

15. Maxworthy T. The structure and stability of vortex rings.— J. Fluid Mech., 1972, v. 51, N 1.  
 16. Magarvey R. H., Maclatchy C. S. The formation and structure of vortex rings.— Can. J. Phys., 1964, v. 42, N 4.  
 17. Макаров С. А., Чашечкин Ю. Д. Присоединенные внутренние волны в вязкой несжимаемой жидкости.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1982, т. 18, № 9.  
 18. Ламб Г. Гидродинамика.— М.: ОГИЗ, 1947.

Поступила 6/XII 1985 г.

УДК 536.253

## МОЩНЫЙ ТУРБУЛЕНТНЫЙ ТЕРМИК В УСТОЙЧИВО СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ АТМОСФЕРЕ. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Ю. А. Гостинцев, А. Ф. Солодовник  
(Москва)

Теоретическому исследованию нестационарного конвективного турбулентного течения, возникающего при подъеме в неограниченной среде объема жидкости или газа, обладающего дефицитом плотности (термика), посвящено большое количество работ, обзоры которых приведены в [1, 2]. Эти исследования позволили качественно описать газодинамическую структуру течения и механизм тепломассообмена термика с окружающей средой. Основная сложность изучения рассматриваемых течений заключается в отсутствии данных об интенсивности турбулентного обмена в термике, что приводит к произволу в выборе значений коэффициентов турбулентного переноса.

Настоящая работа посвящена определению условий, необходимых для адекватного численного моделирования турбулентного термика, и расчету динамики его подъема с момента образования до зависания в устойчиво стратифицированной атмосфере.

**1. Постановка задачи.** Система турбулентных уравнений, описывающая осесимметричное нестационарное конвективное движение газа в концентрационно-тепловом термике в приближении Буссинеска, имеет вид

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial \Omega}{\partial x} \frac{\partial \psi}{r \partial r} - \frac{\partial \Omega}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} E \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial r} \frac{\partial \Omega}{\partial r} - \frac{\partial \omega}{\partial r}, \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \psi}{r \partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \omega \frac{\partial \psi}{\partial x} = \text{Pr}^{-1} \left( \frac{\partial}{\partial x} E \frac{\partial \omega}{\partial x} + \right. \\ \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} E r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) - \frac{N^2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{r \partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial x} = \text{Pr}^{-1} \left( \frac{\partial}{\partial x} E \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \right. \\ \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} E r \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) - \frac{N^2}{g\beta r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{\partial \psi}{r \partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \varepsilon \frac{\partial \psi}{\partial x} = \text{Sc}^{-1} \left( \frac{\partial}{\partial x} E \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} E r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right), \\ \Omega = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}, \quad \omega = g \frac{\rho_a - \rho}{\rho} \approx g \left[ \beta \vartheta + \varepsilon \left( \frac{\mu_a}{\mu} - 1 \right) \right], \\ \Omega = \psi = \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\partial \vartheta}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0, \quad r = 0, \quad \Omega = \\ = \psi = \omega = \vartheta = \varepsilon \rightarrow 0, \quad r^2 + x^2 \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

Здесь  $x$  и  $r$  — вертикальная и радиальная координаты;  $\Omega$  — составляющая вектора завихренности, перпендикулярная плоскости  $(x, r)$ ;  $\psi$  — функция тока;  $g$  — проекция ускорения свободного падения на ось  $x$ ;  $\vartheta = T - T_a$ ,  $\varepsilon = Y - Y_a$  — избыточные температура и массовая концентрация газа с молекулярным весом  $\mu$  по отношению к окружающей среде;  $\beta \approx 1/T_a$  — температурный коэффициент расширения;  $N^2 = g\beta(dT_a/dx + g/c_p)$  — коэффициент Вэйсяля — Брента, характеризую-

ший степень устойчивости атмосферы;  $Pr$  и  $Sc$  — турбулентные числа Прандтля и Шмидта (в дальнейшем принимается  $Pr \equiv Sc$ ).

Величина турбулентной вязкости  $E$  в развитом свободноконвективном течении вырабатывается самим движением, характеристики которого определяются интегральной величиной — запасом плавучести поднимающегося объема газа  $\Pi_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \omega r dr dx, \text{ м}^4/\text{с}^2$ . Тогда можно записать  $E = \Pi_0^{1/2} \nu$ , где  $\nu$  — в общем случае зависящий от пространственных координат коэффициент турбулентности. Такой подход к заданию величины турбулентной вязкости принципиально отличается от принятого в [3, 4], где  $E$  считалась независимой от параметров движения, т. е., по существу, предполагалась аналогия между ламинарным и турбулентным режимами течения.

Наблюдения термик в различных условиях показывают, что, как правило, с некоторого момента времени после начала движения подъем плавучего облака выходит на автомодельный режим, характеризующийся подобием во времени формы облака и независимостью течения от конкретных начальных условий [5]. Исходя из этого, при изучении подъема термика в устойчиво стратифицированной атмосфере можно выделить три стадии движения: начальную (определяющие параметры  $\Pi_0$  и  $R_0$  — характерный начальный размер облака), автомодельную  $\Pi_0$  и стадию зависания  $\Pi_0, N$ . Стадия зависания поднимающегося в устойчиво стратифицированной среде облака начинается при временах, сравнимых с характерным временем тепловой перестройки атмосферы ( $t > N^{-1}$ ). При  $t \ll N^{-1}$  термик не «чувствует» состояния окружающей среды и движется по тем же законам, которые имеют место при безразличной стратификации атмосферы ( $dT_a/dx = -g/c_p, N = 0$ ). Автомодельный режим реализуется при временах  $\bar{R}_0^2 \Pi_0^{-1/2} \ll t \ll N^{-1}$ , когда термик уже «забыл» условия своего образования (его объем много больше начального), но еще не «чувствует» состояния окружающей среды. Для каждой из выделенных стадий целесообразно проводить индивидуальное обезразмеривание функций для получения наиболее общих результатов.

**2. Автомодельная стадия подъема термика.** Из (1.1) видно, что динамическая задача о подъеме концентрационно-теплого термика может быть решена автономно на основании только уравнений движения и уравнения для ускорения силы плавучести  $\omega$  без детализации распределений температуры и концентрации. Обезразмеривание динамической задачи для автомодельной стадии подъема термика имеет вид

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \Omega &= t^{-1} W(\eta, \zeta), & E &= \Pi_0^{1/2} \nu_x \\ \psi &= \Pi_0^{3/4} t^{1/2} F(\eta, \zeta), & \eta &= r \Pi_0^{-1/4} t^{-1/2}, \\ \omega &= \Pi_0^{1/4} t^{-3/2} \varphi(\eta, \zeta), & \zeta &= x \Pi_0^{-1/4} t^{-1/2}. \end{aligned}$$

Ввиду отсутствия данных о распределении турбулентной вязкости в термике использовалась простейшая модель изотропной турбулентности, согласно которой величина  $\nu$  принимается не зависящей от пространственных координат.

Безразмерная система уравнений, описывающая автомодельный режим подъема термика, получается после подстановки (1.1) в (2.1) для  $N = 0$ :

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \zeta} W \left( \frac{\zeta}{2} - \frac{1}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} W \left( \frac{\eta}{2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \zeta} \right) + \\ + \nu \left( \frac{\partial^2 W}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{\eta} \frac{\partial W \eta}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \varphi \left( \frac{\zeta}{2} - \frac{1}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \varphi \eta \left( \frac{\eta}{2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \zeta} \right) + \end{aligned}$$

$$+ \text{Pr}^{-1} \nu \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \eta} + \eta W = 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \varphi \eta d\eta d\zeta = 1,$$

$$W = F = \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = 0, \quad \eta = 0; \quad W = F = \varphi \rightarrow 0, \quad \eta^2 + \zeta^2 \rightarrow \infty.$$

В (2.2) входят неизвестные постоянные  $\nu$  и  $\text{Pr}$ . Для их нахождения задача об автомодельном термике решена при различных значениях  $\nu$  и  $\text{Pr}$  для того, чтобы получить зависимости от этих параметров тех характеристик течения, которые доступны экспериментальным измерениям, и из сопоставления результатов расчета с опытными данными найти значения неизвестных постоянных. Задача (2.2) решалась численно с использованием неявной схемы переменных направлений. Детальное описание разностной схемы приведено в [2].

На рис. 1 представлены рассчитанные зависимости кинематических характеристик подъема термика — координаты его верхней кромки  $\zeta_K$  (сплошные линии) и тангенса половины угла расширения  $n$  (штриховые) — от  $\nu$  для  $\text{Pr} = 0,6; 1,0; 1,4; 1,6$  (линии 1—4). Граница термика определялась по положению изолинии  $\varphi = 0,1\varphi_{\max}$ .

При больших значениях  $\nu$  течение в термике характеризуется малыми градиентами плотности, тороидальный вихрь имеет значительный размер. С уменьшением  $\nu$  вихрь становится более компактным и возрастает интенсивность циркуляционного движения среды. Окружающий газ, захватываемый течением с периферии, глубже проникает в «тело» термика, существенно искажая линии равной плотности. Увеличение  $\text{Pr}$  приводит к ослаблению следа за термиком и, так же как и уменьшение  $\nu$ , — к усилению циркуляционного движения среды.

Введем в рассмотрение турбулентный аналог числа Рэлея, связывающий полный запас плавучести облака  $\Pi_0$  и эффективные коэффициенты турбулентной вязкости  $E$  и температуропроводности  $E_T$ :  $\text{Ra} = \Pi_0 / (EE_T) = \text{Pr} / \nu^2$ . С использованием критерия подобия  $\text{Ra}$  зависимости  $\zeta_K$  и  $n$  от  $\nu$  и  $\text{Pr}$  (рис. 1) удастся свести в единые кривые (рис. 2).

По экспериментальным данным [6], для турбулентных осесимметричных термиков  $\zeta_K \approx 4,35$ , чему, согласно рис. 2, соответствует  $\text{Ra} = 520$ . Тангенс половины угла расширения турбулентного термика при этом имеет значение  $n \approx 0,2$ , которое находится внутри диапазона экспериментально измеренной величины.

Таким образом, удастся установить единую для турбулентных термиков связь между эффективными коэффициентами переноса  $\text{Pr} / \nu^2 = 520$ ,

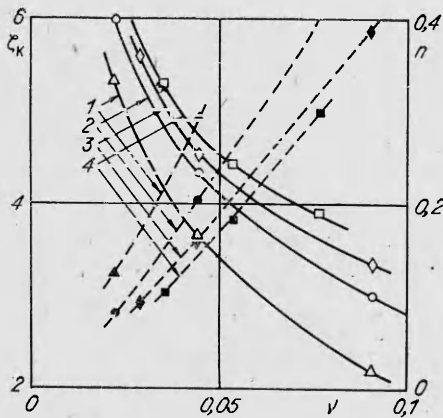


Рис. 1

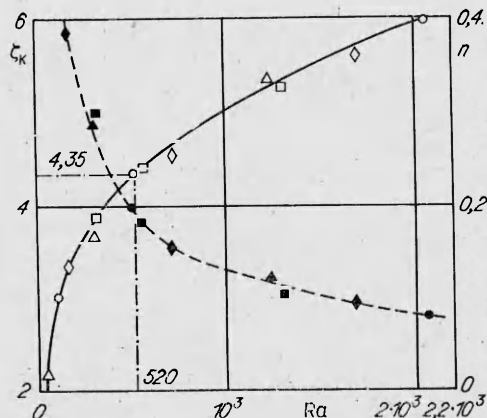


Рис. 2

обеспечивающую соответствие по интегральным характеристикам (закону подъема верхней кромки и углу расширения облака) рассчитываемого и физического полей течения.

Структура автомодельного турбулентного термика для  $Pr = 1,6$ ,  $\nu = 0,055$  ( $Ra = 520$ ) представлена на рис. 3, где сплошными кривыми изображены изолинии  $\varphi = \text{const}$ , штриховыми —  $F = \text{const}$ .

Структуры термик, рассчитанных для других значений  $\nu$  и  $Pr$ , внутри найденной связи различны. Для получения конкретных значений коэффициента турбулентности и турбулентного числа Прандтля необходимы дополнительные экспериментальные данные по структуре течения, которыми авторы не располагают.

### 3. Начальная стадия подъема термика.

Обезразмеривание функций для расчета начальной стадии подъема термика запишем в виде

$$(3.4) \quad \Omega = \Pi_0^{1/2} R_0^{-2} \widehat{W}(\widehat{\eta}, \widehat{\xi}, \tau), \quad E = \Pi_0^{1/2} \nu,$$

$$\psi = \Pi_0^{1/2} R_0 \widehat{F}(\widehat{\eta}, \widehat{\xi}, \tau), \quad \widehat{\eta} =$$

$$= r/R_0, \quad \widehat{\xi} = x/R_0,$$

$$\omega = \Pi_0 R_0^{-3} \widehat{\varphi}(\widehat{\eta}, \widehat{\xi}, \tau), \quad \tau = \Pi_0^{1/2} R_0^{-2} t.$$

Безразмерная система уравнений, получаемая после подстановки (3.4) в (1.4) при  $N = 0$ , решалась по той же, что и предыдущая задача, методике для  $Pr = 1,6$ ,  $\nu = 0,055$ . Начальные условия задавались в форме

$$\tau = 0, \quad \widehat{W} = \widehat{F} = 0, \quad \widehat{\varphi} =$$

$$\begin{cases} \widehat{\varphi}_0, & \widehat{\eta}^2 + (\widehat{\xi} - \widehat{\xi}_0)^2 \leq 1, \\ \widehat{\varphi}_0 \exp \langle -100 [V(\widehat{\xi} - \widehat{\xi}_0)^2 + \widehat{\eta}^2 - 1]^2 \rangle, & \widehat{\eta}^2 + (\widehat{\xi} - \widehat{\xi}_0)^2 > 1. \end{cases}$$

Здесь  $\widehat{\xi}_0$  — безразмерная координата центра облака при  $\tau = 0$ , величина  $\widehat{\varphi}_0$  определялась из нормировочного интеграла

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \widehat{\varphi} \widehat{\eta} d\widehat{\eta} d\widehat{\xi} = 1.$$

Расчет показал, что после освобождения объема плавучего газа вблизи его боковой границы возникает тороидальный вихрь, центр которого располагается на одной высоте с центром пока неподвижного облака. В процессе развития восходящего движения усиливается циркуляция газа и всплывающий термик приобретает характерную грибообразную форму. С момента времени  $\tau = 1,6$  скорость подъема термика уменьшается и режим его движения плавно переходит в автомодельный. На рис. 4 представлены зависимости координат верхней кромки термика  $\widehat{\xi}_z$  и максимальной функции тока  $\widehat{F}_{\text{max}}$  от безразмерного времени  $\tau^{1/2}$ . Линейные в данных координатах зависимости соответствуют автомодельному режиму подъема. Из графика можно определить характерное время начальной стадии подъема плавучего облака:  $0 < t < 3R_0^2 \Pi_0^{-1/2}$ .

4. Стадия зависания термика в устойчивой экспоненциальной атмосфере. Случай  $N = \text{const}$  соответствует экспоненциальной модели атмосферы, когда изменение потенциальной температуры  $\Theta$  с высотой происходит по закону  $\Theta = \Theta_* \exp(N^2 x/g)$  [7]. Такая модель достаточно хорошо

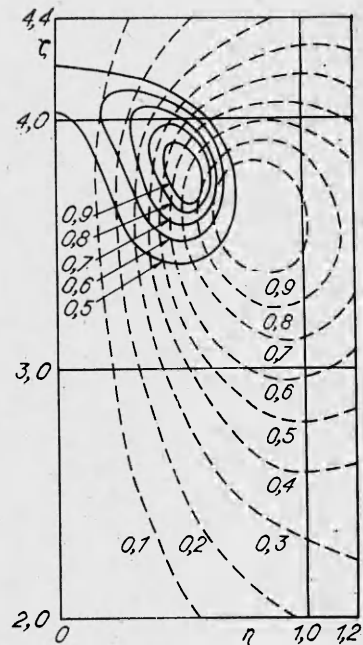


Рис. 3

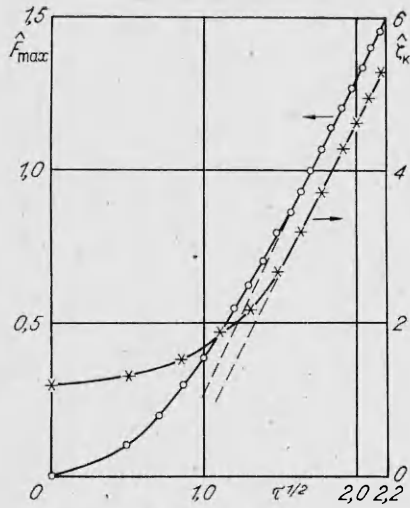


Рис. 4

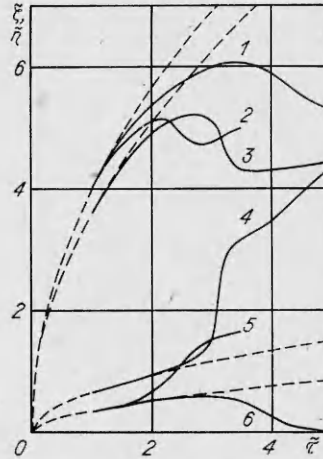


Рис. 5

описывает реальную атмосферу, начиная с высот 1—1,5 км, и пригодна для моделирования подъема мощных термиков, зависящих под тропопаузой.

Рассмотрим термик тепловой природы с избыточным по отношению к окружающей среде количеством тепла  $Q_0$  ( $\Pi_0 = g\beta Q_0 / (2\pi\rho_a c_p)$ ) и с массой  $M_0$  пассивной примеси. Обезразмеривание задачи для рассматриваемого случая имеет вид

$$(4.1) \quad \begin{aligned} \psi &= \Pi_0^{3/4} N^{-1/2} \tilde{F}(\tilde{\eta}, \tilde{\zeta}, \tilde{\tau}), \quad E = \Pi_0^{1/2} v, \quad \tilde{\tau} = Nt, \\ \Omega &= N\tilde{W}(\tilde{\eta}, \tilde{\zeta}, \tilde{\tau}), \quad \tilde{\eta} = rN^{1/2}\Pi_0^{-1/4}, \quad \tilde{\zeta} = xN^{1/2}\Pi_0^{-1/4}, \\ \vartheta &= (g\beta)^{-1}\Pi_0^{1/4}N^{3/2}\tilde{\varphi}(\tilde{\eta}, \tilde{\zeta}, \tilde{\tau}), \\ \varepsilon &= M_0\rho_0^{-1}\Pi_0^{-3/4}N^{3/2}\tilde{\varphi}_c(\tilde{\eta}, \tilde{\zeta}, \tilde{\tau}) \end{aligned}$$

( $\rho_0$  — начальная плотность плавучего облака).

После подстановки (4.1) в (1.1) получим

$$(4.2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{W}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \eta} - \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{W}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \zeta} - v \left( \frac{\partial^2 W}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{W}{\eta} \right) - \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{\varphi}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \eta} - \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \varphi \frac{\partial F}{\partial \zeta} = \text{Pr}^{-1} v \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) - \frac{1}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \eta}, \\ \frac{\partial \varphi_c}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{\varphi_c}{\eta} \frac{\partial F}{\partial \eta} - \frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \varphi_c \frac{\partial F}{\partial \zeta} = \text{Sc}^{-1} v \left( \frac{\partial^2 \varphi_c}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \varphi_c}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial \varphi_c}{\partial \eta} \right), \\ W = \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial F}{\partial \eta} - \frac{1}{\eta} \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} - \frac{1}{\eta} \frac{\partial^2 F}{\partial \zeta^2}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \varphi_c \eta d\eta d\zeta = 1, \\ W = F = \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = \frac{\partial \varphi_c}{\partial \eta} = \vartheta, \quad \eta = 0, \quad W = F = \varphi = \varphi_c \rightarrow 0, \quad \eta^2 + \zeta^2 \rightarrow \infty \end{aligned}$$

(знак тильда в системе уравнений опущен).

Для расчета динамики зависания термика в качестве начальных условий целесообразно использовать автомодельное решение:

$$(4.3) \quad \begin{aligned} \tilde{W}(\tilde{\eta}, \tilde{\zeta}, \tilde{\tau}_0) &= \tilde{\tau}_0^{-1} W(\eta, \zeta), \quad \tilde{\eta} = \tilde{\tau}_0^{1/2} \eta, \quad \tilde{\zeta} = \tilde{\tau}_0^{1/2} \zeta, \\ \tilde{F}(\tilde{\eta}, \tilde{\zeta}, \tilde{\tau}_0) &= \tilde{\tau}_0^{1/2} F(\eta, \zeta), \quad \eta = r\Pi_0^{-1/4} \tilde{\tau}_0^{-1/2}, \quad \zeta = x\Pi_0^{-1/4} \tilde{\tau}_0^{-1/2}, \\ \tilde{\varphi}(\tilde{\eta}, \tilde{\zeta}, \tilde{\tau}_0) &= \tilde{\varphi}_c(\tilde{\eta}, \tilde{\zeta}, \tilde{\tau}_0) = \tilde{\tau}_0^{-3/2} \varphi(\eta, \zeta). \end{aligned}$$

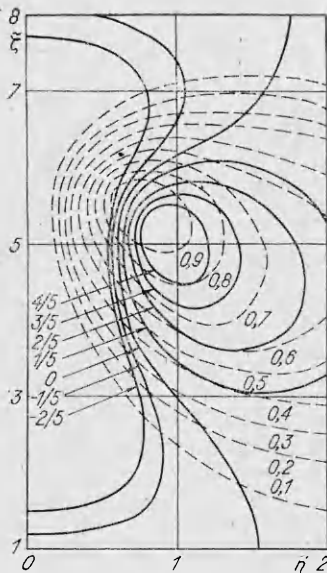


Рис. 6

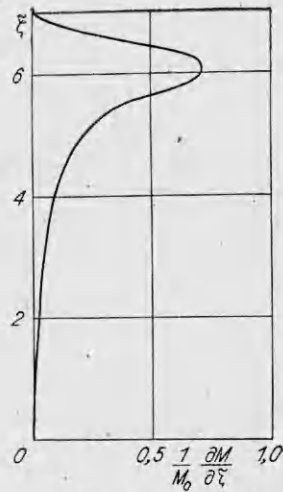


Рис. 7

Так как решение не должно зависеть от  $\tilde{\tau}_0$ , то его значение определялось пробным путем из условия, чтобы некоторое время после  $\tilde{\tau}_0$  течение еще оставалось в автомодельном режиме.

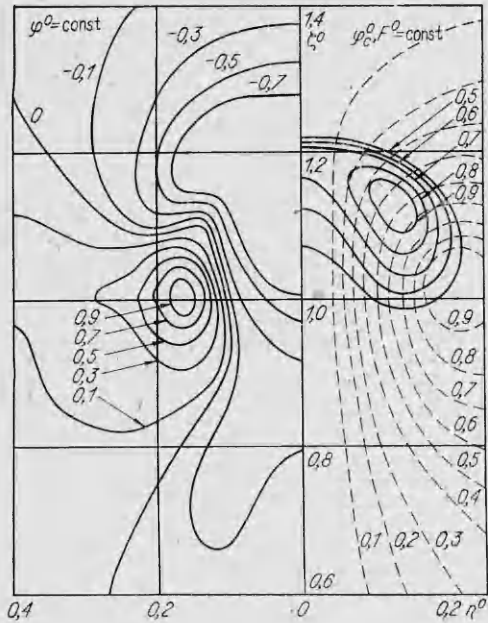
На рис. 5 динамика зависания термика для  $Pr = Sc = 1,6$ ,  $\nu = 0,055$ ,  $\tau_0 = 1$  показана зависимостями безразмерных вертикальных и радиальных координат характерных точек облака (максимумов концентрации примеси  $(\tilde{\zeta}_c, \tilde{\eta}_c)$  — кривые 1 и 6, избыточной температуры  $(\tilde{\zeta}_T, \tilde{\eta}_T)$  — 2, 5, функции тока  $(\tilde{\zeta}_F, \tilde{\eta}_F)$  — 3, 4) от безразмерного времени  $\tilde{\tau}$ , штриховые линии соответствуют автомодельным законам. Видно, что с некоторого времени ( $\tilde{\tau} > \tilde{\tau}_0$ ) термик «сходит» с автомодельного режима. Скорость его подъема при этом уменьшается, а радиус увеличивается. При  $\tilde{\tau} \approx 2,6$  центр завихренности, а при  $\tilde{\tau} \approx 3,4$  точка максимума концентрации примеси достигают наибольших высот:

$$x_F \approx 5,2\Pi_0^{1/4}N^{-1/2}, \quad x_c \approx 6,1\Pi_0^{1/4}N^{-1/2}.$$

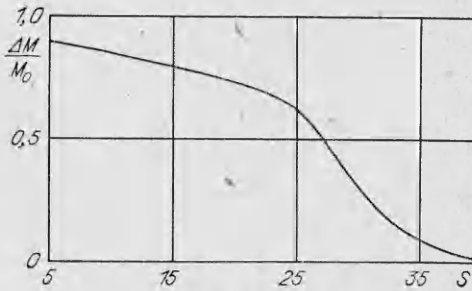
После прохождения по инерции уровня теплового равновесия облако начинает совершать колебательные движения. Когда избыточная тепловая энергия термика становится малой, подъем газовой частицы в тороидальном вихре приводит к ее переохлаждению, а опускание — к перегреву. Вследствие этого вблизи оси симметрии конвективного образования формируется область переохлаждения по отношению к окружающей среде. На периферии располагается область незначительного перегрева. Структура рассчитанного течения в момент времени  $\tilde{\tau} = 2,6$  приведена на рис. 6, где сплошными линиями представлены изотермы, штриховыми — линии равных функций тока. Числа около кривых — значения функций на изолиниях по отношению к их максимальным величинам. Порожденный поднимающимся плавучим облаком тороидальный вихрь на стадии зависания быстро увеличивается в поперечном размере, а скорость газа в нем и конвективный перенос примеси уменьшаются. Область максимальной концентрации примеси с течением времени приближается к оси симметрии и изолинии концентрации принимают близкую к сферической форму.

На рис. 7 показано распределение примеси, выносимой облаком, по высоте атмосферы в момент времени  $\tilde{\tau} = 3,4$ , полученное интегрированием поля концентрации по радиусу.

**5. Выход термика в нижние слои стратосферы.** Достаточно мощные термики (облака ядерных взрывов или вулканических извержений) мо-



Р и с. 8



Р и с. 9

до  $N_2 = 0,021 \text{ с}^{-1}$ , имеющего место в нижних слоях стратосферы. Положение уровня тропопаузы  $x_T$  меняется с широтой и сезоном. В среднем для северного полушария  $x_T = 10 \text{ км}$ , для южного —  $16 \text{ км}$ .

Задачу о подъеме теплового термика в двухслойной атмосфере безразмерим следующим образом:

$$\begin{aligned} \Omega &= \Pi_0^{1/2} x_T^{-2} W^0(\eta^0, \zeta^0, \tau^0), & E &= \Pi_0^{1/2} v, \\ \psi &= \Pi_0^{1/2} x_T F^0(\eta^0, \zeta^0, \tau^0), & \tau^0 &= \Pi_0^{1/2} x_T^{-2} t, \\ \vartheta &= (g\beta)^{-1} \Pi_0 x_T^{-3} \varphi^0(\eta^0, \zeta^0, \tau^0), & \eta^0 &= r/x_T, \\ \varepsilon &= M_0 \rho_0^{-1} x_T^{-3} \varphi_c^0(\eta^0, \zeta^0, \tau^0), & \zeta^0 &= x/x_T, \end{aligned}$$

Безразмерная система уравнений при этом будет аналогична (4.2), за исключением последнего члена в уравнении для  $\tilde{\varphi}$ , который запишется в виде  $-1/\eta^0 \partial F^0 / \partial \eta^0 S^2 f(\zeta^0)$ . Здесь  $S = N_1 x_T \Pi_0^{-1/2}$  — безразмерный параметр, представляющий собой отношение квадратов высоты тропопаузы и характерной высоты зависания облака в тропосфере. В соответствии с принятой моделью атмосферы  $f(\zeta^0) = 1$  при  $\zeta^0 \leq 1$  и  $f(\zeta^0) = N_2/N_1 = 1,91$  при  $\zeta^0 > 1$ .

В качестве начального условия при  $\tau^0 = \tau_0^0$ , как и в предыдущей задаче, использовалось автомодельное решение для  $\text{Pr} = \text{Sc} = 1,6$ ,  $\nu = 0,055$ . Пересчет начальных распределений для безразмерных функций полностью аналогичен (4.3). Расчеты проводились для различных значений параметра  $S$ . Полученные при этом максимальные высоты подъема характерных точек облака — центра завихренности  $\zeta_F^0$  и максимума концентрации примеси  $\zeta_c^0$  — приведены в таблице.

При  $S > 56$  зависание облака происходит в тропосфере, а при  $S < 10$  отклонение от автомодельного закона подъема имеет место лишь в стратосфере. Результаты решения для  $S > 56$  и  $< 10$  совпадают с таковыми для однослойной модели атмосферы, если принять  $N = N_1$  для первого и  $N = N_2$  для второго случаев. Таким образом, для указанного диапазона значений  $S$  термик на стадии зависания не «чувствует» скачка стратификации атмосферы и может быть рассчитан с использованием однослойной модели атмосферы.

$s$	$\xi_F^0$	$\xi_C^0$
56,00	0,73	0,81
43,38	0,79	0,93
32,33	0,88	1,02
25,05	0,96	1,12
20,00	1,05	1,20
13,72	1,14	1,32
6,13	1,60	1,83

На рис. 8 представлена структура течения для промежуточного значения  $S = 20$  в момент времени  $\tau^0 = 0,084$ . Нижние слои стратосферы более интенсивно, чем тропосфера, подавляют восходящее конвективное течение газа ( $N_2 > N_1$ ). Это приводит к тому, что изотермы облака сплюсываются при переходе через тропопаузу. При  $\tau^0 < 0,06$  подъем облака для данного значения  $S$  происходит в автомодельном режиме и структура течения в нем аналогична рис. 3. При  $\tau^0 > 0,3$  облако приобретает форму сфероида.

Проведенные расчеты стадии зависания термика в двухслойной атмосфере позволили построить зависимость доли примеси  $\Delta M/M_0$ , выносимой облаком в стратосферу, от параметра  $S$  (рис. 9). Данную зависимость можно использовать для оценки количества примеси, выбрасываемой за тропопаузу при различных положениях ее уровня  $x_T$  и тепловой энергии термика. Так, для  $x_T = 10$  км тепловой энергии облака  $Q$  (Дж) соответствует величина [2]

$$S = \frac{x_T^2 N_1}{[g\beta Q/(2\pi\rho_a c_p)]^{1/2}} \approx 5,3 \cdot 10^8 Q^{-1/2}.$$

Тогда, согласно зависимости на рис. 9, термик с энергией меньше  $1,5 \cdot 10^{14}$  Дж зависает под тропопаузой и выброса примеси в стратосферу не происходит. Для южного полушария загрязнения стратосферы примесью, содержащейся в плавучем облаке, не будет, если тепловая энергия последнего не превышает  $1,04 \cdot 10^{15}$  Дж.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Пастушков Р. С. Численное моделирование взаимодействия конвективных облаков с окружающей их атмосферой.— Тр. ЦАО, 1972, вып. 108.
2. Гостинцев Ю. А., Солодовник А. Ф., Лазарев В. В., Шацких Ю. В. Турбулентный термик в стратифицированной атмосфере. Препринт ИХФ АН СССР.— Черноголовка, 1985.
3. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Расчет конвективного движения газа над поверхностью горящего вещества. Препринт № 125.— М.: ИПМ АН СССР, 1979.
4. Андрущенко В. А. Образование кольцевого вихря при подъеме нагретой массы воздуха в стратифицированной атмосфере.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2.
5. Андреев В., Панчев С. Динамика атмосферных термиков.— Л.: Гидрометеиздат, 1975.
6. Гостинцев Ю. А., Матвеев Ю. С. и др. К вопросу о физическом моделировании турбулентных термиков.— ПМТФ, 1986, № 6.
7. Gossard E. E., Hook W. H. Waves in the atmosphere.— Amsterdam; Oxford; N. Y.: Elsevier Sci. Publ., 1975.

Поступила 5/V 1985 г.

УДК 536.25

### ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ ВЕКТОРА МАЛЫХ УСКОРЕНИЙ

[В. С. Авдеевский, А. В. Корольков, В. С. Купцова,  
В. В. Савичев

(Москва)

Использование состояния, близкого к невесомости, в технологических процессах производства материалов может привести к улучшению структуры и однородности распределения примесей в приготовленных образцах [1—3]. При отсутствии сил тяжести определяющую роль в развитии конвективных процессов гравитационной природы играют малые ускорения, вызванные различными возмущениями. Малые ускорения свя-