

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ В УЗКОЙ ЩЕЛИ

В. Д. Жак, В. А. Мухин, В. Е. Накоряков, С. А. Сафонов

(Новосибирск)

Хорошо известно устройство Хеле — Шоу, предназначенное для исследования характера потенциального потока, обтекающего тела различной формы [1]. Это же устройство широко используется для моделирования процессов фильтрации как при напорном, так и при безнапорном движении [2].

Течения в зонах смещения при больших скоростях в такого рода установках исследовались только в [3, 4], где, к сожалению, не дано верной интерпретации очень интересных, впервые обнаруженных явлений.

В настоящей работе приводятся результаты теоретического и экспериментального исследований ламинарного струйного течения в узкой щели, а также некоторые экспериментальные данные по турбулентному струйному течению.

Рассмотрим струю, вытекающую из плоского сопла шириной $d = 2r \gg h$ в затопленное пространство щели. Толщина щели и сопла одинаковая. Конфигурация исследуемой области течения показана на фиг. 1.

Основные уравнения движения для трехмерного случая имеют вид

$$(i) \quad \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \\ u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right), \\ \partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z &= 0. \end{aligned}$$

В узкой щели из-за малости поперечного размера уравнения можно существенно упростить

$$(2) \quad \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \\ \partial u / \partial x + \partial v / \partial y &= 0. \end{aligned}$$

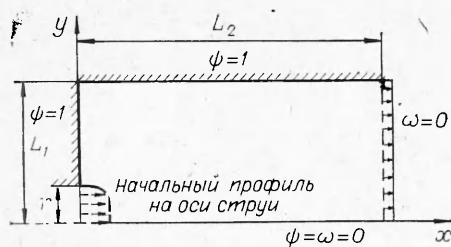
Будем предполагать, что в каждом сечении щели для каждой из компонент скорости локально реализуется профиль Пуазейля:

$$(3) \quad \begin{aligned} u &= u_m(x, y)(1 - 4z^2/h^2) = u_m(x, y)f(z), \\ v &= v_m(x, y)(1 - 4z^2/h^2) = v_m(x, y)f(z). \end{aligned}$$

Подставляя (3) в (2) после интегрирования по z от $z = -h/2$ до $z = h/2$, получим

$$(4) \quad \begin{aligned} u_m \frac{\partial u_m}{\partial x} + v_m \frac{\partial u_m}{\partial y} &= -\frac{15}{8} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{5}{4} \nu \Delta u_m - 15 \frac{\nu}{h^2} u_m, \\ u_m \frac{\partial v_m}{\partial x} + v_m \frac{\partial v_m}{\partial y} &= -\frac{15}{8} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{5}{4} \nu \Delta v_m - 15 \frac{\nu}{h^2} v_m, \\ \partial u_m / \partial x + \partial v_m / \partial y &= 0. \end{aligned}$$

Система уравнений (4), описывающая движение жидкости в щели, находится в соответствии с уравнением Рахматулина — Нигматулина [5, 6]



Фиг. 1

для движения многофазных сред с остановленной диспергированной фазой. При пренебрежении инерционными и вязкими членами получаем уравнение течения Хеле — Шоу, совпадающее с уравнениями теории фильтрации. Учет вязких членов при пренебрежении инерционными членами дает уравнение Бринкмана [7].

Численное решение задачи о ламинарной струе проводилось на основе системы уравнений (4), записанной в переменных (функция тока — завихренность):

$$(5) \quad \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial y} = \frac{5}{3} \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\Delta \bar{\omega}}{r/h} - 12 \frac{r}{h} \bar{\omega} \right), \quad \Delta \bar{\psi} = \bar{\omega},$$

$$\text{где} \quad \bar{\psi} = \frac{\psi}{1,5ur}; \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{1,5u/r}; \quad \text{Re} = \frac{u2h}{\nu}; \quad \tilde{x} = \frac{x}{r}; \quad \tilde{y} = \frac{y}{r}.$$

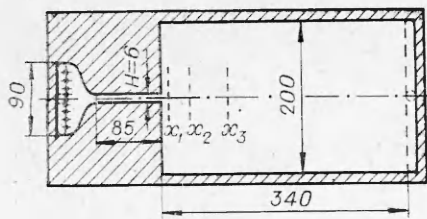
Граничные условия на срезе сопла задавались в соответствии с решением системы (4) без учета конвективных членов (стабилизированное течение). Граничные условия для ψ и ω на правой границе расчетной области соответствовали равномерному профилю продольной скорости; на оси симметрии $\psi = \omega = 0$, на стенке $\psi = 1$, а ω определялось из условия Вудса [8] по явной схеме [9].

Расчеты проводились с использованием схемы «upwind» [9] на измельчающихся неравномерных сетках 10×10 , 19×19 , 37×37 с промежуточной интерполяцией.

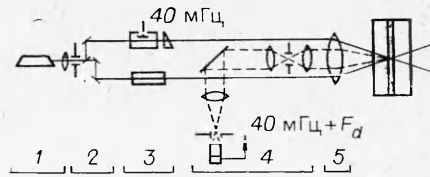
В струйной части течения относительные изменения в значениях скорости на оси струи при первом измельчении сетки составляют 20—40%, а при последующем — от 3 до 7% (в зависимости от Re). Для выполнения условия $\max(\omega_{ij}^{n+1} - \omega_{ij}^n) < 5 \cdot 10^{-5} \max(\omega_{ij}^n)$ (n — номер итерации) требовалось около 2 ч работы процессора М 4030.

При ламинарном течении хорошие результаты удалось получить при введении в поток струек подкрашенной жидкости. Подкрашенная жидкость вводилась через отверстия в стенке канала во входном конфузоре участка сопла (фиг. 2), что исключало искажающее влияние струек подкрашенной жидкости на основное течение в щели. При таком способе визуализации удалось получить картину линий тока практически по всему полю щели до $\text{Re} = 4700$.

Экспериментальное исследование полей скорости в щели проводилось с помощью лазерно-доплеровского измерителя скорости фирмы TSI системы 9100-8. Измерение скорости и визуализация течения проводились на одинаковых моделях (см. фиг. 2). Ширина щели $h = 0,625$ мм. Опытная модель была включена в контур с баком постоянного уровня. В качестве рабочей жидкости использовалась дистиллированная вода с добавлением порошка карбида кремния (с размером частичек 1,5 мкм) в качестве рассеивающих частиц. Температура жидкости в контуре поддерживалась постоянной (с точностью $\pm 0,1^\circ\text{C}$). Расход жидкости измерялся ротаметром, установленным на выходе из рабочего участка. Вся внутренняя вставка (см. фиг. 2) изготовлена из листового стеклотекстолита толщиной 0,625 мм и размещена между двумя пластинами из оргстекла толщиной 24 мм. На входе и выходе жидкости из опытного участка в оргстеклянных пластинах сделаны углубления (глубина 14 мм, ширина 10 мм). Длина углубления на входе равнялась ширине конфузора (90 мм), на выходе — ширине щели (200 мм). С помощью этих углублений образовывались входной и выходной коллекторы, обеспечивающие равномерное распределение скорости по ширине входного конфузора и на выходе из



Фиг. 2

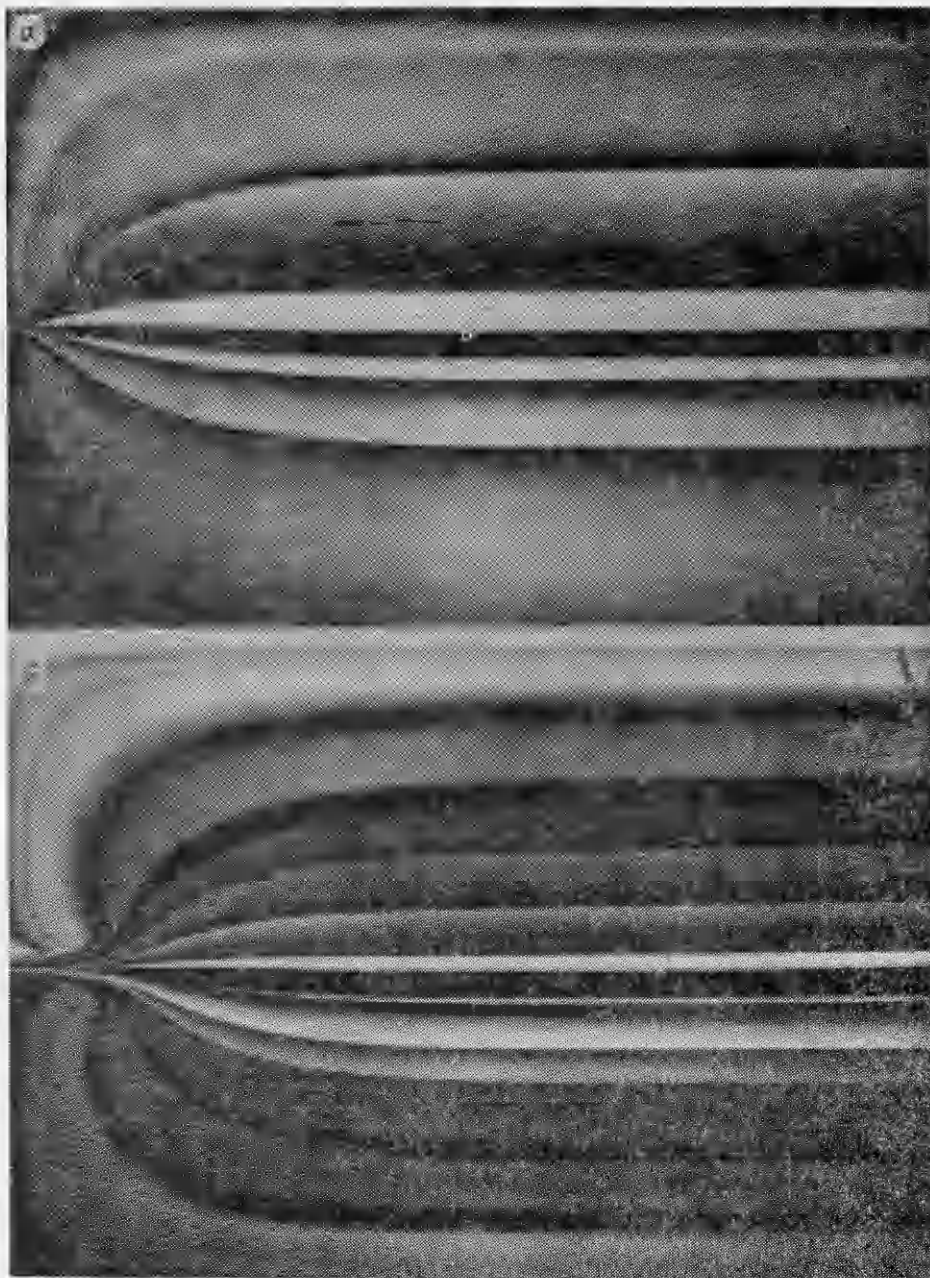


Фиг. 3

щели. Длина сопла составляла 85 мм ($L/2h = 70$), что позволило получить стабилизированное течение на выходе из сопла до $Re \approx 7000$. Опытный участок размещался на координатном столике, с помощью которого можно было осуществлять перемещение по трем координатам с точностью порядка 0,1 мм. Схема измерений показана на фиг. 3, где 1 — лазер с коллиматором, 2 — расщепительная линза, 3 — сдвиговая ячейка, штриховой линией обозначена приемная оптика. Фокусирующая линза 5 с фокусным расстоянием 121,4 мм создавала в области пересечения лучей измерительный объем длиной 0,35 мм. Для уменьшения длины измерительного объема между приемной оптикой 4 и фокусирующей линзой устанавливался расширитель луча, что позволило сократить длину измерительного объема, которая в наших опытах составляла 150 мкм. Измерения скорости жидкости проводились только в центральной плоскости щели. Проведена оценка погрешности измерений скорости, связанной с конечностью величины измерительного объема, в предположении, что в поперечном направлении в каждом сечении щели профиль скорости имел параболический характер (профиль Пуазейля). Такая оценка дает величину максимальной погрешности в измерениях скорости порядка 6%.

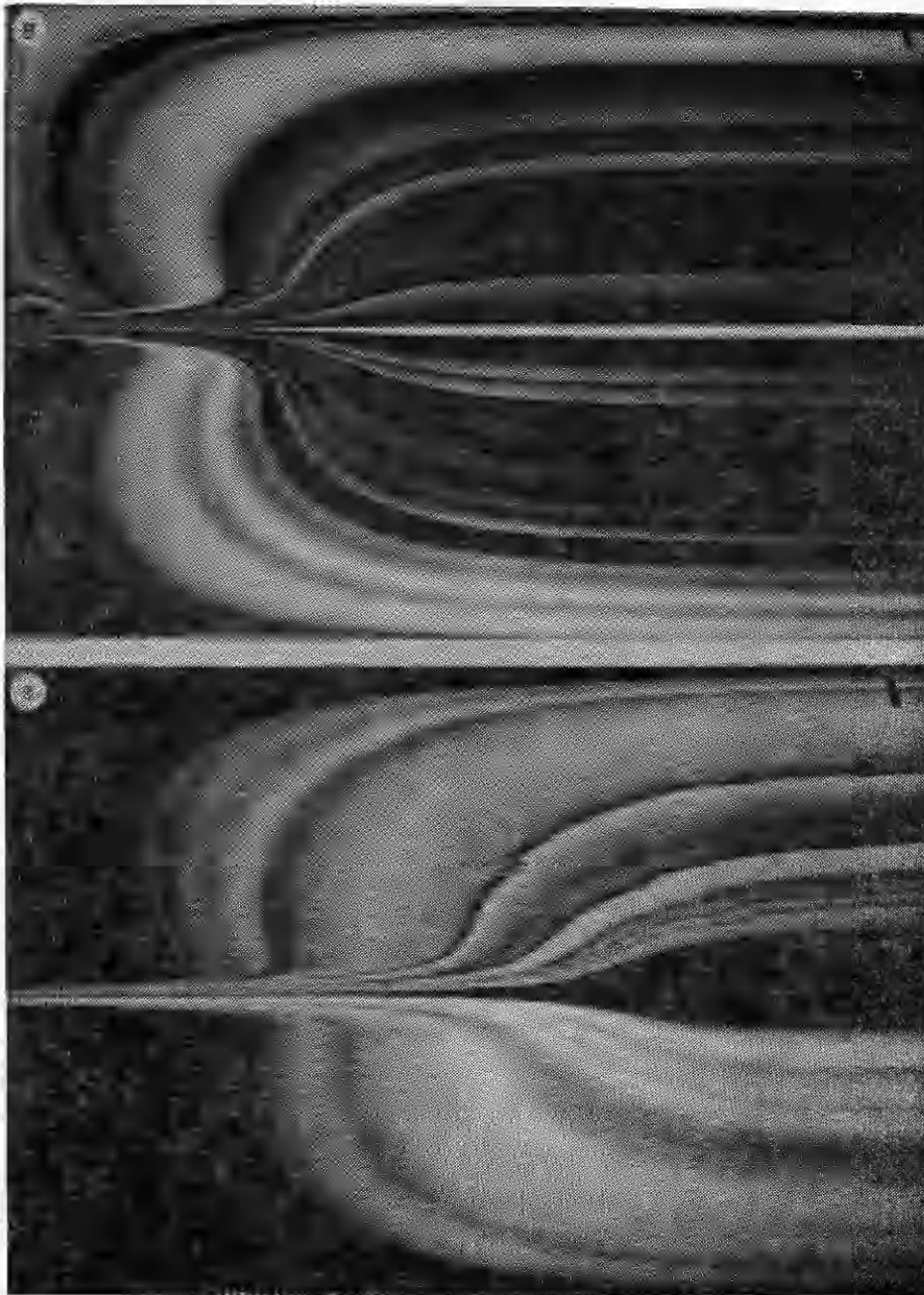
Доплеровский сигнал с выхода фотоумножителя поступал на смеситель, а затем — на счетную электронику (модель 1980), где доплеровская частота обрабатывалась по обычной методике. Цифровой выход электроники подключался к вычислительной машине Apple 6200, в которую вводились с клавиатуры частота смесителя, параметры оптической схемы, число обрабатываемых доплеровских циклов, количество выборок и интервал времени между выборками (0,02 и 0,01 с).

Результаты исследования структуры течения при визуализации течения с помощью струек подкрашенной жидкости на модели, изображенной на фиг. 2, приведены на фиг. 4, а на фиг. 5 — результаты расчетов, выполненных на основании системы уравнений (5) для тех же условий, при которых проведена визуализация течения ($a - Re = 300$, $b - Re = 1000$, $c - Re = 2000$, $d - Re = 3300$, $e - Re = 4700$). Отчетливо видно, что течение в узкой щели, формирующееся при вытекании струи в затопленное пространство, разделяется на две части: область струйного течения и область течения с малыми скоростями. Точки, в которых наблюдается отклонение линий тока от начальных прямолинейных участков, очерчивают область струйного течения. С увеличением Re длина факела струйного течения увеличивается. Удовлетворительное качественное соответствие расчета и эксперимента наблюдается до $Re \approx 2000$. При больших Re это соответствие ухудшается, на фотографиях отчетливо видны турбулентные возмущения, образовавшиеся в приосевой зоне и распространяющиеся вниз по потоку. При $Re \approx 4700$ в потоке наблюдаются крупномасштабные турбулентные образования. Интенсивность возмущений уменьшается при удалении (как по x , так и по y) от места их образования. При дальнейшем увеличении Re наблюдается резкое изменение структуры потока — течение становится явно турбулентным; струйки подкрашенной жидкости размываются — течение становится невидимым. Как указано выше, при исследованиях струйного течения в щели выявляется характерная его особенность — резкое искривление линий тока, что свидетельствует о переходе от струйного течения, где существенную роль



играют силы инерции, к течению с малыми скоростями. Последнее определяется взаимодействием сил давления и сил трения. Резкое искривление линий тока в «плоском» струйном течении (речь идет о струе, развивающейся в пространстве между двумя близко расположенными плоскими пластинами) обусловлено сильным влиянием трения о боковые стенки канала.

Визуализация показывает также, что в начале опытного участка формируется область с малыми скоростями («застойная зона»), которая вплотную примыкает к боковой линии канала и к высокоскоростному струйному течению, направленному вдоль оси. Движение в этой области может происходить в направлении, противоположном основному течению. Основное течение в щели при увеличении Re как бы отодвигается от начала участка, размеры «застойной зоны» увеличиваются.

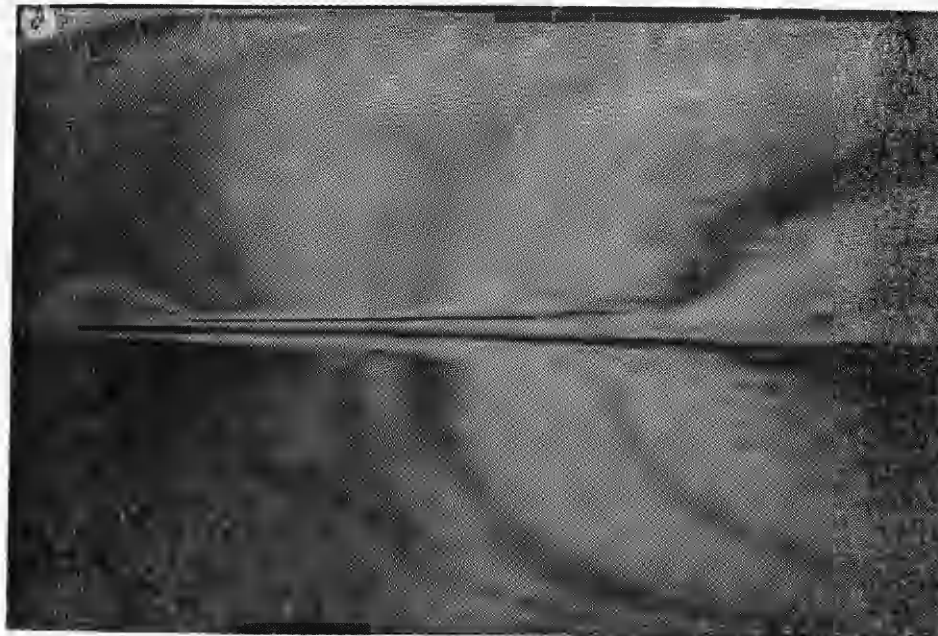


Ф и г. 4

У устья сопла формируется замкнутая вихревая область (образовалась при $Re = 1000$), размеры которой с ростом Re увеличиваются. Расчеты достаточно хорошо отражают действительную картину течения, однако структуру линий тока в застойной зоне из-за ограниченной точности расчетов получить не удалось.

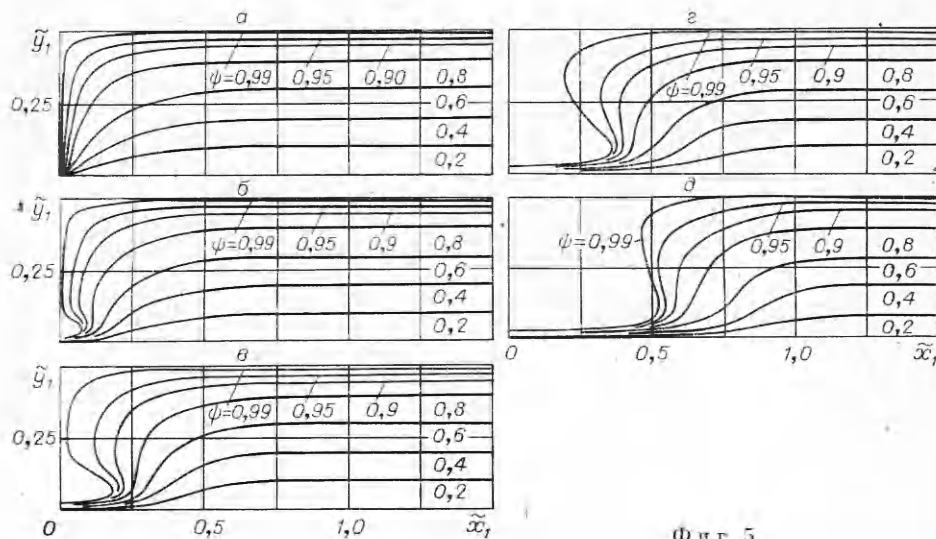
На фиг. 6—9 приведены результаты измерений продольной составляющей скорости, средних пульсаций скорости, степени турбулентности, полученных с помощью лазерного доплеровского измерителя скорости, для тех же Re , для которых была проведена визуализация течения. На фиг. 6—9 введены обозначения:

$$\bar{x} = x/2r; \quad \bar{u} = u/\bar{u}_1; \quad \bar{u}' = u'/\bar{u}_1; \quad \varepsilon = u'/u;$$

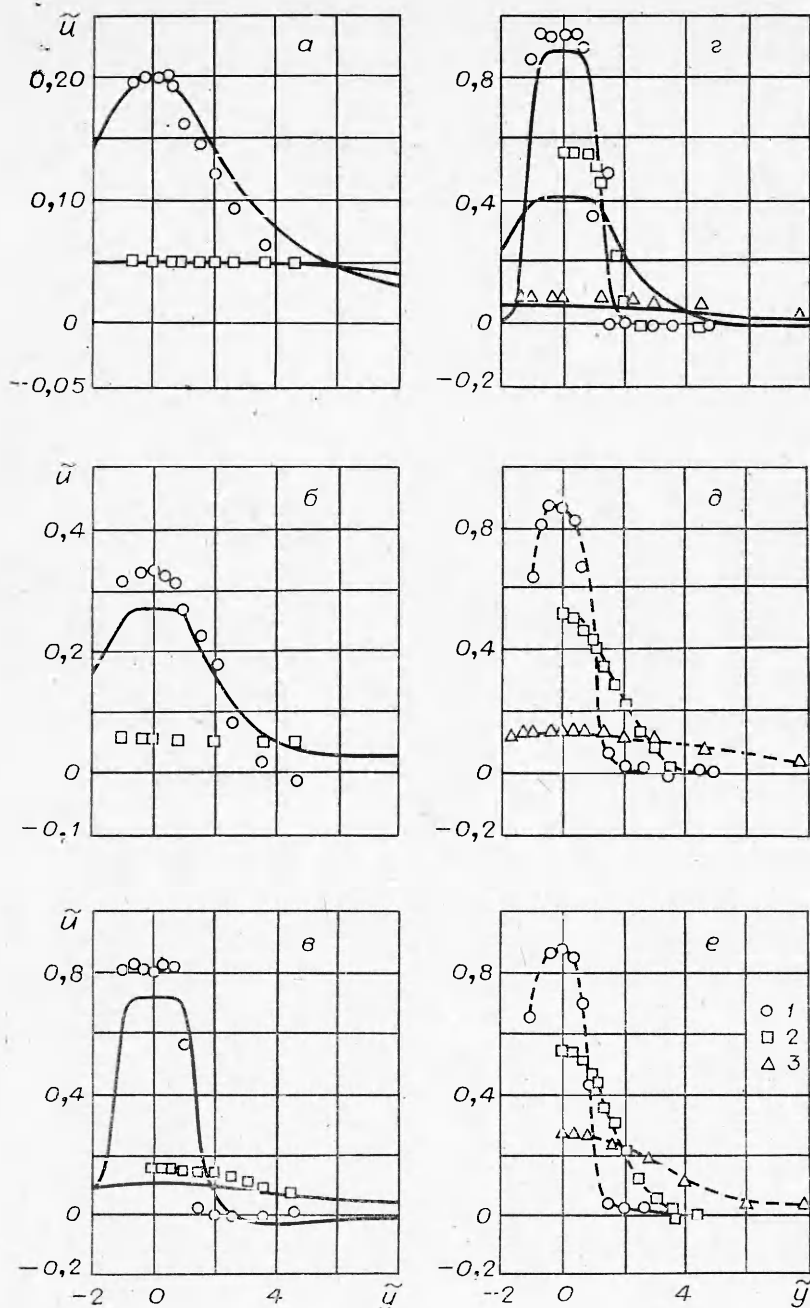


\bar{u}_1 — значение среднерасходной скорости на выходе из сопла; u' — значение среднеквадратичных пульсаций скорости; u — текущее значение средней скорости. На фиг. 6: *a* — $Re = 130$, *б* — $Re = 300$, *в* — $Re = 1000$, *г* — $Re = 2000$, *д* — $Re = 3300$, *е* — $Re = 4700$; *a* — $\tilde{x} = 1,7$, *б* — $\tilde{x} = 6,7$, *в* — $\tilde{x} = 15$; *e* — $\tilde{x} = 1,2$, *д* — $\tilde{x} = 6,7$, *з* — $\tilde{x} = 12,5$; сплошные линии — расчет; штриховые — эксперимент. На фиг. 7: *1* — $Re = 1000$, *2* — $Re = 2000$, *3* — $Re = 3300$, *4* — $Re = 4700$, *5* — $Re = 7300$; $\tilde{x} = 3,33$. На фиг. 8: *1* — u , *2* — ε , *3* — \tilde{u}' , $Re = 4700$, $\tilde{y} = 0$. На фиг. 9: *1*—*6* — эксперимент; *7*—*12* — расчет по уравнениям (5); *13*—*18* — расчет по уравнению (6); *1, 7, 13* — $Re = 130$; *2, 8, 14* — $Re = 300$; *3, 9, 15* — $Re = 1000$; *4, 10, 16* — $Re = 2000$; *5, 11, 17* — $Re = 3300$; *6, 12, 18* — $Re = 4700$; $\tilde{y} = 0$.

На фиг. 10 показано изменение относительной скорости на оси сопла (на расстоянии 1,5 мм от выхода вверх по потоку) в зависимости от Re .



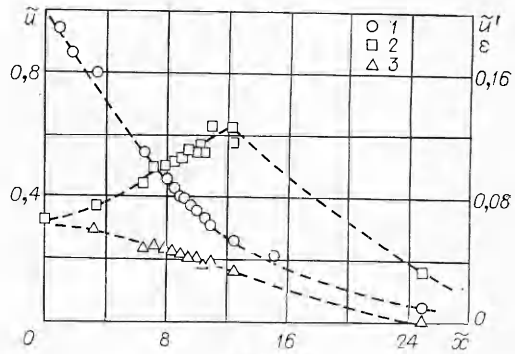
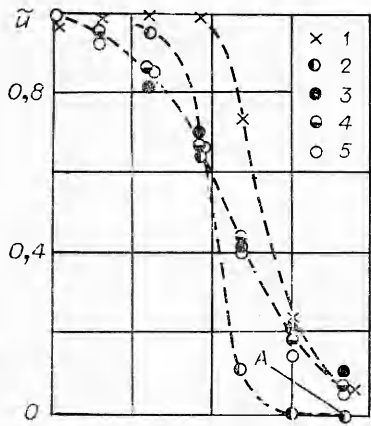
Фиг. 5



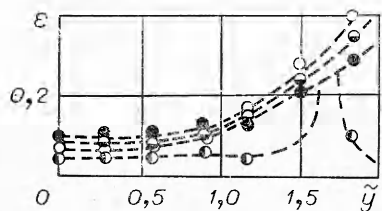
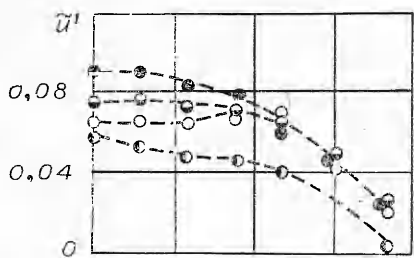
Фиг. 6

Видно, что до $Re = 10^3$ $u_1 = 1,5 \bar{u}$, что соответствует ламинарному течению между двумя параллельными пластинами. Если учесть, что размеры поперечного сечения сопла $6 \times 0,625$ мм, то в соответствии с [10] мы должны были бы для стабилизированного течения в канале получить величину, в 1,07 раза большую. Однако, учитывая ограниченную точность измерений ($\pm 5\%$), такое совпадение можно признать удовлетворительным. Из фиг. 10 видно, что при $Re = 1000$ профиль скорости в выходном сечении сопла становится все более заполненным, что свидетельствует о переходе от ламинарного режима течения к турбулентному.

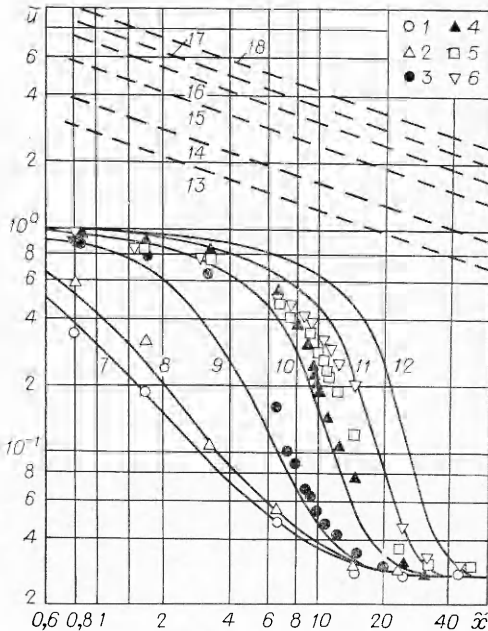
Рассмотрим изменение продольной составляющей скорости вдоль x и y при различных Re . Видно, что на кривых распределения скорости



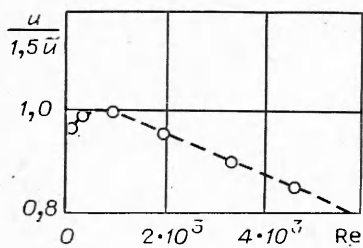
Фиг. 8



Фиг. 7



Фиг. 9



Фиг. 10

вдоль оси y вблизи оси x наблюдаются участки, на которых продольная составляющая скорости постоянна, что говорит о наличии своеобразного «начального участка». В пределах такого начального участка в отличие от начального участка обычной струи скорость вдоль оси x

уменьшается. Длина начального участка возрастает с увеличением Re .

Распределение скорости по оси струи (вдоль x) и по оси y (при различных значениях x) при $Re = 130; 300$ удовлетворительно совпадает с численным расчетом, выполненным по уравнениям (5). Из сравнения экспериментальных данных с расчетом видно, что при $Re = 10^3$ между ними наблюдается некоторое различие (экспериментальные данные располагаются несколько выше), с увеличением Re различие возрастает. Причину этого, возможно, следует искать в отклонениях локальных профилей скорости от параболического закона.

При дальнейшем увеличении скорости движения ($Re \geq 2000$) начинают существенно проявляться турбулентные эффекты. В переходном режиме течения возрастают относительные пульсации скорости (отнесены

к текущему значению скорости на оси). Максимальные значения относительных пульсаций скорости имеют место на оси струи. Начиная от $Re = 3300$ и больше распределения относительной скорости поперек струи (вдоль y) практически совпадают между собой. То же самое можно сказать относительно распределения скорости вдоль оси x .

При $Re = 7300$ распределение относительных пульсаций скорости поперек струи изменяет вид, максимальное значение пульсации приобретают в точке, соответствующей точке перегиба профиля скорости (по оси y), как это имеет место в обычной турбулентной струе. Величина пульсаций продольной составляющей скорости при этом оказывается в 2,5 раза меньше, чем в обычной струе, и приблизительно соответствует величине пульсаций скорости на оси канала прямоугольного сечения. В переходном и турбулентном ($Re \geq 3300$) режимах течения трение о стенки канала резко возрастает, и естественно, что при этом значения скорости лежат существенно ниже расчетов для ламинарного режима течения. В верхней части фиг. 9, на которой показано распределение скорости вдоль оси x (при различных Re), штрихпунктирные линии получены путем расчета по формуле Шлихтинга — Бикли:

$$(6) \quad \tilde{u} = (0,4543/u_1)(K^2/\nu x).$$

Расчет проводился при условии равенства начального импульса плоской струи начальному импульсу струи, распространяющейся в узкой щели. Такое сравнение, конечно, имеет чисто условный характер, оно лишь указывает на существенные различия в законах изменения скорости вдоль оси струи. На фиг. 8 наряду с изменением продольной составляющей скорости показано изменение относительных пульсаций продольной составляющей скорости и степени турбулентности по оси струи. Видно, что величина относительных пульсаций скорости уменьшается при удалении от среза сопла и от оси струи (см. фиг. 7), степень турбулентности сначала возрастает и достигает максимума, а затем уменьшается до величины, существенно меньшей начальной (на срезе сопла). Таким образом, по мере убывания скорости (по x и y) происходит ламинаризация течения. Следует отметить большую устойчивость струйного течения в щели. Известно, что в обычной плоской струе уже при $Re = 60$ течение становится неустойчивым и наблюдается переход к турбулентному режиму течения. Струя, распространяющаяся в узкой щели, сохраняет устойчивость до $Re = 2000$ (напомним, что Re подсчитывается по средней расходной скорости на выходе из сопла и удвоенной ширине щели).

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
2. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. М.: Мир, 1971.
3. Бычков Ю. М. Визуализация тонких потоков несжимаемой жидкости. Кишинев: Штиинца, 1980.
4. Бычков Ю. М. Гидродинамика тонких потоков несжимаемой жидкости. Кишинев: Штиинца, 1981.
5. Рахматулин Х. А. Основы газодинамики взаимно проникающих движений сжимаемых сред.— ПММ, 1956, т. 20, вып. 2.
6. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
7. Brinkman H. C. A calculation of the viscous force exerted by flowing fluid on a dense swarm of particles.— Appl. Sci. Research, 1949, v. A1, N 1.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
9. Госмен А. Д., Пан В. М., Ранчел А. К. и др. Численные методы исследования течений вязкой жидкости. М.: Мир, 1972.
10. Петухов Б. С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М.: Энергия, 1967.

Поступила 27/IV 1984 г.