

т. е. значения скорости сдвига и касательного напряжения при подходе к вершине клина зависят от направления подхода.

Граничные условия для функции  $u$  запишем в виде

$$u = 0 \text{ при } \varphi = 0, \quad u = u_0 \text{ при } \varphi = \omega \quad (2.4)$$

При  $P(r, \varphi) = 0$  из (2.3) и (2.4) получаем

$$u = \varphi u_0 / \omega \quad (2.5)$$

т. е. частицы среды, находящиеся на луче, проведенном из вершины клина, движутся с равными скоростями.

Для заданной зависимости  $P(r, \varphi)$  из (2.3) и (2.4) находится зависимость  $u = u(\varphi)$ .

Подсчитаем усилие  $T$ , приложенное к части грани клина  $[0, r]$

$$T = \int_0^r \tau dr = kr - u' \int_{\gamma}^{\infty} \frac{F(\gamma)}{\gamma^2} d\gamma \quad (2.6)$$

Так как усилие  $T$  — конечная величина, то интеграл (2.6) накладывает ограничение на выбор зависимости  $F(\gamma)$ . Таким образом, в местах, где  $\gamma$  велико, зависимость  $F(\gamma)$  должна быть такой, чтобы усилие  $T$  было конечной величиной.

Если принять  $F(\gamma) = \eta\gamma^m$ , то нетрудно видеть из (2.6), что необходимо выполнение неравенства  $m = 1$ , т. е. в местах, где  $\gamma$  неограниченно возрастает, вязкость не может быть линейной.

Поступила 27 III 1966

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Oldrout J. G. Rectilinear plastic flow of a Bingham Solid. Proc., Cambridge Philos. Soc., 1948, vol. 44 p. 2.
2. Нейбер Г. Теория концентрации напряжений в призматических стержнях, работающих в условиях сдвига, для любого нелинейного закона, связывающего напряжения и деформации. Механика и обз. ин. период. лит. Сб. перев., 1961, № 4.
3. Знаменский В. А., Ивлев Д. Д. Об уравнениях вязко-пластического тела при кусочно-линейных потенциалах. Изв. АН СССР, 1963, № 6.
4. Мясников В. П. Некоторые точные решения для прямолинейных движений вязко-пластической среды. ПМТФ, 1961, № 2.
5. Мирзаджанзаде А. Х. Некоторые вопросы вязко-пластических жидкостей в применении к нефтедобыче. Изд. Азнефть, Баку, 1959.

#### РЕЛАКСАЦИЯ ТРУБ И ВЫПУЧИВАНИЕ СТЕРЖНЕЙ ИЗ ВЯЗКО-ПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

*А. М. Локощенко, С. А. Шестериков*

(Москва)

Исследуется поведение двух элементов конструкций из нелинейно-вязкого идеально-пластического материала.

Впервые эта схема была предложена Одквистом [1] и использована В. И. Розенблюмом [2]. Модель Одквиста нашла хорошее экспериментальное подтверждение в работе Гарднера и Миллера [3], которые явно наблюдали предел текучести (до определенного уровня напряжений имеется нелинейная зависимость между напряжениями и скоростями установившейся ползучести, а при достижении критического напряжения («предел ползучести») наблюдается течение при произвольных скоростях деформации).

В ряде случаев пренебрежение упругими деформациями приводит к слишком грубой оценке реального поведения элементов конструкций. Так, исследование процесса релаксации напряжений обязательно требует учета мгновенной упругости.

В первой части решается задача о релаксации напряжений в посаженной на жесткий вал трубе, материал которой подчиняется следующим условиям (фиг. 1, а, б). Всюду, где не достигнут предел текучести, имеют место упругие деформации; кроме того, при напряжениях, больших некоторого значения, развиваются деформации ползучести (установившейся или неустановившейся ограниченной). Предел текучести — максимально допустимое для материала напряжение; в областях, где достигнут предел текучести, деформациями упругости и ползучести можно пренебречь по сравнению с пластическими деформациями.

Во второй части исследуется процесс выпучивания стержней в условиях нелинейной ползучести.

В отличие от известных работ [4-6], в которых исследуется стержень с идеализированным сечением, здесь рассматривается сплошной стержень и учитывается переменность напряжений по сечению. В отличие от первой части здесь для напряжений, меньших  $\sigma_s$ , принимаются соотношения установившейся ползучести без учета мгновенных упругих деформаций — фактически здесь принята модель жесткой идеально-пластической среды при мгновенном деформировании с учетом нелинейной вязкости.

**§ 1. Напряженное и деформированное состояние в трубе под давлением в начальный момент.** Рассмотрим несжимаемую трубу кругового цилиндрического сечения из упруго-идеально-пластического материала в условиях плоской деформации. Ее безразмерные радиусы: внутренний —  $a$ , внешний —  $1$ .

При равномерном внутреннем давлении  $p$  в упругом состоянии составляющие напряжений имеют вид [7]

$$\sigma_r = -p^* \left( \frac{1}{r^2} - 1 \right), \quad \sigma_\theta = p^* \left( \frac{1}{r^2} + 1 \right), \quad \sigma_z = \frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{2}$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{zr} = 0, \quad p^* = \frac{pa^2}{(1-a^2)} \quad (1.1)$$

Интенсивность напряжений равна

$$\sigma_i = \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{2} = \frac{p^*}{r^2} \quad (1.2)$$

Для несжимаемой трубы зависимость радиального перемещения от радиуса  $u(r)$  имеет вид

$$u(r) = 1.5 p^* E^{-1} r^{-1}$$

где  $E$  — модуль упругости материала. Согласно (1.2), интенсивность напряжений достигает максимального значения на внутренней поверхности трубы. Если  $\sigma_i$  такова, что  $\sigma_i = q$  при  $r = a$ , где  $q$  — предельное значение  $\sigma_i$ , то на внутренней поверхности появляется пластическая зона. Безразмерный радиус поверхности раздела между упругой и пластической зонами обозначим  $c$ .

В пластической зоне

$$\sigma_r = -p + 2q \ln \frac{r}{a}, \quad \sigma_\theta = -p + 2q \left( 1 + \ln \frac{r}{a} \right), \quad \sigma_i = q \quad (a \leq r \leq c) \quad (1.3)$$

В упругой зоне

$$\sigma_r = -qc^2 (r^{-2} - 1), \quad \sigma_\theta = qc^2 (r^{-2} + 1), \quad \sigma_i = qc^2 r^{-2} \quad (c \leq r \leq 1) \quad (1.4)$$

Радиус раздела между зонами связан с внутренним давлением зависимостью

$$0,5 \frac{p}{q} = \ln \left( \frac{c}{a} \right) + 0,5 (1 - c^2)$$

Радиальные перемещения  $u(r)$  трубы в упруго-пластическом состоянии зависят от  $r$  следующим образом:

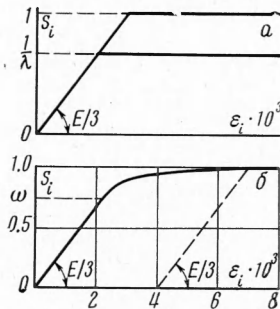
$$u(r) = 1,5 qc^2 E^{-1} r^{-1}$$

**§ 2. Решение задачи по схеме, учитывающей установившуюся ползучесть.** Эта схема пытается объяснить процессы в трубе после динамической насадки ее на жесткий вал. Известно, что у диаграмм простого растяжения (или чистого кручения) при различных скоростях деформирования модуль Юнга (соответственно модуль сдвига) неизменен, в то время как предел текучести с возрастанием скорости деформирования повышается. Насадка трубы производится в холодном состоянии с такой скоростью, что предел текучести на сдвиг повышается от статического значения  $k$  до динамического  $q$ :  $q/k = \lambda > 1$ . Введем безразмерные напряжения  $s = \sigma/q$ . Если всюду  $s_i \leq 1/\lambda$  при  $a \leq r \leq 1$ , то труба остается упругой. Этот случай не представляет интереса, поэтому в дальнейшем всюду будем считать, что напряженное состояние в начальный момент таково, что на внутренней части трубы или во всей трубе  $s_i > 1/\lambda$ . В этой области развивается установившаяся ползучесть в соответствии со степенным законом ползучести

$$(\dot{\epsilon}_i^c)' = Bq^n (s_i - 1/\lambda)^n$$

Здесь  $(\dot{\epsilon}_i^c)'$  — интенсивность скоростей ползучести,  $B$  и  $n$  — константы, характеризующие процесс ползучести. При  $t \rightarrow \infty$  ( $t$  — время) материал становится упруго-идеально-пластическим со статическим пределом текучести  $s_i = 1/\lambda$  (фиг. 1, а).

Внутреннее давление  $p_0$  сообщает в начальный момент внутреннему контуру трубы перемещение  $u(a) = 1,5 p^* E^{-1}$ , если вся труба находится в упругом состоянии, или  $u(a) = 1,5 qc^2 E^{-1} a^{-1}$ , если внутренняя часть  $a \leq r \leq c$  находится в состоянии иде-



Фиг. 1

альной пластичности  $s_i = 1$ . По постановке задачи,  $u(a)$  со временем не меняется. Из условий плоской деформации и несжимаемости следует, что  $u(r)$  также постоянно во времени.

Рассмотрим ту часть трубы  $a \leq r \leq d \leq 1$  (или всю трубу), в которой в начальный момент времени  $s_i > 1/\lambda$ . Связь между интенсивностями напряжений и скоростей деформаций

$$\dot{\epsilon}_i = \frac{3q}{E} s_i + Bq^n \left( s_i - \frac{1}{\lambda} \right)^n \tag{2.1}$$

и условие  $\partial u / \partial t = 0$  дают дифференциальное уравнение относительно  $s_i$

$$\frac{3}{E} s_i + Bq^{n-1} \left( s_i - \frac{1}{\lambda} \right)^n = 0$$

Интегрируя, получаем

$$s_i(r, t) = \frac{1}{\lambda} \left\{ 1 + (\lambda s_{i0} - 1) \left[ 1 + \frac{BEq^{n-1} (s_{i0} - 1/\lambda)^{n-1}}{3(n-1)} t \right]^{-\frac{1}{n-1}} \right\} \tag{2.2}$$

Функция  $s_{i0} = s_{i0}(r)$  — распределение  $s_i$  при  $t = 0$  — определяется по формулам (1.1) или (1.3) — (1.4). Формула (2.2) определяет  $s_i(r, t)$  в любой точке трубы в любой момент времени. После этого можно определить  $s_r(r, t)$  по формуле

$$s_r(r, t) = \int_1^r \frac{2s_i(r, t)}{r} dr \tag{2.3}$$

являющейся следствием уравнения равновесия, а затем  $s_\theta(r, t)$  — согласно (1.2). Компоненты напряжений при  $t \rightarrow \infty$  обозначим  $s_{i\infty}, s_{r\infty}, s_{\theta\infty}$ .

Определим относительное уменьшение давления  $\Delta = (p_0 - p_\infty) / p_0$  при упругом и упруго-пластическом распределении  $s_{i0}$ . Следует рассмотреть четыре случая.

При  $s_{i0} < 1$  два случая

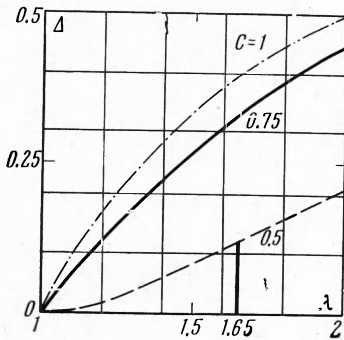
$$\Delta = 1 - \frac{k}{p_0} \left[ 1 + \ln \frac{p_0^*}{ka^2} - \frac{p_0^*}{k} \right] \quad (ka^2 \leq p_0^* \leq k)$$

$$\Delta = 1 - \frac{2k}{p_0} \ln \frac{1}{a} \quad (k \leq p_0^* \leq ka^2\lambda)$$

При  $s_{i0}(r) = \begin{cases} 1 & (a \leq r \leq c) \\ c^2/r^2 & (c \leq r \leq 1) \end{cases}$  два случая:

$$\Delta = \frac{(\lambda - 1) [1 + 2 \ln(c/a)] - \ln \lambda}{\lambda [2 \ln(c/a) + 1 - c^2]} \quad (a \leq c \leq \lambda^{-0.5})$$

$$\Delta = 1 - \frac{2 \ln(1/a)}{[2 \ln(c/a) + 1 - c^2] \lambda} \quad (\lambda^{-0.5} \leq c \leq 1)$$



Фиг. 2

$s_{i\infty}(r), s_{r\infty}(r), s_{\theta\infty}(r)$  — штрих-пунктирными. При  $c = 0.5, c = 0.75, c = 1$  соответственно имеем  $\Delta = 8.4\%, 26.6\%, 33.4\%$ .

**§ 3. Решение задачи о релаксации трубы по схеме, учитывающей неустановившуюся ограниченную ползучесть.** Рассмотрим насадку трубы на жесткий вал с такой скоростью деформирования, которой соответствует упруго-идеально-пластическая диаграмма  $\sigma_i - \epsilon_i$  материала трубы с тем же предельным значением  $\sigma_i = k$ , что и у статической диаграммы  $\sigma_i - \epsilon_i$ . Будем здесь относить все напряжения к  $k: s = \sigma/k$ . Пусть статическая диаграмма (фиг. 1, б) при  $0 \leq s_i \leq \omega < 1$  (где  $\omega$  соответствует пределу упругости) совпадает с динамической, при  $\omega < s_i < 1$  упругие деформации динамической диаграммы суммируются с деформациями неустановившейся ползучести, а при  $s_i = 1$  материал идеально-пластичен. Так введенная статическая диаграмма согласуется с экспериментами над титаном, мягкой сталью и другими материалами.

Введем в рассмотрение следующее соотношение между интенсивностями напряжений, деформаций и их скоростей при  $\omega < s_i < 1$ :

$$\dot{\epsilon}_i = \frac{3ks_i}{E} + Bk^n (s_i - \omega)^n - A \left( \epsilon_i - \frac{3ks_i}{E} \right) \quad (3.1)$$

Здесь постоянные  $B$  и  $n$  характеризуют установившуюся ползучесть, а постоянная  $A$  — затухание ползучести. В начальный момент  $t = 0$  из (3.1) следует

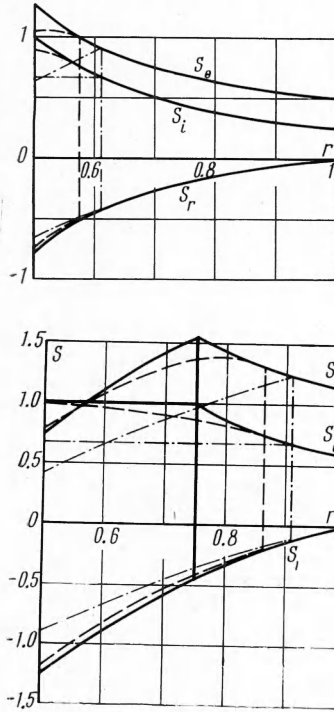
$$\epsilon_i = 3ks_i/E \quad (3.2)$$

что соответствует динамической диаграмме. Для получения статической диаграммы интегрируем (3.1) при условии  $\dot{s}_i = 0$ . Получаем

$$\epsilon_i(t) = \frac{3ks_i}{E} + \frac{Bk^n}{A} (s_i - \omega)^n (1 - e^{-At})$$

при  $t \rightarrow \infty$

$$\epsilon_i = \frac{3ks_i}{E} + \frac{Bk^n}{A} (s_i - \omega)^n \quad (3.3)$$



Фиг. 3

При  $s_i = \omega$  кривые (3.2) и (3.3) плавно переходят одна в другую. При  $s_i = 1$  производная  $ds_i/d\epsilon_i$  терпит разрыв, от него можно избавиться усложнением выражения (3.1).

Вернемся к задаче о релаксации несжимаемой трубы. Так же, как и в предыдущем параграфе, несжимаемость вызывает  $\epsilon_i = \epsilon_{i0} = \text{const}$ ,  $\dot{\epsilon}_i = 0$ . Интегрируем (3.1) при этих условиях

$$t = \frac{3k}{E} \int_{s_{i0}}^{s_i} \frac{ds_i}{A(\epsilon_{i0} - 3ks_i/E) - Bk^n (s_i - \omega)^n} \quad (3.4)$$

Распределение  $s_{i0}(r)$  определяется на основании формул (1.1) или (1.3), (1.4), в которых нужно заменить  $q$  на  $k$ .

Уравнение (3.4) дает распределение  $s_i = s_i(r, t)$ . После этого, согласно (2.3) и (1.2), можно найти напряжения  $s_r(r, t)$  и  $s_\theta(r, t)$  для любого момента времени. Так как уравнение (3.4) в общем случае до конца проинтегрировать не удастся, были проделаны вычисления для трубы  $a = 1/2$ , материал которой остается упругим при  $0 \leq s_i \leq 0.75$ . Были рассмотрены три различных значения  $c$ : 0.5, 0.75 и 1. Для примера, использованы следующие значения характеристик материала:  $n = 5$ ,  $E/k = 10^3$ ,  $Bk^n = 0.032 \text{ час}^{-1}$ . Постоянная  $A$  выбиралась такой, что кривая (3.3) пересекала прямую  $s_i = 1$  в точке, соответствующей условному пределу текучести и определяемому при помощи  $\epsilon_s = 0.2\%$ , т. е.  $\epsilon_{is} = 0.004$  (фиг. 1, б),  $A = 0.0078 \text{ час}^{-1}$ .

Распределения  $s_{i0}(r)$ ,  $s_{r0}(r)$ ,  $s_{\theta0}(r)$  (фиг. 3, а, б, в), вычисленные для обеих схем, совпадают. Функции  $s_{i\infty}(r)$ ,  $s_{r\infty}(r)$ ,  $s_{\theta\infty}(r)$  нанесены на фиг. 3, а, б, в, штриховой линией; относительное уменьшение давления трубы на вал  $\Delta = (p_0 - p_\infty)/p_0$  составляет 0.57% при  $c = 0.5$ ,  $\Delta = 3.42\%$  при  $c = 0.75$  и  $\Delta = 3.69\%$  при  $c = 1$ .

§ 4. Выпучивание стержня. Рассмотрим задачу выпучивания стержня, имеющего начальное искривление, под действием осевой нагрузки. Примем для связи между напряжениями и деформациями соотношение вида  $\sigma = D\varepsilon^m$ . Рассмотрим стержень (фиг. 4) постоянного поперечного сечения, сжатый продольной силой  $P$  и имеющий начальное искривление  $v_0(x)$ . В процессе ползучести будет нарастать прогиб, и приращение прогиба обозначим через  $v(x, t)$ . Примем гипотезу плоских сечений, тогда, предполагая малость прогибов, можно записать

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (4.1)$$

где  $\varepsilon_0$  — деформация оси стержня,  $z$  — координата по сечению стержня в плоскости изгиба. Уравнения равновесия для стержня можно записать в виде

$$P = \int_{-h}^h b \sigma dz, \quad -P(v + v_0) = \int_{-h}^h b \sigma z dz \quad (4.2)$$

где  $2h$  — высота стержня.

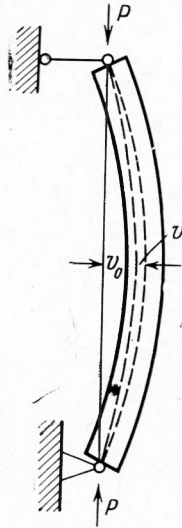
Исследуем поведение шарнирно опертого стержня. При этом предположим, что как начальный, так и дополнительный прогибы можно достаточно точно аппроксимировать одной полу-волной синусоиды

$$v_0 = a_0 \sin \frac{\pi x}{L}, \quad v = a \sin \frac{\pi x}{L} \quad (4.3)$$

Уравнениям (4.2) удовлетворим методом коллокации. Введем безразмерные параметры ( $b_0$  — средняя толщина стержня)

$$\frac{b}{b_0} = b_1, \quad P_1 = \frac{P_0}{Db_0 h}, \quad \gamma = \frac{P}{2b_0 h \sigma_s}, \quad (4.4)$$

$$u = \frac{a}{h}, \quad \rho = \frac{\pi^2 h^2}{L^2}, \quad \xi = \frac{z}{h}$$



Фиг. 4

Используя зависимости (4.1) — (4.4) для случая, когда нет пластических областей по сечению стержня, получим

$$P_1 = \int_{-1}^1 b_1 (\varepsilon_0 - \rho u \xi)^m d\xi, \quad -P_1(u + u_0) = \int_{-1}^1 b_1 (\varepsilon_0 - \rho u \xi)^m \xi d\xi \quad (4.5)$$

Сделаем замену  $\varepsilon_0 = k\rho u$ , тогда систему (4.5) можно записать в виде

$$P_1 = (\rho u)^m I_0, \quad I_0(k) = \int_{-1}^1 b_1 (k - \xi)^m d\xi \quad (4.6)$$

$$-P_1(u + u_0) = (\rho u)^m I_1, \quad I_1(k) = \int_{-1}^1 b_1 (k - \xi)^{m+1} \xi d\xi$$

Из (4.6) легко получить одно уравнение для определения  $k$  как функции времени  $t$

$$\rho \left( -\frac{I_1}{I_0} \right)_k k = \left( \frac{P_1}{I_0} \right)^{1/m} \quad (4.7)$$

Для стержня прямоугольного поперечного сечения ( $b_1 = 1$ ), имеем

$$I_0 = \frac{(k+1)^{m+1} - (k-1)^{m+1}}{m+1}, \quad I_1 = \frac{k}{m+2} I_0 - \frac{(k+1)^{m+1} + (k-1)^{m+1}}{m+2}$$

Выведем граничные условия для  $k$ , определяемого из уравнения (4.7). При  $t = 0$  имеем условие  $u = 0$  и, следовательно, из (4.6) находим  $I_0(k_0) u_0 = -I_1(k_0)$ .

Условие появления пластичности на вогнутой стороне стержня дает соотношение для нахождения другой границы области изменения  $k$ , где верно уравнение (4.7).

Из условия  $\sigma = \sigma_s$  при  $\xi = -1$  получим

$$\sigma_s = A (\rho u)^m (k_1 + 1)^m \quad (4.8)$$

Исключая  $u$  из (4.6) и (4.8), найдем уравнение для определения  $k_1$

$$AP_1(k_1 + 1)^m = \sigma_s I_0(k_1), \quad \text{или} \quad 2\gamma (k_1 + 1)^m = I_0(k_1) \quad (4.9)$$

При  $\gamma < 1/r$  решение уравнения (4.9) с достаточной точностью можно представить в виде  $k_1 = \gamma/(1 - m\gamma)$ ; при  $\gamma$ , близких к 1,  $k_1 \approx \gamma m/(1 - \gamma)$ .

Таким образом, для времени наступления пластического течения на вогнутой стороне стержня  $\tau_1$  получим соотношение

$$\int_0^{\tau_1} P_1^{1/m} dt = \rho \int_{k_0}^{k_1} I_0^{1/m} \left( -\frac{I_1}{I_0} \right)'_k dk \quad (4.10)$$

Для стержня прямоугольного сечения соотношение (4.10) примет вид

$$\int_0^{\tau_1} P_1^{1/m} dt = \frac{\rho}{(m+2)} \int_{k_1}^{k_0} f(k) dk$$

$$f(k) = \left[ \frac{(k+1)^{m+1} - (k-1)^{m+1}}{(m+1)} \right]^{1/m} \left\{ 1 - \frac{4(m+1)^2(k^2-1)^m}{[(k+1)^{m+1} - (k-1)^{m+1}]^2} \right\}$$

Перейдем теперь к случаю, когда имеет место распространение одной пластической области по поперечному сечению стержня. Тогда система (4.5) для стержня прямоугольного поперечного сечения заменится следующими уравнениями:

$$2\gamma = \xi_1 + 1 + \frac{A}{\sigma_s} \int_{\xi_1}^1 (\epsilon_0 - u \cdot \rho \xi)^m d\xi, \quad \frac{A}{\sigma_s} (\epsilon_0 - u \cdot \rho \xi_1) = 1$$

$$-2\gamma(u + u_0) = \frac{\xi_1^2 - 1}{2} + \frac{A}{\sigma_s} \int_{\xi_1}^1 (\epsilon_0 - u \cdot \rho \xi)^m \xi d\xi \quad (4.11)$$

Здесь  $\xi$  — граница вязкой и пластической зон стержня. Эта система характеризует прямоугольную зону: она действительна до момента, когда появляется пластическая область на выпуклой стороне стержня. Условие появления такой области имеет вид:

$$A(\epsilon_0 - u \cdot \rho)^m = -\sigma_s \quad (4.12)$$

Отметим, что условие (4.12) дает следующие значения параметров:

$$k = \gamma, \quad \xi_1 = 2\gamma - 1, \quad u \cdot \rho = \frac{1}{1-\gamma} \left( \frac{\sigma_s}{A} \right)^{1/m} \quad (4.13)$$

Зная  $u$  в конце первого периода и используя это равенство для  $u$  из (4.13), легко оценить время протекания второго периода, аппроксимируя функцию  $u$ .

Иследуем поведение стержня для случая, когда по поперечному сечению распространяются две пластические зоны. Обозначим через  $\xi_2$  границу между зоной вязкого течения и второй пластической областью. Тогда имеем два соотношения

$$A(\epsilon_0 - \rho u \cdot \xi_1)^m = \sigma_s, \quad A(\epsilon_0 - \rho u \cdot \xi_2)^m = -\sigma_s \quad (4.14)$$

Использование (4.13) позволяет первые уравнения равновесия свести к виду

$$2\gamma = \frac{m}{(m+1)} (\xi_1 + \xi_2) + \frac{2\epsilon_0}{u \cdot \rho (m+1)} \quad (4.15)$$

Из (4.14) и (4.15) получаем  $\xi_1 + \xi_2 = 2\gamma, \epsilon_0 = u \cdot \rho \gamma$ . Используя (4.16) из второго уравнения равновесия находим уравнение для  $u$

$$(u \cdot \rho)^2 [1 - 2\gamma(u + u_0) - \gamma^2] = \frac{m}{(m+2)} \left( \frac{\sigma_s}{A} \right)^{2/m} \quad (4.16)$$

Критический полный прогиб из условия  $u \rightarrow \infty$  определится соотношением

$$u^* + u_0 = (1 - \gamma^2)/2\gamma$$

Уравнение (4.16) легко может быть проинтегрировано для постоянного  $\gamma$ .

Поступила 1 VI 1965

#### ЛИТЕРАТУРА

1. O d q v i s t F. Influence of primary creep on stresses in structural parts. Engrs Digest, 1953, vol. 14, N 12, p. 474—476.
2. Р о з е н б л ю м В. И. Влияние пластических деформаций на время разрушения при ползучести. Сб. Ползучесть и длительная прочность. Изд. СО АН СССР, 1963.
3. G a r d n e r L. R. T., Miller W. N. The creep behaviour of Magnox A. L. 80 Reactor Group U. K. Atomic Energy Author. 1962, N TRG, Rept. 420.
4. H o f f N. J. A survey of the theories of creep buckling. Proc. Third Nat. Congr. Appl. Meda, 1958, p. 29—49.
5. Ф р е й с д е В е б е к В. Выпучивание при ползучести. Сб. Влияние высоких температур на авиационные конструкции (под ред. Хоффа Н.), Оборонгиз, 1961.
6. Ш е с т е р и к о в С. А. Выпучивание при ползучести с учетом мгновенных пластических деформаций. ПМТФ, 1963, № 2.
7. К а ч а н о в Л. М. Основы теории пластичности. Гостехиздат, 1956.