

УДК 536.46

**О ГОРЕНИИ БЕЗГАЗОВОЙ СМЕСИ  
В УЗКОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ**

*Б. Л. Копелиович*

*Институт тепло- и массообмена АН Беларуси,  
220728 Минск*

Проведено численное исследование на пределе горения безгазовой смеси в узком цилиндрическом канале с образованием пристенного слоя непрореагировавшего вещества. Рассмотрена перестройка пульсирующего режима распространения волны горения, вызванная теплотерями, а также градиенты температуры и глубины превращения в образце.

В работах [1, 2] проведено численное исследование горения безгазовой смеси в предельно узком цилиндрическом канале с термически толстыми стенками. Благодаря равенству теплофизических характеристик наполнителя и оболочки в [1, 2] потери тепла невелики, и волна горения распространялась без отрыва от стенок канала.

Рассмотрим предельное горение безгазовой смеси в оболочке с вдвое большей теплопроводностью ( $\lambda_i = 2\lambda_f$ ), в то время как температуропроводности остаются равными,  $a_i = a_f$  (индексы  $f$  и  $i$  относятся к топливу и инерту). Находим решение системы двумерных сопряженных уравнений теплопроводности:

для смеси ( $\xi > 0, 0 < \zeta < \zeta_1$ )

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \zeta \frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} \right) + (1 - \eta) \exp \left( \frac{\Theta}{1 + \beta \Theta} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \gamma (1 - \eta) \exp \left( \frac{\Theta}{1 + \beta \Theta} \right) \quad (2)$$

и оболочки ( $\xi > 0, \zeta_1 < \zeta < \zeta_2$ )

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_i}{a_f} \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \zeta \frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} \right) \right) \quad (3)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned} \tau = 0, \quad 0 < \zeta < \zeta_2 : \quad \Theta &= \Theta_n, \\ & \quad 0 < \zeta < \zeta_1 : \quad \eta = 0, \\ \xi = 0, \quad 0 < \zeta < \zeta_1 : \quad \Theta &= \Theta_0, \quad \Theta_0 > \Theta_n, \\ & \quad \zeta_1 < \zeta < \zeta_2 : \quad \partial \Theta / \partial \xi = 0, \\ \xi \rightarrow \infty, \quad 0 < \zeta < \zeta_2 : \quad \Theta &= \Theta_n, \\ & \quad 0 < \zeta < \zeta_1 : \quad \eta = 0, \\ \zeta = 0 : \quad \partial \Theta / \partial \zeta &= 0, \\ \zeta = \zeta_1 : \quad \Theta_f = \Theta_i, \quad \partial \Theta_f / \partial \zeta &= (\lambda_i / \lambda_f) \cdot \partial \Theta_i / \partial \zeta, \\ \zeta = \zeta_2 : \quad \partial \Theta / \partial \zeta &= 0. \end{aligned}$$

Безразмерные величины

$$\Theta = (T - T_*)E/RT_*^2, \quad \beta = RT_*/E, \quad \gamma = cRT_*^2/QE,$$

$$\tau = t/t_*, \quad \xi = x/l, \quad \zeta = y/l, \quad t_* = cRT_*^2/QEk_0e^{-E/RT_*},$$

$$l = (a_f t_*)^{1/2}, \quad T_* = T_\Gamma - RT_*/E^2, \quad T_\Gamma = T_H + Q/c.$$

Здесь и далее использованы следующие обозначения:  $T$  — температура,  $\eta$  — глубина превращения исходного вещества в продукты реакции,  $Q$  — тепловой эффект реакции на единицу массы,  $c$  — теплоемкость,  $a$  — температуропроводность;  $k_0$  — предэкспоненциальный множитель,  $E$  — энергия активации; безразмерные величины:  $\Theta$  — температура,  $\tau$ ,  $\xi$ ,  $\zeta$  — временная, аксиальная и радиальная координаты,  $u$  — скорость распространения волны горения,  $\delta$  — расстояние от инерта (с индексом 0 — до края фронта,  $w$  — до ближайшего участка фронта, где еще не разделены  $(J_a^m)_{\max}$  и  $(J_r^m)_{\max}$ ,  $h$  — до ближайшего участка фронта, где еще не разделены  $(J_a^h)_{\max}$  и  $(J_r^h)_{\max}$ ; индексы: н — начальный момент, \* — масштабная величина,  $\Gamma$  — температура адиабатического горения.

Смесь с начальной температурой  $\Theta_H$  зажигалась нагретой до значения  $\Theta_0$  поверхностью. Теплообмен с внешней средой отсутствует, на границе смеси с инертном соблюдается равенство температур и тепловых потоков. Кинетические параметры смеси входят в область устойчивого стационарного режима распространения волны горения в адиабатических условиях [3].

Возросшие по сравнению с [2] потери тепла приводят к затягиванию времени зажигания и перехода к установившемуся режиму распространения волны горения в отрыве от оболочки. Пристенный слой непрореагировавшего вещества в значительной мере снижает влияние теплопотерь. Благодаря его экранирующему действию среднее значение максимальной температуры продуктов реакции и скорости распространения волны горения вдоль оси близки к адиабатическим значениям,  $u_a/u \simeq 1,04$ .

Положение фронта реакции в образце определяется по максимуму скорости химической реакции  $W_{\max}$  в каждой строке расчетной сетки. Край изогнутой поверхности фронта связан с максимумом теплового потока в стенку канала и отстоит от нее на расстояние  $\delta_0 \simeq 6,67$ . Предельный радиус образца  $\zeta_1^{\text{lim}} \simeq 293,3$ , найденный путем изменения внутреннего радиуса цилиндра при постоянной толщине его оболочки  $\Delta\chi \simeq 567,4$ , увеличился по сравнению со значением  $\zeta_1^{\text{lim}} \simeq 286,5$  в [2] на величину  $\delta_0$ .

Пульсирующий режим движения изолинии глубины превращения исходного вещества  $\eta = 0,5$  во внутренней области наполнителя практически не меняется по сравнению с [2]. Возле оси образца колебания скорости перемещения изолинии  $\eta = 0,5$  близки к гармоническим, но с удалением от оси они резче и асимметричнее (рис. 1,а). На расстоянии  $\delta_0$  от границы с инертном амплитуда и период пульсаций удваиваются, причем срыв устойчивости колебаний ведет к повторному удвоению длительности отдельных зубцов (рис. 1,б). В [4, 5] подобное изменение динамики колебаний скорости распространения одномерной волны безгазового горения происходит под влиянием возмущений, которые превышают критическое значение параметра, связанного с энергией активации. При дальнейшем сокращении расстояния от оболочки изолиния  $\eta = 0,5$  резко отстает к зажигающей поверхности, и скорость ее перемещения снижается на несколько порядков. Из рис. 1,в (кривая 3) видно, что значение  $\delta_0$  постоянно во времени, так как в используемой системе распределения узлов расчетной сетки его пульсации не улавливаются.

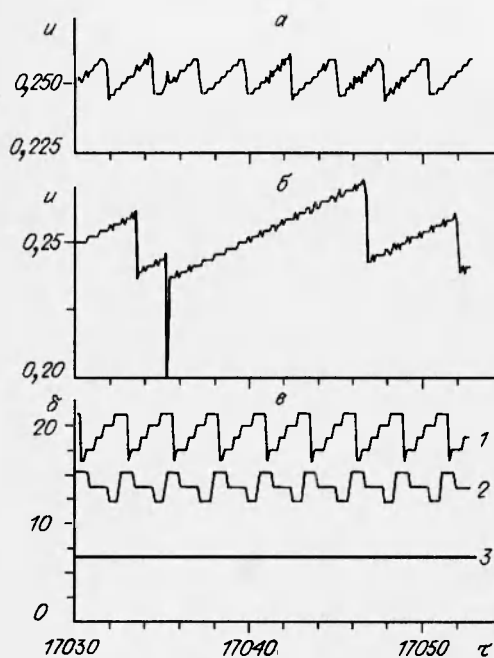


Рис. 1. Структура пульсаций скорости перемещения изолинии  $\eta = 0,5$  на расстояниях от оболочки 8,22 (а) и 6,67 (б), а также изменение со временем значений  $\delta_h$  (1),  $\delta_w$  (2) и  $\delta_0$  (3) (в).

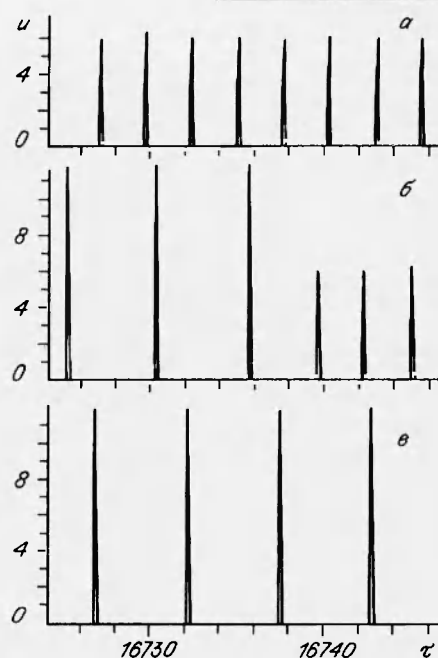


Рис. 2. Структура пульсаций скорости перемещения фронта реакции на расстояниях от оболочки 10,55 (а), 8,22 (б), 6,67 (в).

Фронт реакции совпадает с изолинией  $\eta = 0,5$  во внутренней области наполнителя, вплоть до расстояния  $\delta_w$  от оболочки, и распространяется в том же режиме. На расстоянии от инерта, меньшем  $\delta_w$ , вследствие недогорания вещества фронт опережает изолинию  $\eta = 0,5$ . Динамика его движения перестраивается и предстает в виде сменяющих друг друга всплесков и депрессий (рис. 2,а). Ближе к инерту автоколебательное движение фронта время от времени происходит с вдвое большими периодом и амплитудой [4, 5], как показано на рис. 2,б. Увеличение вдвое периода колебаний и их амплитуды становится более устойчивым на расстоянии  $\delta_0$  от границы с инертом (рис. 2,в). Ближе к оболочке максимум скорости химической реакции резко снижается, становится размытым, уменьшается глубина превращения вещества, поэтому  $W_{\max}$  нельзя более принимать за фронт реакции. Еще ближе к стенке канала располагается экранирующий инертный слой, а замедленная объемная реакция «теплится» возле зажигающей поверхности.

Рассмотрим градиенты температуры и глубины превращения с пульсирующими значениями в произвольный момент времени  $\tau$ . Для вектора  $J^m = -\text{grad} \eta$  в каждом продольном сечении образца радиальная компонента образует пик с вершиной  $(J_r^m)_{\max}$ , а аксиальная — с вершиной  $(J_a^m)_{\max}$ . Обе вершины совмещены друг с другом, а также с максимумом скорости химической реакции  $W_{\max}$  и значением  $\eta = 0,5$  во внутренней области наполнителя вплоть до расстояния  $\delta_w$  от оболочки (рис. 3,а). Ближе к границе с инертом  $(J_r^m)_{\max}$  и  $(J_a^m)_{\max}$  расходятся, причем  $(J_r^m)_{\max}$  следует за  $W_{\max}$ , а  $(J_a^m)_{\max}$  — за изолинией  $\eta = 0,5$  [2]. В продольном сечении тепловой волны на расстоянии  $\delta_0$  от стенки канала радиальная компонента вектора  $J^m = -\text{grad} \eta$  принимает форму ступеньки (рис. 3,б, кривая 2). На меньшем удалении от стенки  $(J_r^m)_{\max}$  и  $(J_a^m)_{\max}$  переносятся к зажигающей поверхности вслед за изолинией  $\eta = 0,5$  и  $W_{\max}$  соответственно. Изменение  $\delta_w$  со временем показано на рис. 1,в (кривая 2).

Величина  $\delta_w - \delta_0$  порядка толщины зоны реакции и колеблется в том же интервале, что и  $\delta_w$  в [2] при  $\delta_0 = 0$ .

Радиальная и аксиальная компоненты теплового потока  $J^h = -\text{grad } \Theta$  в каждой строке расчетной сетки имеют форму пика с вершинами  $(J_r^h)_{\text{max}}$  и  $(J_a^h)_{\text{max}}$ . Как отмечалось в [2], эти вершины совмещены во внутренней области наполнителя вплоть до расстояния  $\delta_h$  от оболочки и расположены в начале зоны прогрева. На расстоянии от стенки канала, меньшем  $\delta_h$ , они разделяются, причем  $(J_a^h)_{\text{max}}$  выходит вперед. В пристенном слое непрореагировавшего вещества толщиной, меньшей  $\delta_0$ , пик  $(J_r^h)_{\text{max}}$  остается на уровне волны горения, распространяющейся в отрыве от оболочки. Максимум теплового потока в стенку канала, связанный с краем фронта реакции (рис. 3, в), перемещается в том же режиме, но с некоторым сдвигом по фазе по отношению к пульсациям, представленным на рис. 2, в. Максимум аксиальной компоненты теплового потока  $(J_a^h)_{\text{max}}$  на границе с инертном расположен впереди  $(J_r^h)_{\text{max}}$  на расстоянии 12 характерных длин реакции. Изменение  $\delta_h$  со временем изображает кривая 1 рис. 1, в. Величина  $\delta_h - \delta_0$  порядка ширины зоны прогрева и остается в тех же пределах, что и  $\delta_h$  в [2] при  $\delta_0 = 0$ . Как видно из рисунка, колебания  $\delta_h$  и  $\delta_w$  сдвинуты по фазе.

Исследуем изменения компонент векторов  $J^h = -\text{grad } \Theta$  и  $J^m = -\text{grad } \eta$  по толщине образца. В пристенном слое учтем их значения в области прохождения тепловой волны, не принимая во внимание объемную реакцию вблизи зажигающей поверхности. Аксиальные составляющие  $(J_a^m)_{\text{max}}$  и  $(J_a^h)_{\text{max}}$  внутри наполнителя примерно постоянны, но резко снижаются вблизи оболочки (рис. 4, кривые 1). Радиальные составляющие  $(J_r^m)_{\text{max}}$  и  $(J_r^h)_{\text{max}}$ , отсутствующие вблизи оси образца, появляются и возрастают вместе с изгибом тепловой волны. Ход кривых 2 на рис. 4 показывает, что  $(J_r^h)_{\text{max}}$  достигает максимума на расстоянии  $\delta_h$  от стенки канала, а  $(J_r^m)_{\text{max}}$  — на несколько меньшем расстоянии, также лежащем в пределах изменения  $\delta_h$ . На границе с инертном тепловой поток  $(J_r^h)_{\text{max}}$  снизился приблизительно в 1,8 раза по сравнению с [2], благодаря защитному действию пристенного слоя. На расстоянии  $\delta_h$  от оболочки в точке пересечения кривых 1 и 2 на рис. 4, б  $(J_a^h)_{\text{max}} = (J_r^h)_{\text{max}}$ , а на расстоянии, несколько превышающем  $\delta_h$ ,  $(J_a^m)_{\text{max}} = (J_r^m)_{\text{max}}$  (см. рис. 4, а).

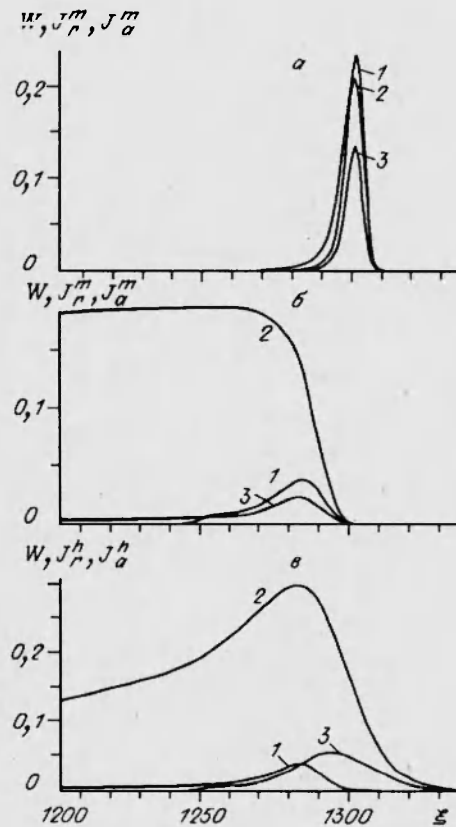


Рис. 3. Скорость химической реакции  $W$  (1) и составляющие вектора  $J^m$ :  $J_r^m$  (2) и  $J_a^m$  (3) в продольных сечениях на расстояниях от границы с инертном  $\delta_w$  (а),  $\delta_0$  (б). в — скорость химической реакции  $W$  (1) на расстоянии  $\delta_0$  от границы с инертном и составляющие теплового потока  $J^h$  (2) и  $J_a^h$  (3) на границе с инертном.

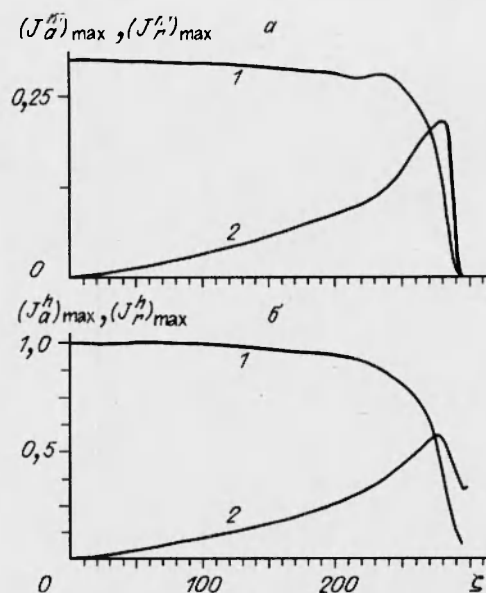


Рис. 4. Распределение по толщине наполнителя значений  $(J_a^m)_{\max}$  (1) и  $(J_r^m)_{\max}$  (2) (а) и значений  $(J_a^h)_{\max}$  (1) и  $(J_r^h)_{\max}$  (2) (б).

Приведенные результаты хорошо согласуются с качественным анализом влияния теплопотерь на безгазовое горение в работах [6, 7]. Величина  $\delta_h$  соответствует оценкам расстояния от отводящей тепло стенки канала до внутренней области наполнителя, где волну горения можно считать слабо возмущенной. Подтверждается предсказанное значение угла  $\varphi \simeq \pi/4$  между нормалью к фронту реакции и направлением его распространения на расстоянии  $\delta_h$  от инерта.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Копелиович Б. Л. Влияние слабого теплоотвода на горение безгазовой смеси // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 6. С. 46–49.
2. Копелиович Б. Л. О распространении волны безгазового горения в узком цилиндрическом канале без отрыва от стенок // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 1. С. 65–70.
3. Шкадинский К. Г., Хайкин Б. И., Мержанов А. Г. Распространение пульсирующего фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Физика горения и взрыва. 1971. Т. 7, № 1. С. 19–28.
4. Алдушин А. П., Мартемьянова Т. М., Мержанов А. Г. и др. Автоколебательное распространение фронта горения в гетерогенных конденсированных средах // Физика горения и взрыва. 1973. Т. 9, № 5. С. 613–626.
5. Bayliss A., Matkowsky V. J. Two routes to chaos in condensed phase combustion // SIAM J. Appl. Math. 1990. V. 50, N 2. P. 437–459.
6. Александров В. В., Давыденко А. А., Коваленко Ю. А., Поддубный Н. П. О влиянии двумерности фронта при теплопотерях на пределы стационарного безгазового горения // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 2. С. 70–80.
7. Коваленко Ю. А. Предельные условия стационарного режима безгазового горения при теплоотдаче в стенки // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 6. С. 61–65.

Поступила в редакцию 8/VI 1994 г.,  
в окончательном варианте — 20/IV 1995 г.