при достаточно умеренных интенсивностях ультразвука на выходе ФЭУ образуются сигналы нескольких гармоник ультразвуковой волны. Это связано с влиянием на процесс образования дифракционного спектра искривлений световых лучей [8].

Отношение амплитуды образующегося при этом сигнала к амплитуде сигнала той же частоты, при отсутствии диафрагмы в фокальной плоскости объектива, может служить мерой влияния обоих видов модуляции на процесс образования интерференционных полос. Так, например, при описанных выше условиях для $Z=100$ мм это отношение равно 0,2 и при $Z=300$ мм составляет 0,5, что находится в соответствии с характером кривых (см. фиг. 3).

Поступила 4 XI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бражников Н. И.* Ультразвуковые методы. М., 1965.
2. *Nagendra Nath N. S.* The visibility of ultrasonic waves and its periodic variations. —«Proc. Indian Acad. Sci. Sect. A4», 1936.
3. *Raman C. V.*, *Nagendra Nath N. S.* The diffraction of light by high frequency sound waves. Pt 1—4.—«Proc. Indian Acad. Sci. Sect. A», 1936, vol. 3, N 2.
4. *Nomoto O.* On the structure of the visibility curves of the stationary ultrasonic waves. —«J. Phys. Soc. Japan», 1947.
5. *Рытов С. М.* Дифракция света на ультразвуковых волнах.— «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1937, № 2.
6. *Стефанов С. Р.*, *Трохан А. М.* Применение оптической регистрации фазы акустической волны для измерения характеристик турбулентности.— ТВТ, 1971, т. 9, № 5.
7. *David E.* Anschauliche Betrachtunge zur Lichtbeugung as schwachen Ultraschallwellen. —«Phys. Z.», 1957, vol. 38.
8. *Nomoto O.*, *Torikai Y.* Intensity distribution of the ultrasonic light diffraction spectrum calculation by the method of successive diffraction. —«Acustica», 1971, vol. 24.

УДК 530.161:534.2

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА В НЕРАВНОВЕСНОЙ СРЕДЕ ОТ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ С ПЕРИОДИЧЕСКИ МЕНЯЮЩЕЙСЯ ТЕМПЕРАТУРОЙ

А. С. Плешанов

(*Москва*)

Любое изменение температуры T сплошной среды сопровождается изменением ее плотности ρ, что приводит к возникновению движения и, в частности, к излучению звука. Этот вопрос, рассмотренный для обычной равновесной среды, например в [1], обобщается в данной работе на случай неравновесной среды.

Под неравновесной средой подразумевается среда, в которой идут процессы перераспределения энергии между различными степенями свободы частиц (поступательными, внутренними, химическими), приводящие к релаксации макроскопических характеристик (теплоемкостей c_p и c_v, теплопроводности $\varkappa$, скорости звука c). Наиболее быстрым является процесс перераспределения между поступательными степенями. Время релаксации этого процесса $\tau_0 \sim \lambda/c$, где λ — среднее значение длины свободного пробега. Значительно более медленными являются остальные процессы перераспределения энергии. Феноменологическое описание явлений в неравновесной среде осуществляется в рамках термодинамики необратимых процессов, где уравнения гидродинамики дополняются выражениями тензора напряжений теплового (q) и диффузионного (I) потоков, а также скалярного (химического) потока через тензор скоростей деформаций, градиента T и химического потенциала μ. Эти выражения получаются при соответствующем выборе потоков и сил из условия возрастания энтропии s при использовании принципа Кюри и соотношений Онсагера [2]. Система уравнений замыкается кинетическим уравнением для неравновесного параметра ξ, производная по которому от определяющего термодинамического потенциала φ есть $\varphi_\xi = \mu$.

В линейном одновременом приближении при нулевой средней скорости v уравнение возникновения s имеет вид [2]

$$\rho(Ts_t + \mu\xi_t) + q_x = 0, \tag{1}$$

где индексы означают частное дифференцирование. Это уравнение совпадает с более общим уравнением [2] с точностью до малого нелинейного члена, пропорционального μ^2. Взяв в качестве φ собственно термодинамический потенциал в переменных p, T и ξ (p — давление), получим при $p = \text{const}$

$$Ts_t + \mu\xi_t = Ts_{T\infty}T_t + (Ts_\xi + \mu)\xi_t = c_{p\infty}T_t + w_\xi\,\xi_t, \tag{2}$$

где w — энтальпия, индекс ∞ относится к замороженному состоянию (индекс 0 ниже — к равновесному).

Для q и I без учета малой термодиффузионной поправки имеют место выражения [1,2]

$$q = -\varkappa_\infty T_x + w_\xi I;\quad I = -\rho D\xi_x, \tag{3}$$

где $D > 0$ — коэффициент диффузии.

Наконец, кинетическое уравнение для ξ имеет вид [2]

$$\rho\xi_t + I_x + M\mu = 0, \tag{4}$$

где $M > 0$ — кинетический коэффициент. При малых отклонениях от равновесия проводится разложение

$$\mu = \varphi_\xi = \varphi_{\xi T}T' + \varphi_{\xi\xi}\xi', \tag{5}$$

где штрихи относятся к возмущениям.

Система уравнений (1)—(5) является замкнутой и полностью описывает одновременно протекающие процессы теплопроводности и диффузии в неравновесной среде.

Установим соотношения между равновесными и замороженными величинами. Для равновесного изменения ξ_0' с T имеем из (5)

$$\left(\frac{\partial\xi_0}{\partial T}\right)_{p,\mu} = -\frac{\varphi_{\xi T}}{\varphi_{\xi\xi}} = \frac{s_\xi}{\mu_\xi}.$$

Тогда из (2), (3) получим

$$c_{p0} - c_{p\infty} = Ts_\xi^2/\mu_\xi > 0, \tag{6}$$
$$\varkappa_0 - \varkappa_\infty = \rho DTs_\xi^2/\mu_\xi > 0,$$

где $\mu_\xi > 0$, ввиду термодинамической устойчивости [2]. Из (6) следует

$$\frac{\varkappa_0 - \varkappa_\infty}{c_{p0} - c_{p0\infty}} = \rho D. \tag{7}$$

Вводя критерий $L = D/\chi$ ($\chi = \varkappa/(\rho c_p)$ — температуропроводность), имеем из (6), (7) при $L_0 < 1$ неравенства $L_\infty < L_0 < 1$ или $D < \chi_0 < \chi_\infty$, при $L_0 > 1$ — неравенства $1 < L_0 < L_\infty$ или $\chi_\infty < \chi_0 < D$, т. е. L_0 всегда ближе к 1, чем L_∞. Из оценки $L = (6/5)\ (\gamma/f)$, где γ—отношение теплоемкостей; f—кинетическая функция, равная 5/2 для масквелловских молекул и имеющая минимальное значение 1,41 для NH_3 [3], следует, что ситуация $L_0 < 1$, т. е. $\chi_0 < \chi_\infty$, является более распространенной, чем ситуация $L_0 < 1$.

Представ (4) в виде

$$\tau_1\left(\frac{\partial}{\partial t} - D\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\xi + (\xi' - \xi_0') = 0,$$

где

$\tau_1 = \rho/(M\ \mu_\xi) > 0$ и

$$\xi_0' = \left(\frac{\partial \xi_0}{\partial T}\right)_{p,\mu} T' = \frac{s_\xi}{\mu_\xi} T',$$

получим для g и T уравнение

$$\tau_1\left(\frac{\partial}{\partial t} - D\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)(q + \varkappa_\infty T_x) + (q + \varkappa_0 T_x) = 0.$$

Для любой из функций $u = T,\ \xi,\ q,\ I$ имеет место обобщенное уравнение теплопроводимости ($\tau_2 = (c_{p\infty}/c_{p0})\tau_1$)

$$\hat{L}(u) \equiv \left[\tau_2\left(\frac{\partial}{\partial t} - D\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial}{\partial t} - \chi_\infty\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial t} - \chi_0\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\right]u = 0. \tag{8}$$

В неодномерном случае $(\partial/\partial x)^2$ следует заменить на лапласиан; при наличии переноса $\partial/\partial t$ переходит в $\partial/\partial t + (\mathbf{v}\nabla)$. Порядок уравнения (8) по координате — четвертый, следовательно, необходимы 4 граничных условия, которыми могут быть заданные граничные значения T, ξ и q, I.

Обратимся к конкретной задаче. Пусть малая переменная часть температуры плоской поверхности меняется по закону $T_w' e^{-i\omega t}$, где ω— частота колебаний. Тогда в неравновесной среде будут распространяться температурно-диффузионные волны, пропорциональные $\exp[i(kx - \omega t)]$. Дисперсионное уравнение для волнового числа k получится из (8) и имеет вид

$$\tau_2(-i\omega + Dk^2)\ (-i\omega + \chi_\infty k^2) + (-i\omega + \chi_0 k^2) = 0.$$

Затухающим волнам при $x \to \infty$ соответствуют два решения с $\mathrm{Im}(k) > 0$. Для возмущения любой величины u имеем

$$u' = \sum_{l=1}^{2} u_l' e^{i(k_l x - \omega t)}.$$

Амплитуды возмущений u_l' находятся из граничных условий, которые берутся равными

$$T'(0, t) = T_w' e^{-i\omega t}, \qquad I'(0, t) = 0,$$

т. е. предполагается, что граничная поверхность непроницаема для вещества среды. Выражения T'_l и ξ'_l связаны соотношением, следующим из (1) — (3),

$$c_{p\infty}\left(-i\omega+\chi_\infty k_l^2\right)T'_l+w_\xi\left(-i\omega+Dk_l^2\right)\xi'_l=0.$$

В частных случаях, когда $\tau_2\to 0$ и ∞, генерируемые волны оказываются чисто температурными. В общем случае распространяются две температурно-диффузионные волны.

Отметим, что для справедливости принятого макроскопического описания необходимо выполнение неравенства $\omega\tau_0 \ll 1$, т. е. ввиду известной оценки $\chi\sim c^2\tau_0$ должно быть $\omega\ll c^2/\chi$, что означает низкочастотное приближение. С другой стороны, это означает, что длина волны возмущения $1/k\sim\sqrt{\chi/\omega}\ll c/\omega$ — длины звуковой волны. Таким образом, приходим к разделению рассматриваемых температурно-диффузионной и гидродинамической (звуковой) задач [1]. В частности, граничным значением v' в гидродинамической задаче будет служить значение v' при $x\to\infty$ в температурно-диффузионной задаче.

Связь v' с T' и ξ' получается из уравнения непрерывности

$$\rho v'_x=-\rho'_t=-\rho_{T\infty}T'_t-\rho_\xi\xi'_t=i\omega\left(\rho_{T\infty}T'+\rho_\xi\xi'\right),$$

так что при $v'(0,\ t)=0$ имеем

$$v'(\infty,t)=i\omega\left(\rho_{T\infty}\int\limits_0^\infty T'dx+\rho_\xi\int\limits_0^\infty \xi'dx\right)\Big/\rho.$$

Искомая интенсивность звукового излучения с единицы поверхности равна [1]

$$I=\rho c\langle|v'(\infty,t)|^2\rangle.$$

В общем случае решение имеет вид $(\Omega=-i\omega)$

$$v'(\infty,t)=-\Omega\beta_\infty T'_w e^{\Omega t}\,\frac{k_1+k_2}{ik_1k_2}\,\frac{1+(\chi_\infty-\chi_0)\,\delta/(D\varepsilon)}{1+(\chi_\infty-D)\,\tau_2k_1k_2/\varepsilon},\tag{9}$$

где

$$\beta_\infty=-\rho_{T\infty}/\rho;\quad \sigma=(c_{p\infty}/\rho_{T\infty})(\rho_\xi/w_\xi);$$

$$\varepsilon=(1/L_0-1)+(1/L_\infty-1)\,\Omega\tau_2;$$

$$k_1k_2=\sqrt{\frac{\Omega\,(1+\Omega\tau_2)}{\tau_2D\chi_\infty}}.$$

При $\omega\to 0$ и ∞ (9) приобретает вид [1]

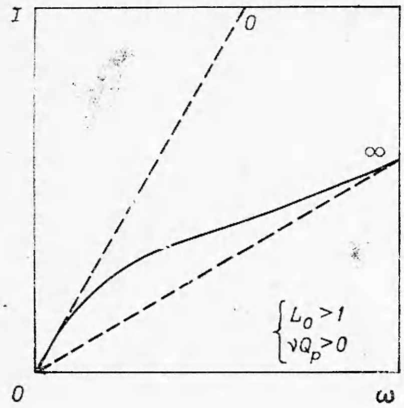
$$v'(\infty,t)\to-\zeta\sqrt{\Omega}\,T'_w e^{\Omega t},$$

где $\zeta=\beta\sqrt{\chi}$ имеет равновесное и замороженное значения соответственно. При доказательстве предельных выражений используются соотношения

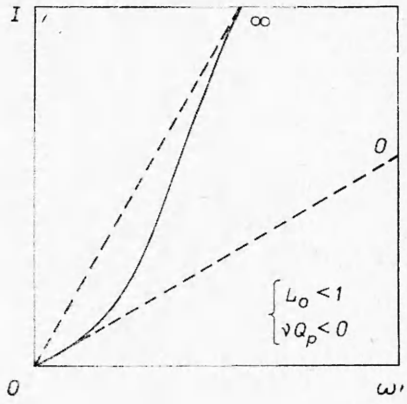
$$\frac{\chi_\infty-\chi_0}{c_{p0}-c_{p\infty}}=\frac{\chi_\infty-D}{c_{p0}}=\frac{\chi_0-D}{c_{p\infty}},$$

следующие из (7), и термодинамическая связь

$$\frac{\rho_{T0}-\rho_{T\infty}}{c_{p0}-c_{p\infty}}=\frac{\rho_\xi}{w_\xi}.$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Трактуя ξ как степень прохождения химической реакции, получим для идеального газа

$$\frac{\beta_0-\beta_\infty}{\beta_\infty}=\nu\Phi\frac{Q_p}{RT}, \tag{10}$$

где R — газовая постоянная; $\nu=\sum\limits_k \nu_k$ — суммарный стехиометрический коэффициент реакции; $Q_p=\sum\limits_k \nu_k W_k$ —ее молярный тепловой эффект при $p=\text{const}$,

$$\frac{1}{\Phi}=\sum_k \frac{\nu_k^2}{x_k}-\nu^2=\frac{1}{2}\sum_{k,k'}\frac{(\nu_k x_{k'}-\nu_{k'}x_k)^2}{x_k x_{k'}}>0,$$

x_k — молярная доля компоненты K_k.

Максимальное значение $|\nu|\Phi$ равно

$$|\nu|\,\Phi_{\max}=\frac{1}{4}\left|\frac{1}{\sum\limits_{k_-}\nu_{k_-}}+\frac{1}{\sum\limits_{k_+}\nu_{k_+}}\right|,$$

где $\nu_{k_\pm}\lesseqgtr 0$. Например, для реакции диссоциации $-K_1+K_2+K_3=0$ выражение (10) имеет вид

$$\left|\frac{\beta_0-\beta_\infty}{\beta_\infty}\right|=\frac{\alpha(1-\alpha)}{2}\left|\frac{Q_p}{RT}\right|\leqslant\frac{1}{8}\left|\frac{Q_p}{RT}\right|,$$

где α — степень диссоциации; $Q_p=-W_1+W_2+W_3$.

Из приведенных выражений следует, что при $L_0\gtrless 1$ и $\nu Q_p\gtrless 0$ имеет место $\zeta_0\gtrless\zeta_\infty$. Для реакций, идущих с достаточно большим тепловым эффектом при не очень высоких температурах, различие между ζ_0 и ζ_∞ может быть достаточно заметным, так что температурная генерация низкочастотного звука (инфразвука) в равновесной реагирующей среде в принципе может существенно отличаться от таковой в обычной среде. Это обстоятельство иллюстрируется фиг. 1, 2, где показана примерная зависимость интенсивности звука от его частоты в двух различных предположениях.

Поступила 3 VI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1953.
2. *Гроот С., де'Мазур П.* Неравновесная термодинамика. М., «Мир», 1964.
3. *Чепмен С., Каулинг Т.* Математическая теория неоднородных газов. М., ИЛ, 1960.