ПМТФ, № 4, 1962

ВОЛНА РАЗРЕЖЕНИЯ В РЕЛАКСИРУЮЩЕЙ СМЕСИ ГАЗОВ

В. Н. Архипов

(*Москва*)

Волна разрежения, распространяющаяся в газовой среде, вызывает отклонение среды от термодинамического равновесия. При этом в газовой среде начинаются внутренние процессы, стремящиеся восстановить равновесие. В тех случаях, когда эти процессы протекают быстро (время релаксации мало), восстановление равновесия (в каждый момент и в каждой точке) успевает практически полностью следовать за ходом изменения объема среды, и отклонением от равновесия можно пренебречь. В этом случае волна разрежения является изэнтропической. Теория изэнтропической одномерной волны разрежения разработана достаточно полно [1].

Если же время релаксации велико, то отклонение среды от равновесия необходимо учитывать. В этом случае волна разрежения становится неизэнтропической, и задача об определении параметров газа в ней усложняется.

Вращательную релаксацию в центрированной одномерной волне разрежения при отсутствии химических реакций рассмотрели Вуд и Паркер [2]. В этом случае удельные теплоемкости постоянны.

Ниже рассматривается распространение одномерной центрированной волны разрежения в реагирующей смеси газов, сопровождаемое нарушением равновесия. Реакции при этом протекают неравновесно, а удельные теплоемкости перестают быть постоянными и изменяются в зависимости от изменения температуры и концентраций компонент смеси.

1. Постановка задачи и термодинамические соотношения. Рассмотрим одномерное движение смеси газов в трубе с постоянной площадью поперечного сечения. Предположим, что причиной движения смеси является движение поршня, который ограничивает смесь газов в трубе слева.

При $t < 0$ поршень и смесь газов в трубе находятся в покое, а смесь газов при этом находится в состоянии равновесия. В момент времени $t = 0$ поршень начинает двигаться влево с постоянной скоростью $U_p < 0$. При этом вправо по трубе в смеси распространяется возмущение, происходящее от движения поршня. Состояние равновесия нарушается, и в смеси возникают химические реакции.

При рассмотрении движения реагирующей смеси будем предполагать, что поступательная, вращательная и колебательная энергии имеют равновесные значения, а возбуждение электронов и ионизация отсутствуют. Вязкостью и теплопроводностью газов пренебрегаем.

Если смесь состоит из N газов, то ее термодинамическое состояние полностью описывается $2N + 5$ переменными. Из них только $N + 2$ являются независимыми. Пусть H, p, S суть энтальпия, давление и энтропия смеси, а c_i — массовая доля i-й компоненты смеси. При этом пусть

$$H = H(p, S, c_i) \qquad (i = 1, 2, \ldots, N) \tag{1.1}$$

Температура T смеси, плотность ρ смеси и химический потенциал μ_i i-й компоненты смеси определяются формулами

$$T = \frac{\partial H}{\partial S}, \qquad \frac{1}{\rho} = \frac{\partial H}{\partial p}, \qquad \mu_i = \frac{\partial H}{\partial c_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, N) \tag{1.2}$$

Основное соотношение термодинамики имеет вид

$$TdS = dH - \frac{1}{\rho}dp - \sum_{i=1}^{N} \mu_i dc_i \tag{1.3}$$

Предполагаем, что для каждой компоненты смеси и для всей смеси справедливо уравнение состояния идеального газа, так что

$$p_i = \frac{R}{M_i}\rho_i T, \qquad p = \frac{R}{M}\rho T \qquad \left(\frac{1}{M} = \sum_{i=1}^{N}\frac{c_i}{M_i}\right) \tag{1.4}$$

Здесь M, M_i — молекулярные веса смеси и i-й компоненты смеси соответственно, ρ_i — парциальная плотность i-й компоненты смеси, p_i — парциальное давление.

2. Газодинамические уравнения. В переменных Лагранжа h, t движение реагирующей смеси газов в трубе описывается уравнениями:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \frac{\sigma_i}{\rho} \qquad \text{(уравнение неразрывности } i\text{-й компоненты смеси)} \tag{2.1}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho^2}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial h} = 0 \qquad \text{(уравнение неразрывности всей смеси)} \tag{2.2}$$

$$\rho_1 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial h} = 0 \qquad \text{(уравнение импульса для смеси)} \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t} \qquad \text{(уравнение энергии для смеси)} \tag{2.4}$$

Здесь u — макроскопическая скорость смеси, σ_i—функция химического источника i-й компоненты смеси, т. е. массовая скорость образования вследствие химических реакций i-й компоненты в единице объема. Индексом 1 здесь и далее обозначаются параметры состояния невозмущенной смеси.

Используя (1.3), (2.4) и (2.1), уравнение (2.2) можно привести к виду

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\rho^2 a_f^2}{\rho_1}\frac{\partial u}{\partial h} = \frac{a_f^2}{\partial H / \partial \rho}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial H}{\partial c_i}\frac{\sigma_i}{\rho} \qquad (H = H(p, \rho, c_i)) \tag{2.5}$$

где a_f — замороженная скорость звука, определяемая соотношением

$$a_f^2 = \gamma_f \frac{p}{\rho} \tag{2.6}$$

а $\gamma_f = \gamma_f(T, c_i)$ — отношение замороженных удельных теплоемкостей.

Если предположить, что кавитация отсутствует, то граничные условия для уравнений (2.1) — (2.5) можно записать в виде

$$\begin{array}{lll} u(0, t) = U_p, & p(h, 0) = p_1 & \rho(h, 0) = \rho_1 \\ H(h, 0) = H_1, & c_i(h, 0) = c_{i1}, & u(h, 0) = 0 \\ T(h, 0) = T_1, & a_f(h, 0) = a_{f1} & \end{array} \tag{2.7}$$

3. Определение функции химического источника. Рассмотрим s-ю химическую реакцию

$$\sum_{i=1}^{N} \nu_{is}' A_i \underset{K_{rs}}{\overset{K_{fs}}{\rightleftarrows}} \sum_{i=1}^{N} \nu_{is}'' A_i \tag{3.1}$$

где A_i — символ i-й компоненты смеси, ν_{is}' и ν_{is}'' — стехиометрические коэффициенты веществ, вступающих в реакцию, и продуктов реакции соответственно, K_{fs} и K_{rs} — константы скоростей прямой и обратной реакций соответственно.

Скорость протекания s-й реакции выражается следующим образом:

$$R_s = K_{fs}\prod_{i=1}^{N}[A_i]^{\nu_{is}'} - K_{rs}\prod_{i=1}^{N}[A_i]^{\nu_{is}''} \qquad \left([A_i] = \frac{\rho c_i}{M_i}\right) \tag{3.2}$$

Здесь $[A_i]$ — молярная концентрация i-й компоненты.

Суммарная массовая скорость образования i-ой компоненты в процессе s-й реакции тогда будет равна

$$\sigma_{is} = M_i(\nu_{is}'' - \nu_{is}')R_s \tag{3.3}$$

а суммарная массовая скорость образования i-й компоненты в ходе всех N_m реакций

$$\sigma_i = \sigma_{i1} + \ldots + \sigma_{iN_m} \tag{3.4}$$

4. Характеристики. В плоскости ht имеются два семейства характеристик, уравнения которых суть

$$\left(\frac{dh}{dt}\right)_{\pm} = \pm \frac{\rho a_f}{\rho_1} \tag{4.1}$$

Здесь и ниже индекс плюс относится к характеристикам первого семейства, а индекс минус — к характеристикам второго семейства.

Вдоль характеристик выполняются условия

$$\pm \rho a_f \left(\frac{du}{dt}\right)_{\pm} + \left(\frac{dp}{dt}\right)_{\pm} = \frac{a_f^2}{\partial H / \partial \rho} \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial H}{\partial c_i} \frac{\sigma_i}{\rho} \tag{4.2}$$

Линия тока, уравнение которой

$$\left(\frac{dh}{dt}\right)_0 = 0 \tag{4.3}$$

также обладает некоторыми характеристическими свойствами. Вдоль нее выполняются условия

$$\left(\frac{dc_i}{dt}\right)_0 = \frac{\sigma_i}{\rho}, \qquad \left(\frac{dH}{dt}\right)_0 = \frac{1}{\rho}\left(\frac{dp}{dt}\right)_0, \qquad \left(\frac{dS}{dt}\right)_0 = -\frac{1}{\rho T} \sum_{i=1}^{N} \mu_i \sigma_i \tag{4.4}$$

Индекс 0 означает дифференцирование вдоль линии тока.

Для газа, находящегося в состоянии покоя, характеристики (4.1) суть прямые линии с наклоном $\pm a_{f1}$. Можно показать, что возмущение в газе, происходящее от движения поршня, распространяется в невозмущенный газ со скоростью a_{f1}, так что в плоскости ht область невозмущенного газа отделяется от области возмущенного газа прямой $h = a_{f1}t$.

В таком случае граничные условия (2.7) могут быть переписаны в виде

$$p(a_{f1}t, t) = p_1, \qquad \rho(a_{f1}t, t) = \rho_1, \qquad H(a_{f1}t, t) = H_1, \qquad a_f(a_{f1}t, t) = a_{f1}$$
$$c_i(a_{f1}t, t) = c_{i1}, \qquad u(a_{f1}t, t) = 0, \qquad T(a_{f1}t, t) = T_1 \tag{4.5}$$

5. Преобразование переменных. Введем новые переменные

$$y = \frac{h}{t}, \qquad t = t \tag{5.1}$$

В этих переменных уравнения (2.1) — (2.5) примут вид

$$t\frac{\partial c_i}{\partial t} - y\frac{\partial c_i}{\partial y} = t\frac{\sigma_i}{\rho}, \qquad \frac{\rho_1}{\rho^2}\left(t\frac{\partial \rho}{\partial t} - y\frac{\partial \rho}{\partial y}\right) + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$
$$\rho_1\left(t\frac{\partial u}{\partial t} - y\frac{\partial u}{\partial y}\right) + \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \qquad t\frac{\partial H}{\partial t} - y\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{\rho}\left(t\frac{\partial p}{\partial t} - y\frac{\partial p}{\partial y}\right)$$
$$t\frac{\partial S}{\partial t} - y\frac{\partial S}{\partial y} = -\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{N} \mu_i \left(t\frac{\partial c_i}{\partial t} - y\frac{\partial c_i}{\partial y}\right) \tag{5.2}$$

Введем безразмерные переменные по формулам

$$t^\circ = \frac{t}{\tau_1}, \qquad h^\circ = \frac{h}{a_{f1}\tau_1}, \qquad y^\circ = \frac{h^\circ}{t^\circ}, \qquad a_f^\circ = \frac{a_f}{a_{f1}}, \qquad u^\circ = \frac{u}{a_{f1}}$$
$$U_p^\circ = \frac{U_p}{a_{f1}}, \qquad p^\circ = \frac{p}{p_1}, \qquad \rho^\circ = \frac{\rho}{\rho_1}, \qquad T^\circ = \frac{T}{T_1}, \qquad S^\circ = \frac{S}{(p_1 / \rho_1 T_1)}$$
$$H^\circ = \frac{H - H_1}{(p_1 / \rho_1)}, \qquad \sigma_i^\circ = \frac{\sigma_i \tau_1}{\rho_1}, \qquad \mu_i^\circ = \frac{\mu_i}{(p_1 / \rho_1)} \tag{5.3}$$

где τ_1 — характерное время задачи. Уравнения (5.2) в безразмерных величинах примут вид (индекс° опущен)

$$t\frac{\partial c_i}{\partial t} - y\frac{\partial c_i}{\partial y} = t\frac{\sigma_i}{\rho}, \frac{1}{\rho^2}\left(t\frac{\partial\rho}{\partial t} - y\frac{\partial\rho}{\partial y}\right) + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

$$\gamma_{f1}\left(t\frac{\partial u}{\partial t} - y\frac{\partial u}{\partial y}\right) + \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \ t\frac{\partial H}{\partial t} - y\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{\rho}\left(t\frac{\partial p}{\partial t} - y\frac{\partial p}{\partial y}\right) \qquad (5.4)$$

$$t\frac{\partial S}{\partial t} - y\frac{\partial S}{\partial y} = -\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{N}\mu_i\left(t\frac{\partial c_i}{\partial t} - y\frac{\partial c_i}{\partial y}\right) \qquad (\gamma_{f1} = \gamma_f(T_1, c_{i1}))$$

Граничные условия (4.5) примут вид

$$U(0, t) = U_p, \quad p(1, t) = 1, \quad H(1, t) = 0, \quad T(1, t) = 1$$

$$\rho(1, t) = 1, \quad u(1, t) = 0, \quad c_i(1, t) = c_{i1}, \quad a_f(1, t) = 1 \qquad (5.5)$$

В новых переменных характеристики (4.1), линии тока (4.3) и условия вдоль них (4.2) и (4.4) запишутся в виде

$$\left(\frac{d(yt)}{dt}\right)_\pm = \pm\rho a_f, \qquad \left(\frac{d(yt)}{dt}\right)_0 = 0$$

$$\pm\gamma_{f1}\rho a_f\left(\frac{du}{dt}\right)_\pm + \left(\frac{dp}{dt}\right)_\pm = \frac{\gamma_{f1}a_f^2}{\partial H/\partial\rho}\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial H}{\partial c_i}\frac{\sigma_i}{\rho} \qquad (H = H(p, \rho, c_i))$$

$$\left(\frac{dH}{dt}\right)_0 = \frac{1}{\rho}\left(\frac{dp}{dt}\right)_0, \qquad \left(\frac{dc_i}{dt}\right)_0 = \frac{\sigma_i}{\rho} \qquad (5.6)$$

6. Решение для малых t. В пределе при $t \to 0$ уравнения (5.4) превратятся в систему обыкновенных дифференциальных уравнений для функций $p(y, 0) = p^\times(y)$ и т. д., а именно в систему

$$y\frac{dc_i^\times}{dy} = 0, \qquad y\frac{d\rho^\times}{dy} - \rho^{\times 2}\frac{du^\times}{dy} = 0, \qquad \gamma_{f1}y\frac{du^\times}{dy} - \frac{dp^\times}{dy} = 0$$

$$y\frac{dH^\times}{dy} = \frac{1}{\rho^\times}y\frac{dp^\times}{dy}, \qquad y\frac{dS^\times}{dy} = 0 \qquad (6.1)$$

Первое уравнение (при $y \neq 0$) дает с учетом граничных условий

$$c_i^\times = c_{i1}$$

т. е. при малых t течение можно считать замороженным.

Последнее уравнение (6.1) показывает, что течение при этом изэнтропично, так как $S^\times = S_1$. Таким образом, в пределе при малых t имеет место изэнтропическая центрированная волна разрежения [1].

Прежде всего заметим, что система (6.1) имеет тривиальное решение

$$u^\times = \text{const}, \qquad p^\times = \text{const}, \qquad H^\times = \text{const} \qquad (6.2)$$

Это соответствует невозмущенному состоянию смеси. Рассмотрим теперь случай непостоянных значений параметров $u^\times$, $p^\times$, $H^\times$. Второе уравнение системы (6.1) преобразуется к виду

$$y\frac{dp^\times}{dy} - \gamma_{f1}\rho^{\times 2}a_f^{\times 2}\frac{du^\times}{dy} = 0$$

Сравнивая это уравнение с третьим уравнением системы (6.1), убеждаемся в том, что они совместны лишь, если $\rho^\times a_f^\times = y$.

Поэтому система уравнений (6.1) может быть заменена системой

$$\rho^\times a_f^\times = y, \qquad \gamma_{f1}\rho^\times a_f^\times\frac{du^\times}{dy} = \frac{dp^\times}{dy}, \qquad a_f^\times\frac{d\rho^\times}{dy} = \rho^\times\frac{du^\times}{dy} \qquad (6.3)$$

$$p^\times = \rho^\times T^\times, \qquad a_f^{\times 2} = \frac{\gamma_f(T^\times)}{\gamma_{f1}}\frac{p^\times}{\rho^\times}$$

Однако, если исключить случай кавитации легко видеть, что решение системы (6.3) непригодно для $y = 0$ (здесь должно быть $\rho^{\times} a_f^{\times} = 0$). Поэтому следует предположить, что в некоторой области $0 \leqslant y \leqslant y_c$ параметры состояния и движения газа постоянны (это совместимо с системой дифференциальных уравнений (6.1)).

Координата $y = y_c$ определяется условием

$$u^{\times}(y_c) = U_p \tag{6.4}$$

В области $y_c \leqslant y \leqslant 1$, где $\rho^{\times} a_f^{\times} = y$, уравнения характеристик первого и второго семейств соответственно имеют вид

$$y = \text{const}, \qquad yt^2 = \text{const}$$

В области $0 \leqslant y \leqslant y_c$, где $\rho^{\times} a_f^{\times} = y_c$, уравнения характеристик суть

$$yt = \pm y_c t + \text{const}$$

Параметры задачи в непосредственной близости к оси $t = 0$ можно определить, зная выводящие производные. Для $y_c \leqslant y \leqslant 1$ удобнее искать характеристические производные. Для этого введем характеристические переменные α и β. Пусть вдоль характеристик второго семейства постоянно β; положим β равным значению t, при котором характеристика пересекает прямую $y = 1$. Вдоль характеристик первого семейства постоянным будем считать α; положим α равным значению y, при котором характеристика пересекает прямую $t = 0$ в области $y_c \leqslant y \leqslant 1$. В области $0 \leqslant y \leqslant y_c$ пусть α будет равно значению t, при котором характеристика пересекает ось $y = 0$, взятому с обратным знаком. Тогда уравнения характеристик и условия вдоль характеристик и линий тока запишутся в виде

$$ty_\beta + (y - \rho a_f)\, t_\beta = 0 \tag{6.5}$$

$$ty_\alpha + (y + \rho a_f)\, t_\alpha = 0 \tag{6.6}$$

$$\gamma_{f1} \rho a_f u_\beta + p_\beta = \left\{ \frac{\gamma_{f1} a^2{}_f}{\partial H / \partial \rho} \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial H}{\partial c_i} \frac{\sigma_i}{\rho} \right\} t_\beta \tag{6.7}$$

$$\gamma_{f1} \rho a_f u_\alpha - p_\alpha = \left\{ \frac{\gamma_{f1} a_f^2}{\partial H / \partial \rho} \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial H}{\partial c_i} \frac{\sigma_i}{\rho} \right\} t_\alpha \tag{6.8}$$

$$c_{i\alpha} t_\beta + c_{i\beta} t_\alpha = \frac{2\sigma_i}{\rho} t_\alpha t_\beta \tag{6.9}$$

$$p_\alpha t_\beta + p_\beta t_\alpha - a_f^2 \rho_\alpha t_\beta - a_f^2 \rho_\beta t_\alpha = \frac{2a_f^2}{\partial H / \partial \rho} \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial H}{\partial c_i} \frac{\sigma_i}{\rho} t_\alpha t_\beta \tag{6.10}$$

Здесь $H = H(p, \rho, c_i)$. При этом

$$\begin{array}{lll} y(\alpha, 0) = \alpha, & t(\alpha, 0) = 0, & (\alpha > y_c) \\ y(1, \beta) = 1, & t(1, \beta) = \beta, & p(1, \beta) = 1 \\ u(1, \beta) = 0, & c_i(1, \beta) = c_{i1}, & T(1, \beta) = 1 \\ & a_f(1, \beta) = 1 & \end{array} \tag{6.11}$$

Обозначим

$$f^{\times\times}(\alpha) = f_\beta(\alpha, 0) \tag{6.12}$$

где f — любой параметр задачи.

Продифференцируем уравнения (6.6), (6.8), (6.9) и (6.10) по β, уравнение (6.7) по α, положим в полученных уравнениях, а также в уравнении (6.5) $\beta = 0$ и применим условия (6.11). Получим систему уравнений

$$\gamma_{f1}\alpha u_\alpha^{\times\times} + p_\alpha^{\times\times} = F_1, \qquad p_\alpha^{\times\times} - a_f^{\times 2}\gamma_{f1}\rho_\alpha^{\times\times} = F_2, \qquad \gamma_{f1}\alpha u_\alpha^{\times\times} - p_\alpha^{\times\times} = F_3 \qquad (6.13)$$

$$c_{i\alpha}^{\times\times} = F_{4i}, \quad t^{\times\times} + 2\alpha t_\alpha^{\times\times} = 0, \qquad y^{\times\times} = \tfrac{1}{2}\pi^{\times\times}, \qquad \pi = \rho a_f$$

где F_1, F_2, F_3 и F_{4i} суть функции $f^{\times\times}$, $f_\alpha(\alpha, 0)$, $f(\alpha, 0)$.

Предпоследнее уравнение (6.13) после интегрирования дает

$$t^{\times\times}(\alpha) = \alpha^{-1/2}, \qquad \alpha > y_c$$

Первые четыре уравнения системы (6.13) можно проинтегрировать численно и найти таким образом величины $f^{\times\times}(\alpha) = f_\beta(\alpha, 0)$. После этого можно найти $y^{\times\times}$.

На отрезке $0 \leqslant y \leqslant y_c$ определим производные

$$f_t(y, 0) = f_*(y)$$

Продифференцируем первые четыре уравнения (5.4) по t и положим в полученных уравнениях $t = 0$. Тогда окажется, что величины f_* определяются из следующей системы уравнений:

$$\rho_c^2 \frac{du_*}{dy} - y\frac{d\rho_*}{dy} = F_1^*, \qquad \frac{dp_*}{dy} - \gamma_{f1} y \frac{du_*}{dy} = F_2^* \qquad (6.14)$$

$$\gamma_{f1} y a_{fc}^2 \frac{d\rho_*}{dy} = y\frac{dp_*}{dy} + F_3^*, \qquad y\frac{dc_{i*}}{dy} = F_{4i}^*$$

которую можно проинтегрировать численно. Функции F_1^*, F_2^*, F_3^*, F_{4i}^* зависят только от f_* и $f(\alpha, 0)$.

Граничными условиями будут условия непрерывности функций

$$f_*(y_c) = f^{\times\times}(\alpha_c) \,/\, t^{\times\times}(\alpha_c) \qquad \text{при } \alpha = \alpha_c$$

Решения систем (6.13) и (6.14) могут быть использованы для контроля при счете методом характеристик.

7. Численные результаты: идеально диссоциирующий газ. Решение системы уравнений (6.1) для $t = 0$ и условия (5.5) составляют систему граничных условий в задаче об определении параметров газа в волне разрежения с учетом релаксации.

В качестве примера рассмотрим идеально диссоцирующий газ, схема которого была предложена Лайтхиллом [3] и применена Фрименом [4]. В этом случае

$$H = (4 + c)\frac{p/\rho}{1 + c} + cd \qquad \left(d = 3.362\cdot 10^{11}\frac{см^2}{сек^2}\right)$$

$$\sigma = \Lambda\left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^2\left[(1 - c)e^{-d/R_2T} - \frac{\rho}{\rho_d}c^2\right] \qquad \left(\Lambda = \frac{\tau_1}{(\rho_1 C)^{-1}}\right), \qquad \rho_d = 130\,\frac{г}{см^3}$$

Здесь $(\rho_1 C)^{-1}$ — временной масштаб процесса диссоциации, R_2 — газовая постоянная молекулярной компоненты смеси, c — массовая доля атомарной компоненты смеси (здесь все величины, кроме c, размерные).

Расчеты проводились методом характеристик для значений

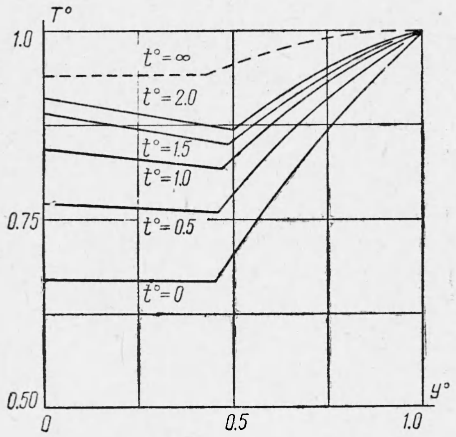
$$\Lambda = 10^7 \text{ и } 10^6, \quad c_1 = 0.9706, \quad U_p^\circ = 0.63, \quad \gamma_{f1} = 1.66$$

На фиг. 1 приведен профиль температуры T° в волне разрежения для $t^\circ = 0,\ 0.5,\ 1.0,\ 1.5,\ 2.0$, $\Lambda = 10^7$. Расчеты для $t^\circ = 0$ проведены по формулам (6.3). На фиг. 2 приведены для сравнения профили температуры T° для случаев замороженного течения (кривая *1*), $\Lambda = 10^6$ при $t^\circ = 1$ (кривая *2*) и $\Lambda = 10^7$ при $t^\circ = 1$ (кривая *3*).

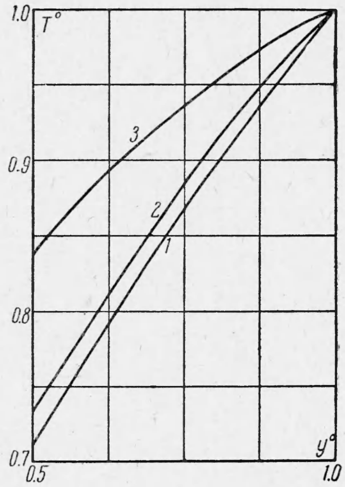
8. О предельной форме уравнений при $t \to \infty$. Предполагая существование пределов

$$\lim_{t\to\infty} f(y, t), \qquad \lim_{t\to\infty} (\partial f / \partial \ln t)$$

(где f — любой параметр задачи) и переходя в уравнениях, описывающих распространение волны разрежения в релаксирующем газе, формально к пределу при $t \to \infty$, Вуд и Паркер [2] получили систему уравнений для центрированной равновесной изэнтропической волны разрежения.



Фиг. 1



Фиг. 2

В тех же предположениях можно получить из уравнений (5.2) следующую систему:

$$\sigma_i = 0, \qquad S = S_1 \tag{8.1}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho^2} y \frac{d\rho}{dy} - \frac{du}{dy} = 0, \qquad \rho_1 y \frac{du}{dy} - \frac{dp}{dy} = 0, \qquad \frac{dH}{dy} = \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dy}$$

описывающую центрированную волну разрежения, распространяющуюся в реагирующей смеси газов без нарушения термодинамического и химического равновесия. На фиг. 1 пунктирной кривой нанесен профиль температуры $T°$, полученный при решении системы (8.1).

В заключение благодарю С. С. Семенова, Н. С. Коржикова и Л. И. Северинова за обсуждение работы.

Поступила 25 IV 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. Изд-во иностр. лит-ры, 1950.
2. Wood W. W., Parker F. R. Structure of a Centered Rarefaction Wave in a Relaxing Gas. Phys. of Fluids, 1958, No. 3, 230—241.
3. Lighthill M. J. Dynamics of a dissotiating gas. Part l. Equilibrium Flow. Journ. Fluid Mechanics, 1957, v.2, 1—32. (Русск. пер. Лайтхилл «Динамика диссоциирующего газа. 1. Равновесный поток». Сб. пер. Вопросы ракетной техники, 1957, № 5 (41), 66—75 и 1957, № 6 (42), 41—60.
4. Freeman N. C. Non-equilibrium flow of an ideal dissotiating gas. Journ. Fluid Mechanics, 1958, 4, 4, 407—425. (Русск. пер. Н. К. Фримен «Неравновесное течение идеально диссоциирующего газа». Сб. пер. Механика, 1959, № 3 (55) 69—85.