

**ЭВОЛЮЦИЯ И ОТРЫВ КАПЕЛЬ И ПУЗЫРЕЙ
ПРИ ИХ МЕДЛЕННОМ РОСТЕ**

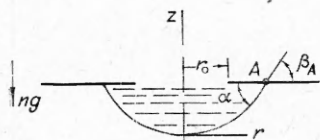
Л. А. Слобожанин, А. Д. Тюпцов

(Харьков)

Изучается осесимметричная задача о деформации свободной поверхности при медленном росте капель или пузырей, контактирующих с горизонтальной твердой стенкой (как сплошной, так и имеющей круговое отверстие). Определяется их объем в момент отрыва. Предполагается, что жидкость подвержена действию сил поверхностного натяжения и отрицательных перегрузок гравитационного поля.

1. Пусть жидкая капля (газовый пузырь) осесимметричной формы находится на нижней (соответственно на верхней) поверхности твердой горизонтальной пластины под действием капиллярных сил и сил тяжести интенсивности ng ($g=9.81$ м/с², n — коэффициент перегрузки), направленных вертикально вниз. Пластина может быть сплошной или иметь круглое отверстие радиуса r_0 с центром, расположенным на оси симметрии свободной поверхности жидкости (фиг. 1).

Будем считать, что объем капли (или пузыря) медленно возрастает, например, за счет конденсации (испарения) жидкости или принудительного выдавливания жидкости (или газа) через отверстие в пластине. Скорость роста считаем настолько малой, что по сравнению с силами тяжести и поверхностного натяжения.



Ф и г. 1

В этих предположениях нужно определить деформацию свободной поверхности жидкости и критическое значение v^* объема, при котором произойдет отрыв капли (пузыря) от твердой стенки. Задачу будем рассматривать как квазистатическую. Она формулируется следующим образом:

найти равновесную форму капли (пузыря), если объем жидкости (газа) в данный момент времени равен v при известных значениях коэффициента поверхностного натяжения σ на свободной поверхности, плотности ρ и угла смачивания α жидкости; найти значение $v=v^*$, при котором соответствующее равновесное состояние становится неустойчивым.

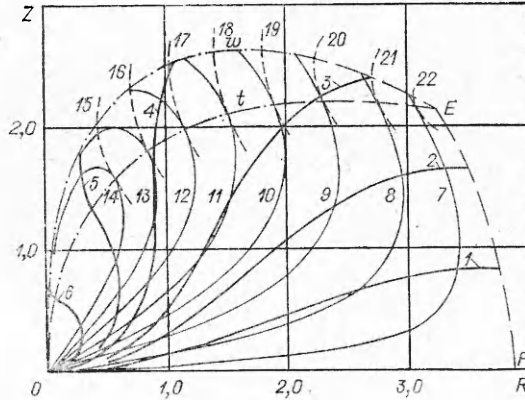
Величина v^* — объем капли (пузыря) в момент начала отрыва, а не оторвавшийся объем. Точное нахождение последнего затруднительно без решения динамической задачи.

Такая задача возникает при изучении различных вопросов химической технологии [1,2] и некоторых вопросов космической техники. Она может быть полезной при исследовании динамики паровых пузырей при кипении [3-7].

Данная работа опирается на результаты, полученные в [8-11]. Рассмотренное решение может быть использовано как иллюстрация приложения методов работ [8-11] к задачам об эволюции и отрыве капель (пузырей), контактирующих с твердой поверхностью произвольной осесимметричной формы.

Для жидких капель и для газовых пузырей множества всех равновесных форм свободной поверхности совпадают с точностью до зеркального отображения относительно горизонтальной плоскости. Совпадают и условия их устойчивости. Поэтому для удобства далее будем говорить только о капле, хотя все результаты будут в равной мере относиться и к пузырю.

2. Рассмотрим определение формы свободной поверхности. Односвязные осесимметричные равновесные поверхности капиллярной жидкости, находящейся в поле сил тяжести, были изучены ранее (см., например, [8, 9]). Такие поверхности однозначно определяются своими осевыми сечениями — равновесными кривыми. Линии 1—6 на фиг. 2 иллюстрируют поведение семейства максимальных реализуемых участков равновесных кривых в безразмерных переменных



Ф и г. 2

$$R = \sqrt{|b|r}, \quad Z = \sqrt{|b|z} \quad (\dot{v} = \rho n g / \sigma, \quad r^2 = x^2 + y^2)$$

(более подробно это семейство представлено в [8, 9]). Эти участки ограничены ломаной $O w E F$. Если равновесная кривая не содержится полностью в области $O w E F 0$, то соответствующая равновесная поверхность заведомо неустойчива [8, 10].

Каждая из семейства равновесных кривых характеризуется величиной параметра C (линии 1—6 отвечают значениям C , соответственно равным 0.6, 1.2, 1.8, 2.6, 3.5, 7.0). При определении формы капли достаточно ограничиться рассмотрением кривых, для которых $C \geq 0$. (При определении формы пузыря можно пользоваться зеркальными отображениями этих кривых относительно прямой $Z=0$; они соответствуют отрицательным значениям параметра C).

Форма свободной поверхности капли однозначно определяется координатами R_A, Z_A точки контакта A равновесной кривой с твердой стенкой или координатой R_A этой точки и значением параметра $C=C_L$ на искомой равновесной кривой L . Каждой точке (R_A, Z_A) на фиг. 2 соответствует определенное значение угла β наклона касательной к равновесной кривой в точке A и определенная величина безразмерного объема

$$\pi \int_L R^2 dZ = V_1(C_L, R_A),$$

где интегрирование производится вдоль L от точки 0 до точки A . Значения (R_A, Z_A) или (C_L, R_A) нужно выбрать такими, чтобы капля имела заданную величину безразмерного объема $V = |\epsilon|^{3/2} v$

$$(2.1) \quad V = V_1(C_L, R_A)$$

и в точке A выполнялось необходимое условие устойчивого равновесия.

Согласно [8, 11], для устойчивого равновесия жидкости необходимо, чтобы на линии контакта ее свободной поверхности с гладкой твердой стенкой угол контакта был равен углу смачивания. Если линия контакта про-

ходит по ребру твердой стенки, то угол контакта как для жидкости, так и для газа должен быть не меньше соответствующего угла смачивания. Для капли, висящей на пластине с отверстием, эти условия можно записать в виде

$$(2.2) \quad \beta(C_L, R_A) = \alpha, \text{ если } R_A > R_0$$

$$(2.3) \quad \beta(C_L, R_A) \leq \alpha, \text{ если } R_A = R_0.$$

Здесь $R_0 = \sqrt{|b|}r_0$ — безразмерный радиус отверстия.

В каждый момент времени по известным значениям V , α и R_0 с помощью равенства (2.1) и условий (2.2), (2.3) можно найти C_L и R_A и форму свободной поверхности капли. Для этого воспользуемся методикой, описанной в [9], и содержащимися там же графиками функций $V_1(R)$, $\beta(R)$ для совокупности значений C . По известным значениям ρ , n , σ , ν найдем величину V . Затем на графиках $V_1(C, R)$ проведем горизонтальную прямую $V_1 = V$ и по значениям (C, R) в точках ее пересечения с кривыми семейства $V_1(C, R)$ построим кривую $C(R)$. Каждой точке (C, R) этой кривой соответствует равновесная кривая некоторой капли, имеющей заданное значение объема. Но для такой капли, вообще говоря, не будет выполнено условие (2.2) или (2.3) на линии контакта с твердой стенкой.

Выделим те (C, R) , для которых удовлетворяется условие (2.2). Для этого вычислим R_0 , на графиках $\beta(C, R)$ проведем горизонтальную полупрямую $\beta = \alpha$, $R > R_0$ и по точкам ее пересечения с кривыми $\beta(C, R)$ построим вторую кривую $C(R)$. Если две построенные кривые $C(R)$ имеют точки пересечения, то каждой такой точке (C^*, R^*) соответствует равновесная кривая $C_L = C^*$, $R_A = R^*$, объем и угол контакта имеют заданные значения, а линия контакта охватывает отверстие. Для того чтобы представить себе форму этой равновесной кривой, нужно нанести на фиг. 2 точку контакта, для которой $R = R_A = R^*$, $C = C_L = C^*$. Более точно эту точку можно нанести, если для нее найти значение $Z = Z_A$ из равенства [9]

$$2R_A \sin \beta_A = -Z_A R_A^2 + C_L R_A^2 + \pi^{-1} V.$$

Входящее в него значение $\beta_A = \beta(C^*, R^*)$ нужно найти с помощью зависимостей $\beta(C, R)$.

Рассмотрим условие (2.3). На графиках $\beta(C, R)$ проведем отрезок вертикальной прямой $R = R_0$, $0 \leq \beta \leq \alpha$ и по точкам его пересечения с семейством кривых $\beta(C, R)$ построим третью кривую $C(R)$. Если эта третья кривая $C(R)$ имеет точки пересечения с первой кривой $C(R)$, то каждой такой точке соответствует равновесная кривая капли с заданным значением объема и линией контакта (с пластиной), проходящей по ребру отверстия.

Если первая из кривых $C(R)$ не пересекается с двумя другими, то это означает, что устойчивых равновесных форм капли при заданных условиях не существует. Если в результате проведенных построений будет найдена одна или несколько равновесных форм капли, то нужно проверить, будут ли эти равновесные формы устойчивыми.

3. Условия устойчивости равновесных форм свободной поверхности капиллярной жидкости были изучены в [8, 10, 11] на основе принципа минимума потенциальной энергии системы. Для рассматриваемого здесь случая эти условия можно сформулировать следующим образом.

1) При $R_A > R_0$ равновесное состояние капли будет устойчивым, если нанесенная на фиг. 2 точка контакта A с координатами (R_A, Z_A) лежит ниже ломаной $OtEF$. Если точка A лежит выше $OtEF$, то равновесное состояние неустойчиво. Для критических равновесных состояний точ-

ки контакта A лежат на линии OtE , а потеря устойчивости происходит осесимметричным образом. (Равновесное состояние капли всегда неустойчиво относительно неосесимметричных возмущений, сдвигающих каплю как одно целое в горизонтальном направлении. Однако такие возмущения не приводят к отрыву капли, и поэтому они не рассматриваются).

2) При $R_A = R_0$ равновесное состояние капли будет устойчивым, если соответствующая ему точка (R_A, Z_A) лежит ниже ломаной $0wEF$ и выполнено условие $\beta_A < \alpha$. Если точка A лежит выше $0wEF$ или $\beta_A > \alpha$, то равновесное состояние неустойчиво. Критическим равновесным состоянием (при $\beta_A < \alpha$) соответствуют точки контакта (R_A, Z_A) , лежащие на ломаной $0wEF$. Потеря устойчивости происходит на линии $0wE$ осесимметричным, на линии EF — неосесимметричным образом, в точке E — и тем и другим образом.

Здесь опущены сравнительно редко встречающиеся случаи, когда точка A лежит на кривой OtE (при $R_A > R_0$) или на ломаной $0wEF$ (если $R_A = R_0$ и $\beta_A \leq \alpha$) или имеет место равенство $\beta_A = \alpha$ (при $R_A = R_0$).

Из приведенных условий устойчивости следует, что устойчивые равновесные состояния капли на пластине возможны только при $R_0 \leq R_F = 3,83\dots$

4. Рассмотрим свойства функций $V_1(R, Z)$, $\beta(R, Z)$ и их линий уровня. Об эволюции формы поверхности капли при возрастании объема можно судить по изменению положения точки контакта (R_A, Z_A) на фиг. 2, где кроме характерных равновесных кривых $1-6$ содержатся линии уровня $\beta = \text{const}$ (линии $7-14$, отвечающие значениям β , равным 5, 15, 30, 45, 60, 75, 90 и 105°), и участки линий $V_1 = \text{const}$ (штриховые линии $15-22$, на которых V_1 соответственно равен 2,0, 3,42, 5,4, 8,0, 11,2, 14,8, 17,65, и 18,72). Отметим следующие факты, характеризующие расположение этих линий на фиг. 2.

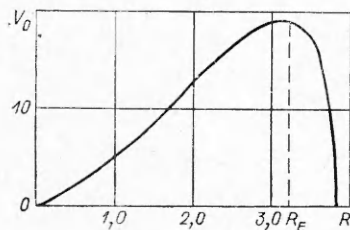
Функция $V_1(R, Z)$ имеет максимум в точке E :

$$V_1(R, Z) < V_1(R_E, Z_E) = 18,96$$

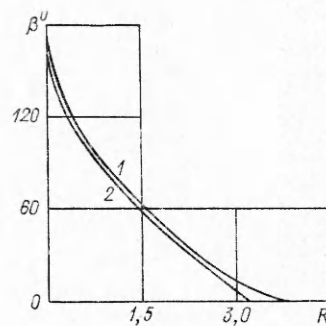
для (R, Z) , лежащих ниже $0wEF$. На оси $Z=0$ функция $V_1(R, 0) = 0$. Зависимость $V_1 = \mathcal{F}_1(R)$ на $0wEF$ показана на фиг. 3.

Каждая линия уровня $V_1 = \text{const}$, лежащая не выше ломаной $0wEF$, имеет не более одной точки пересечения и одной точки касания с каждой вертикалью, не более двух точек пересечения и одной точки касания с каждой кривой $\beta = \text{const}$.

Точки касания кривых $V_1 = \text{const}$ и прямых $R = \text{const}$ лежат на линии $0wE$. Если (R_1, Z_1) — одна из таких точек, то $V_1(R_1, Z)$, как функция от Z монотонно возрастает на интервале $0 \leq Z \leq Z_1$ и имеет локальный максимум при $Z = Z_1$.



Фиг. 3



Фиг. 4

Каждая линия уровня $\beta = \text{const}$, лежащая ниже $OwEF$, имеет не более двух точек пересечения и одной точки касания с каждой вертикалью. Линией $\beta = 0$ является ломаная OFE . Зависимость $\beta = f_1(R)$ в точках касания кривых $\beta = \text{const}$ и прямых $R = \text{const}$ показана на фиг. 4 (кривая 1).

В таких точках (R_2, Z_2)

$$\beta(R_2, Z_2) > \beta(R_2, Z)$$

для $Z \neq Z_2$ и (R_2, Z) , лежащих ниже линии $OwEF$.

Точки касания кривых $\beta = \text{const}$ с кривыми $V_1 = \text{const}$ лежат на линии OtE ; для них на фиг. 4 показана зависимость $\beta = f_2(R)$ (кривая 2), а на фиг. 5 — зависимость $V_1 = \mathcal{F}_2(\beta)$.

Подтвержденный результатами численного счета факт, что $V_1(R, Z)|_{\beta = \text{const}}$ и $V_1(R, Z)|_{R = \text{const}}$ достигают локального максимума соответственно в точках кривых OtE и OwE , можно видеть, если учесть,

что достижение первого локального максимума и потеря устойчивости относительно осесимметричных возмущений в соответствующих задачах совпадают. Последнее было учтено в [12], где в случае сплошной пластины определена величина V^* как первое максимальное значение $V_1|_{\beta = \text{const}}$ и с использованием таблицы [13] построен график $V^*(\beta)$ для $0 \leq \beta \leq 121^\circ$. В полном интервале изменения β эта зависимость (см. фиг. 5) другим методом была построена в [8]. (При оформлении графика $V^*(\beta)$ в [8] была допущена опечатка: на самом деле там изображена зависимость $\pi^{-1}V^*(\beta)$).

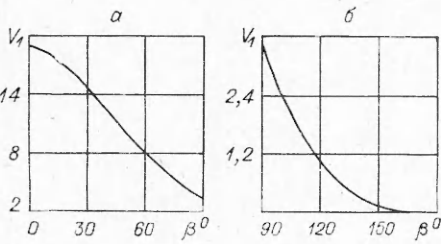
Авторы [2], рассматривая отрыв капли от кромки отверстия в пластине, также определяли критический объем как первое максимальное значение V_1 при $R = \text{const}$ и построили зависимость $V^*(R_0)$ для $R_0 \leq 2.5$ (см. фиг. 3). Такой подход справедлив лишь при $R_0 \leq R_E = 3.22$, когда потеря устойчивости происходит осесимметричным образом. Если $3.22 < R_0 < 3.83$, то более опасными являются неосесимметричные возмущения и устойчивость теряется раньше достижения локального максимума функции $V_1(R, Z)|_{R = \text{const}}$.

5. Перейдем к описанию эволюции формы капли и зависимости ее критического объема от физических параметров задачи.

Рассмотрим случай, когда пластина не имеет отверстия ($R_0 = 0$). В этом случае в точке контакта A должно выполняться условие (2.2), поэтому множество возможных положений точки A на фиг. 2 будет представлять собой кривую $\beta(R, Z) = \alpha$. Пусть в начальный момент объем капли равен нулю. При постепенном возрастании объема точка контакта (R_A, Z_A) будет двигаться на фиг. 2 из начала координат по линии $\beta(R, Z) = \alpha$ до тех пор, пока эта линия пересечет кривую OtE . Здесь при заданном значении угла смачивания α безразмерный объем капли достигает своего максимально возможного, т. е. критического значения, капля теряет устойчивость [8] и часть ее отрывается. Таким образом, в случае пластины без отверстия точки контакта (R_A, Z_A) для критических равновесных состояний капли лежат на линии OtE . Так как $\beta_A = \alpha$, зависимость величины критического безразмерного объема капли от угла смачивания имеет вид

$$V^* = \mathcal{F}_2(\alpha),$$

а ее график изображен на фиг. 5, где надо положить $V_1 = V^*$ и $\beta = \alpha$.



Фиг. 5

Рассмотрим случай, когда пластина имеет отверстие, причем $R_0 < R_F = 3.83\dots$ (см. п. 3). Пусть в начальный момент свободная поверхность жидкости плоская, а ее линия контакта с пластиной проходит по ребру отверстия. Точка контакта A будет иметь координаты $R_A = R_0$, $Z_A = 0$. Так как $\beta_A = 0$, то для любого $0 < \alpha < \pi$ будет выполнено условие $\beta_A < \alpha$, и, согласно п. 3, исходное равновесное состояние будет устойчивым. Это равновесное состояние соответствует «капле с нулевым объемом». При возрастании объема капли точка A на фиг. 2 начнет двигаться вверх по вертикали $R = R_0$ до тех пор, пока соблюдается условие (2.3): $\beta_A < \alpha$. Могут встретиться различные случаи.

1. $R_0 \leq R_E = 3.22$.

а) $f_1(R_0) \leq \alpha < \pi$. Так как $\beta(R_0, Z) \leq f_1(R_0)$, условие $\beta_A \leq \alpha$ нарушиться не может. Поэтому точка A будет двигаться вверх по прямой $R = R_0$ до тех пор, пока не попадет на кривую $0wE$. Здесь, согласно пп. 3 и 4, объем капли достигает своего максимально возможного (для устойчивых осесимметричных равновесных состояний) значения $V = \mathcal{F}_1(R_0)$ и при его превышении произойдет потеря устойчивости капли. Возникающее при этом движение жидкости может привести к тому, что часть капли оторвется или вся капля перейдет в новое устойчивое равновесное состояние. Так как потеря устойчивости происходит осесимметричным образом, то осесимметричным должно быть и возникающее движение жидкости, и то новое устойчивое равновесное состояние, в которое капля могла бы перейти. Но при $V > \mathcal{F}_1(R_0)$ таких равновесных состояний нет (см. п. 4). Следовательно, должен произойти отрыв капли, и поэтому в рассматриваемом случае зависимость $V^*(R_0)$ имеет вид

$$V^* = \mathcal{F}_1(R_0).$$

Ее график представлен на фиг. 3, где нужно положить $V_1 = V^*$ и $R = R_0$.

б) $f_2(R_0) \leq \alpha \leq f_1(R_0)$. В этом случае прямая $R = R_0$ и кривая $\beta(R, Z) = \alpha$ имеют две точки пересечения, которые лежат ниже $0tE$. Точка A будет двигаться по прямой $R = R_0$ до первой из этих точек, затем по кривой $\beta(R, Z) = \alpha$ (справа вертикали $R = R_0$) до встречи с прямой $R = R_0$ и далее снова вверх по этой прямой до встречи с линией $0wE$, где произойдет потеря устойчивости и отрыв капли. Критический объем капли такой же, как и в случае а), т. е. $V^* = \mathcal{F}_1(R_0)$.

в) $0 < \alpha < f_2(R_0)$. Прямая $R = R_0$ и кривая $\beta(R, Z) = \alpha$ имеют либо одну, либо две точки пересечения. Первая из них лежит ниже, а вторая — выше кривой $0tE$. Точка A будет двигаться вверх по вертикали $R = R_0$ до первой точки пересечения, затем по кривой $\beta(R, Z) = \alpha$ (справа вертикали $R = R_0$) до тех пор, пока не попадет на кривую $0tE$. Здесь, согласно п. 3, достигнув объема $V = \mathcal{F}_2(\alpha)$, капля потеряет устойчивость. Можно показать, что в результате потери устойчивости возникает такое (осесимметричное) движение жидкости, при котором радиус R_A линии контакта уменьшается. При таком движении эта линия может «сесть» на ребро отверстия и капля (после переходного процесса) обретет новое равновесное состояние. На фиг. 2 этому состоянию должна соответствовать точка A , лежащая на пересечении кривой $V_1(R, Z) = \mathcal{F}_2(\alpha)$ с прямой $R = R_0$. Если $\mathcal{F}_2(\alpha) > \mathcal{F}_1(R_0)$, то такой точки пересечения не существует (см. п. 4). Поэтому при переходе величины объема через значение $V = \mathcal{F}_2(\alpha)$ произойдет отрыв капли. Если $\mathcal{F}_2(\alpha) < \mathcal{F}_1(R_0)$, то заранее нельзя исключать возможность указанного выше перехода капли в новое устойчивое равновесное состояние. Уточнение возможно на пути вычисления запаса устойчивости равновесного состояния, в которое капля может перейти,

или на пути изучения динамической задачи. Если такой переход произойдет, то далее эволюция формы капли будет продолжаться, как и в случае б), т. е. $V^* = \mathcal{F}_1(R_0)$.

II. $R_0 > R_E = 3.22$.

а) $f_1(R_0) \leq \alpha < \pi$. В этом случае, как и в Ia, условие $\beta_A \leq \alpha$ не может быть нарушено. Точка A будет двигаться вверх по прямой $R = R_0$ до тех пор, пока не попадет на кривую EF. Здесь объем капли достигает наибольшего (для устойчивых осесимметричных равновесных состояний, отвечающих $R_A = R_0$) значения. Величина этого объема

$$V = \mathcal{F}_1(R_0).$$

Так как на линии EF потеря устойчивости происходит неосесимметричным образом, то при значениях $V > \mathcal{F}_1(R_0)$ капля могла бы принимать неосесимметричную устойчивую форму, которая при $V \rightarrow \mathcal{F}_1(R_0)$ непрерывно переходила бы в критическую осесимметричную форму. Но рассмотрение задачи о ветвлении равновесных поверхностей на линии EF (с условием, что линия контакта сохраняется) показало, что такой возможности нет. Следовательно, при достижении объемом значения $V = \mathcal{F}_1(R_0)$ должен произойти отрыв части капли или вся капля должна «перескочить» в некоторое сравнительно далекое неосесимметричное устойчивое равновесное состояние. Из-за наличия этой последней возможности в рассматриваемом случае можно лишь условно считать, что $V^* = \mathcal{F}_1(R_0)$.

б) $0 < \alpha < f_1(R_0)$. Начальная стадия эволюции формы капли происходит так же, как и в случае Ib, а конечная стадия — как в случае IIa.

В результате рассмотрения эволюции формы свободной поверхности капли, свисающей с пластины с круглым отверстием, установлено, что

1) в случае $R_0 \leq R_E$

$$V^* = \mathcal{F}_1(R_0), \text{ если } f_2(R_0) \leq \alpha < \pi;$$

если же $0 < \alpha < f_2(R_0)$, то

$$V^* = \mathcal{F}_2(\alpha) \text{ при } \mathcal{F}_2(\alpha) \geq \mathcal{F}_1(R_0)$$

$$\text{и } \mathcal{F}_2(\alpha) \leq \bar{V}^* \leq \mathcal{F}_1(R_0) \text{ при } \mathcal{F}_2(\alpha) < \mathcal{F}_1(R_0)$$

2) в случае $R_0 > R_E$

$$V^* = \mathcal{F}_1(R_0).$$

Если капля свисает со сплошной пластины, то $V^* = \mathcal{F}_2(\alpha)$.

Для газового пузыря, находящегося в жидкости с углом смачивания $\alpha_1 = \pi - \alpha$, эволюция формы свободной поверхности будет происходить так же, как и для капли жидкости с углом смачивания, равным α .

Поступила 13.III 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Бувич Ю. А., Бутков В. В. Некоторые закономерности диспергирования жидкостей при медленном истечении из плоской щели. Теор. основы химич. технологии. 1969, т. 3, № 4.
2. Бувич Ю. А., Бутков В. В. О механизме образования пузыря при истечении газа в жидкость из круглого отверстия. Теор. основы химич. технологии. 1971, т. 5, № 1.
3. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. Новосибирск, «Наука», 1970.
4. Несис Е. И. Кипение жидкостей. М., Наука, 1973.
5. Кириченко Ю. А. Некоторые вопросы динамики паровых пузырей в условиях слабых полей массовых сил. Инж.-физ. ж., 1972, т. 22, № 1.

6. Волшико А. А., Вургафт А. В. Динамика отрыва парового пузыря при кипении, в условиях свободного движения. Инж.-физ. ж., 1970, т. 19, № 1.
 7. Присяжков В. Ф. Об отрыве паровых пузырей от поверхности нагрева. Инж.-физ. ж. 1970, т. 19, № 5.
 8. Беляева М. А., Слобожанин Л. А., Тюцов А. Д. Гидростатика в слабых силовых полях. В сб.: Введение в динамику тела с жидкостью в условиях невесомости. М., изд. ВЦ АН СССР, 1968.
 9. Слобожанин Л. А., Тюцов А. Д. Об определении равновесного состояния капиллярной жидкости в сосуде. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 4.
 10. Слобожанин Л. А., Тюцов А. Д. Характеристический параметр устойчивости осесимметричной равновесной поверхности капиллярной жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 4.
 11. Слобожанин Л. А., Тюцов А. Д. Об устойчивом равновесии поверхности капиллярной жидкости при контакте с ребром твердого тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 1.
 12. Fritz W. Berechnung des Maximalvolumens von Dampfblasen. Phys. Z., 1935, Bd. 36, H. 11.
 13. Bashforth F., Adams J. An Attempt to Test Theories of Capillary Action. Cambridge, 1883.
-