расходе, соответствующем средней скорости потока 1 м/с. На рис. 3, *г* приведено изменение температуры с ростом ξ .

Из рис. 3, *б* следует, что на начальном участке трубы максимум температуры переходит из пристенной области на ось трубы. Температура в трубе незначительно возрастает, в результате увеличиваются потери тепла за счет теплопроводности (растет тепловой поток в стен-

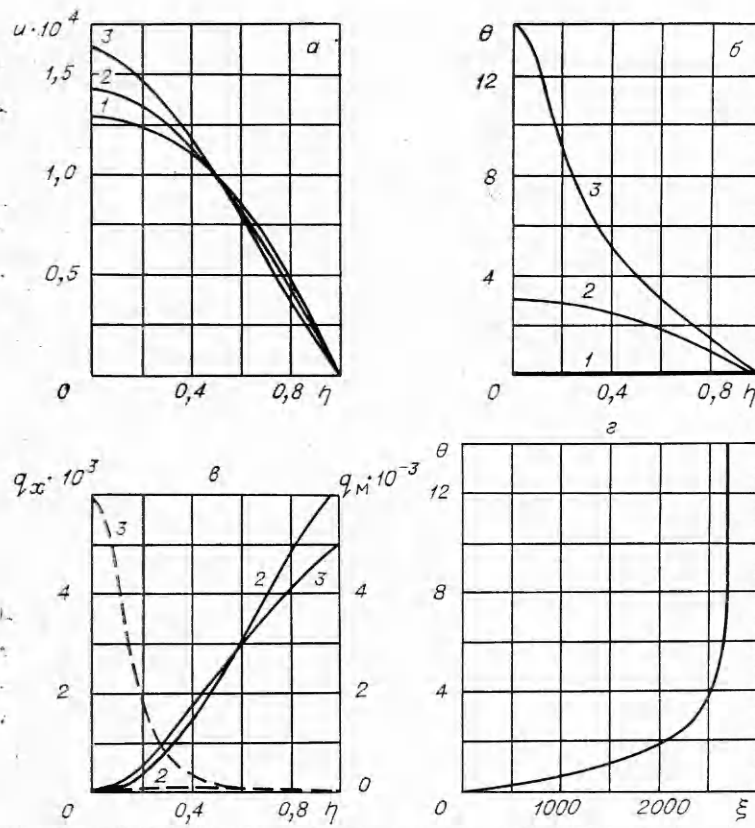


Рис. 2. Режим самовоспламенения при полимеризации этилена в трубчатом реакторе; $\varepsilon=1$, $\delta=5,42$, $\kappa=0,13 \cdot 10^{-10}$, $b=0,2$, $\beta=0,031$, $\gamma=0,013$, $\bar{c}_{p2}=0,9$, $Le=0,18 \cdot 10^{-3}$.
 ξ равно: 1—0, 2—2400, 3—2700.

ку трубы). Конвективный унос тепла практически не изменяется (см. рис. 3, а). В то же время уже на начальном участке трубы химический источник в пристенной области уменьшается за счет выгорания реагента. Уменьшается и механический источник. Вследствие этого на значительном удалении от входа в трубу возрастание температуры сменяется уменьшением ее вначале у стенки, а затем и во всем сечении трубы.

Описанные выше результаты численного счета получены при задании на входе параболического профиля скорости потока. В случае задания однородного профиля скорости на входе качественно картина воспламенения не изменяется, однако в количественном отношении описанные явления несколько «запаздывают» по сравнению со случаем параболического профиля скорости на входе. Причем наибольшее различие достигается в режиме гидродинамического зажигания. В режиме самовоспламенения при задании однородного профиля скорости на входе температура растет несколько медленнее по мере удаления от входа в трубу, чем в случае параболического профиля. Однако воспламенение возникает практически на том же расстоянии от входа в трубу. В режиме гидродинамического зажигания при однородном профиле на входе воспламенение происходит на большем удалении от входа (штриховая кривая на рис. 1, г), чем в случае параболического профиля.

Из результатов численного счета следует, что при задании однородного профиля скорости потока в непосредственной близости от входа величина механического источника тепла в пристенной области полу-

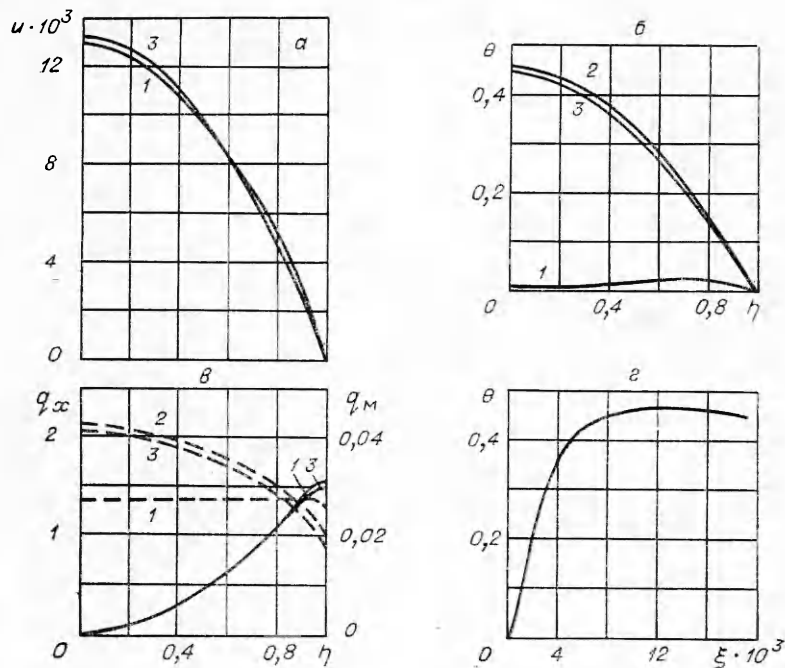


Рис. 3. Режим невоспламенения при полимеризации этилена в трубчатом реакторе; $\varepsilon=1$, $\delta=1,36$, $\kappa=0,52 \cdot 10^{-10}$, $b=0,2$, $\beta=0,031$, $\gamma=0,013$, $\bar{c}_{p2}=0,9$, $Le=0,18 \cdot 10^{-3}$.

ξ равно: 1 — 180, 2 — 10 260, 3 — 18 000.

чается на два-три порядка меньше в непосредственной близости от входа, чем при параболическом профиле. Вследствие этого процесс воспламенения при однородном профиле несколько «запаздывает». Полученные результаты указывают на необходимость учета влияния начального участка трубы при анализе течения вязких реагирующих жидкостей.

Поступила в редакцию
21/IX 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Бостанджиян, А. Г. Мержанов, Н. М. Пручкина. ПМТФ, 1968, 5.
2. А. П. Амосов, С. А. Бостанджиян и др. ФГВ, 1976, 12, 1.
3. А. М. Гришин. ПМТФ, 1967, 3.
4. А. М. Гришин, В. Б. Немировский, В. Ф. Панин. ФГВ, 1977, 13, 2.
5. А. М. Столин. ФГВ, 1975, 11, 3.
6. И. Г. Дик. ФГВ, 1976, 12, 1.
7. Я. И. Френкель. Кинетическая теория жидкостей. Л., «Наука», 1975.
8. I. C. Williams. Thesis University of Southern California, June, 1962.
9. А. М. Столин, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1971, 7, 4.
10. А. С. Штейнберг, Б. М. Слуцкер, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1970, 6, 4.
11. В. В. Барзыкин, Э. А. Штессель и др. ФГВ, 1971, 7, 2.
12. Э. И. Максимов, Ю. М. Максимов, В. Ф. Чуков. ФГВ, 1971, 7, 2.
13. А. П. Денисюк, В. Г. Хубаев, Ю. Г. Шепелев. ФГВ, 1977, 13, 1.
14. А. М. Гришин, В. Н. Берцун. Докл. АН СССР, 1974, 214, 4.