

УДК 536.46

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФфуЗИОННО-ТЕПЛОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ВОЛН ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ГАЗОВ В ИНЕРТНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

М. М. Кабилов

Институт математики АН РТ, 734063 Душанбе, Республика Таджикистан, maruf1960@mail.ru

Представлена математическая модель фильтрационного горения газов, учитывающая теплопроводность, диффузию и интенсивный межфазный теплообмен. Используется аппроксимация температурной зависимости скорости химической реакции в виде δ -функции и учитывается коэффициент термического расширения газов за фронтом горения. Методом малых возмущений проведен анализ нестационарных режимов горения. Найдены границы продольной и пространственной устойчивости стационарных режимов волны фильтрационного горения. Наряду с другими соотношениями, вдоль границы устойчивости получена зависимость числа Льюиса от коэффициента термического расширения смеси газов.

Ключевые слова: фильтрационное горение, устойчивость волны горения.

Проблема устойчивости фильтрационного горения газов в инертных пористых средах важна в практическом отношении. Как показал анализ, задача не решена в достаточной степени [1]. Сам факт существования стационарных режимов фильтрационного горения газов теоретически и экспериментально доказан в работах [1–5]. Численные исследования [6] стационарной структуры волны горения показали, что в отсутствие фильтрации газа в зону экзотермической химической реакции в зависимости от давления исходной газовой смеси существуют волны горения с однотемпературной и двухтемпературной структурой.

В настоящей работе диффузионно-тепловая устойчивость стационарных режимов фильтрационного горения газов изучается методом малых возмущений [7–9] в предположении очень интенсивного межфазного теплообмена [10], что приводит к вырождению двухтемпературной структуры волны в однотемпературную. Используемая математическая модель отличается от других видом уравнения сохранения энергии двухфазной среды. Применяется аппроксимация зависимости скорости химической реакции от температуры в виде δ -функции [7, 11] с учетом коэффициента теплового расширения газов за фронтом горения. Коэффициенты переноса и теплофизические характеристики фаз предполагаются не зависящими от температуры среды и концентрации недостающего компонента. Теплотери во внешнюю среду отсутствуют, плотности смеси

газов по разные стороны поверхности фронта горения постоянны, но не одинаковы.

Следует отметить, что исследованию диффузионно-тепловой устойчивости фронта пламени методом малых возмущений [12] и численными методами [13, 14] посвящено множество работ (см. библиографию в [15–17]). В [18, 19] определены границы устойчивости стационарной структуры волны горения реагирующих газов и конденсированных сред и сделаны попытки определить запас устойчивости по отношению к одномерным и двумерным возмущениям с учетом толщины зоны горения. В работах [20–22] рассмотрено влияние продольных и пространственных возмущений на устойчивость стационарной волны фильтрационного горения газов и условия устойчивости получены разными способами.

Следуя этим работам, приведем безразмерные уравнения переноса тепла и вещества, описывающие процесс фильтрационного горения газов в системе координат, движущейся вдоль оси x со скоростью нестационарного горения ϕ' . Приводимые ниже уравнения идентичны уравнениям переноса тепла и вещества в реагирующих газах ($\varphi = 0$, $\phi' = 1$) и конденсированных средах ($v_1 = 0$, $\phi' = 1$, $Le = 0$) в других моделях горения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \Delta T + \left(\frac{v_1}{1 + \varphi} + \phi' \right) \frac{\partial T}{\partial x} + QJ, \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= Le \Delta \eta + (v_1 + \phi') \frac{\partial \eta}{\partial x} - J. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $J = AN\eta \exp[N(1 - 1/T)]$ — скорость химической реакции, Le — число Льюиса, определяемое согласно [12] как отношение коэффициента диффузии недостающего компонента к коэффициенту эффективной температуропроводности среды. Здесь и далее используются следующие безразмерные переменные и параметры:

$$t = \frac{u_n^2 t_r}{\varkappa_{eff}}, \quad x = \frac{u_n}{\varkappa_{eff}}(-x_r - \phi_r), \quad y = \frac{u_n y_r}{\varkappa_{eff}},$$

$$z = \frac{u_n z_r}{\varkappa_{eff}}, \quad T = \frac{T_r}{T_e}, \quad \eta = \frac{\eta_r}{\eta_0},$$

$$v_1 = \frac{v_{1r}}{u_n}, \quad \phi' = \frac{\phi'_r}{u_n}, \quad Q = \frac{Q_r \eta_0}{c_p T_e (1 + \varphi)},$$

$$T_e = T_0 + \frac{Q_r \eta_0}{c_p [1 + \varphi / (1 + u_0)]}, \quad u_0 = \frac{v_{10r}}{u_n},$$

$$A = \frac{k_0 \varkappa_{eff}}{u_n^2 N e^N}, \quad N = \frac{E}{RT_e}, \quad \varphi = \frac{\rho_{20} c_2}{\rho_{10} c_p},$$

$$Le = \frac{D}{\varkappa_{eff}}, \quad \sigma = \frac{T_0}{T_e}, \quad \varkappa_{eff} = \frac{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_{eff}}{\rho_{10} c_p + \rho_2 c_2},$$

где T , η — безразмерная температура среды и относительная массовая концентрация недостающего компонента; v_{1r} — нестационарная скорость фильтрации газа; u_n — стационарная скорость распространения волны фильтрационного горения; T_e — равновесная температура, приобретаемая фазами; Q_r — тепловой эффект реакции; E — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная; k_0 — предэкспонент; \varkappa_{eff} — коэффициент эффективной температуропроводности среды; D — коэффициент диффузии недостающего компонента; ρ_{20} , ρ_{10} , c_2 , c_p — приведенные плотности и теплоемкости пористой среды и смеси газов соответственно; T_0 — температура среды; η_0 — концентрация недостающего компонента; v_{1r0} — скорость фильтрации газа до начала реакции; λ_1 — коэффициент теплопроводности смеси газов; λ_{eff} — коэффициент эффективной теплопроводности пористой среды; α_1 , α_2 — объемные концентрации газовой и твердой фаз; индексом r обозначены размерные величины.

Первое уравнение системы (1) получено путем суммирования и преобразования уравнений притоков тепла в фазах при равенстве

температур пористой среды и газа. Запишем условия на бесконечности для системы (1):

$$\begin{aligned} x = +\infty: \quad T &= \sigma = \frac{T_0}{T_e}, \quad \eta = 1, \\ x = -\infty: \quad \frac{dT}{dx} &= 0, \quad \frac{d\eta}{dx} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Аппроксимации скоростей принимаем в виде [7]

$$J \approx AN \exp \left[\frac{N}{2} (T(0, y, z, t) - 1) \right] \delta(x),$$

$$AN = 1 + u_0,$$

$$v_1 = u_0 \exp \left[\frac{N}{2} (T(0, y, z, t) - 1) \right],$$

$$\phi' = \exp \left[\frac{N}{2} (T(0, y, z, t) - 1) \right].$$

При этом условия сшивки, получаемые из (1) интегрированием по x в окрестности $x = 0$, будут следующими:

$$\begin{aligned} [T] &= 0, \quad \left[\frac{\partial T}{\partial x} \right] + \\ &+ \left(1 + \frac{u_0}{1 + \varphi} \right) \exp \left[\frac{N}{2} (T(0, y, z, t) - 1) \right] = 0, \\ [\eta] &= 0, \quad Le \left[\frac{\partial \eta}{\partial x} \right] + \end{aligned} \quad (3)$$

$$+ (1 + u_0) \exp \left[\frac{N}{2} (T(0, y, z, t) - 1) \right] = 0,$$

$$[f] = f(x + 0, y, z, t) - f(x - 0, y, z, t) = 0.$$

После перехода к переменной $\theta = (T - \sigma)/(1 - \sigma)$ в системе (1)–(3) и линеаризации полученных уравнений и условий сшивки (3) около стационарного решения

$$\theta_s = \begin{cases} \exp(-u_\varphi x), & x > 0, \\ 1, & x < 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$\eta_s = \begin{cases} 1 - \exp(-w_l x), & x > 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

где $u_\varphi = 1 + u_0/(1 + \varphi)$, $w_l = (1 + u_0)/Le$, имеем

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \theta'}{\partial t} &= \Delta \theta' + u \frac{\partial \theta'}{\partial x} + u \alpha \theta'(0, y, z, t) \frac{\partial \theta_s}{\partial x}, \\
\theta' &= \theta - \theta_s, \\
\frac{1}{\text{Le}} \frac{\partial \eta'}{\partial t} &= \Delta \eta' + w \frac{\partial \eta'}{\partial x} + w \alpha \theta'(0, y, z, t) \frac{\partial \eta_s}{\partial x}, \\
\eta' &= \eta - \eta_s, \\
[\theta'] &= 0, \quad \left[\frac{\partial \theta'}{\partial x} \right] + u_\varphi \alpha \theta'(0, y, z, t) = 0, \\
\theta'(\pm\infty) &= 0, \\
[\eta'] &= 0, \quad \left[\frac{\partial \eta'}{\partial x} \right] - w_l \alpha \theta'(0, y, z, t) = 0, \\
\eta'(\pm\infty) &= 0, \quad \alpha = \frac{N(1-\sigma)}{2}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Здесь

$$u = \begin{cases} u_\varphi, & x > 0, \\ \beta u_\varphi, & x < 0, \end{cases} \quad w = \begin{cases} w_l, & x > 0, \\ \beta w_l, & x < 0, \end{cases}$$

$\beta = \rho_{10}/\rho_{1e}$ — коэффициент теплового расширения смеси газов, где ρ_{10} , ρ_{1e} — плотность газовой фазы до и после фронта горения. Принимая малые возмущения в виде

$$\begin{aligned}
\theta'(x, y, z, t) &= \zeta(x) \exp(\omega t + ik_y y + ik_z z), \\
\eta'(x, y, z, t) &= \xi(x) \exp(\omega t + ik_y y + ik_z z)
\end{aligned}$$

и учитывая условия на бесконечности в (5), находим, что

$$\begin{aligned}
\zeta(x) &= \begin{cases} A_\zeta \exp(\mu_1 x) - \frac{u^2 \alpha}{\omega + k^2} \zeta(0) \exp(-ux), & x \geq 0, \\ \zeta(0) \exp(\mu_2 x), & x < 0, \end{cases} \\
\xi(x) &= \begin{cases} A_\xi \exp(\mu_3 x) - \frac{w^2 \alpha}{\omega/\text{Le} + k^2} \xi(0) \exp(-ux), & x \geq 0, \\ \xi(0) \exp(\mu_4 x), & x < 0, \end{cases}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\mu_{1,2} &= \frac{1}{2} \left[-u \pm \sqrt{u^2 + 4(\omega + k^2)} \right], \\
\mu_{3,4} &= \frac{1}{2} \left[-w \pm \sqrt{w^2 + 4(\omega/\text{Le} + k^2)} \right],
\end{aligned}$$

$$k^2 = k_y^2 + k_z^2.$$

Условия сшивки в (5) дают систему линейных однородных уравнений относительно $\zeta(0)$, $\xi(0)$, A_ζ , A_ξ . Требуя нетривиальное решение этой системы, получаем дисперсионное соотношение для частоты возмущения ω :

$$\begin{aligned}
(\mu_4 - \mu_3) \left[\mu_1 \left(1 + \frac{u^2 \alpha}{\omega + k^2} \right) + \right. \\
\left. + u_\varphi \alpha - \mu_2 + \frac{u_\varphi^3 \alpha}{\omega + k^2} \right] = 0. \tag{6}
\end{aligned}$$

Поскольку $\mu_4 - \mu_3 \neq 0$, после преобразования выражения в квадратных скобках запишем кубическое уравнение относительно ω :

$$\begin{aligned}
G_3 \omega^3 + (3G_3 k^2 + G_2) \omega^2 + (3G_3 k^4 + 2G_2 k^2 + G_1) \omega + \\
+ G_3 k^6 + G_2 k^4 + G_1 k^2 + G_0 = 0, \tag{7}
\end{aligned}$$

где

$$G_j = 4u_\varphi^{8-2j} g_j, \quad j = 0, 1, 2, 3,$$

$$g_0 = \alpha^2 \beta - \alpha^2,$$

$$g_1 = \alpha \beta^2 + (-\alpha^3 + 5\alpha^2 - \alpha) \beta - 5\alpha^2 + 2\alpha^3,$$

$$\begin{aligned}
g_2 = \alpha(3 - \alpha) \beta^2 + \alpha(-2\alpha^2 + 7\alpha - 1) \beta - \\
- \alpha^4 + 6\alpha^3 - 5\alpha^2 - 2\alpha,
\end{aligned}$$

$$g_3 = \beta^2 + (4\alpha - 2) \beta + 4\alpha^2 - 4\alpha + 1.$$

Так как потеря устойчивости стационарного решения происходит при изменении знака вещественной части ω с отрицательного на положительный, применяя теорию алгебры полиномов к уравнению (7), находим соотношение

$$\begin{aligned}
-8g_3^2 k^6 - 8u_\varphi^2 g_3 g_2 k^4 - 2u_\varphi^4 (g_3 g_1 + g_2^2) k^2 + \\
+ u_\varphi^6 (g_3 g_0 - g_1 g_2) = 0. \tag{8}
\end{aligned}$$

В случае, когда левая часть соотношения (8) положительна, комплексные корни уравнения (7) имеют положительные действительные части, следовательно, возникающие возмущения со временем не затухают и волна горения становится неустойчивой. Область параметров, при которых соотношение (8) меньше нуля, соответствует области устойчивости стационарного режима волны горения. Из соотношения

(8) ($k^2 = 0$) получаем условие, характеризующее границы продольной устойчивости волны горения: $g_3g_0 - g_1g_2 = 0$, и это условие в случае $\beta = 1$ после преобразований Фурье и Лапласа [19] принимает вид зависимости $\omega = \omega(\alpha, u)$. Кроме того, из условия продольной устойчивости волны горения $g_3g_0 - g_1g_2 < 0$ в случае $\beta = 1$ и $u = 1$ следует условие $\alpha < \alpha_0 = 2 + \sqrt{5}$, исследованное в [7]. Соотношение (8) является кубическим уравнением относительно k^2 , где k^2 — положительная величина. Тогда условия существования положительных действительных корней уравнения (8) являются условиями границы устойчивости стационарного режима по отношению к пространственным возмущениям: $g_2 < 0$ или $g_2 > 0$, $g_0g_3 - g_1g_2 > 0$. Вначале рассмотрим область $g_2 > 0$, $g_0g_3 - g_1g_2 > 0$. При $g_2 = 0$ имеем $\beta = \beta_*(\alpha)$, $k^2 = k_*^2(\alpha, u_\varphi)$, где

$$\beta_* = \frac{1}{2(3-\alpha)} \left(2\alpha^2 - 7\alpha + 1 - \sqrt{8\alpha^3 - 39\alpha^2 + 38\alpha + 25} \right), \quad (9)$$

$$k_*^2 = u_\varphi^2 \left[\sqrt[3]{\frac{g_0}{16g_3} + \sqrt{\left(\frac{g_1}{12g_3}\right)^3 + \left(\frac{g_0}{16g_3}\right)^2}} + \sqrt[3]{\frac{g_0}{16g_3} - \sqrt{\left(\frac{g_1}{12g_3}\right)^3 + \left(\frac{g_0}{16g_3}\right)^2}} \right],$$

и уравнение (7) имеет следующие корни:

$$\omega_1 = -3k_*^2, \quad \omega_{2,3} = \pm i\sqrt{3k_*^4 + u_\varphi^4 g_1/g_3}. \quad (10)$$

Зависимости (9) получены в результате анализа пространственной устойчивости стационарного режима волны горения [22] и являются аналогом продольной устойчивости волны горения. Осуществляя непрерывный переход от пространственных частот возмущений (10) к продольным частотам, приходим к выражениям

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_{2,3} = \pm iu_\varphi^2 \sqrt{\frac{g_1}{g_3}}. \quad (11)$$

Видно, что частота возмущения зависит не только от скорости вдува u_0 , но и от безразмерной энергии активации α и коэффициента теплового расширения β . Формула для $\omega_{2,3}$

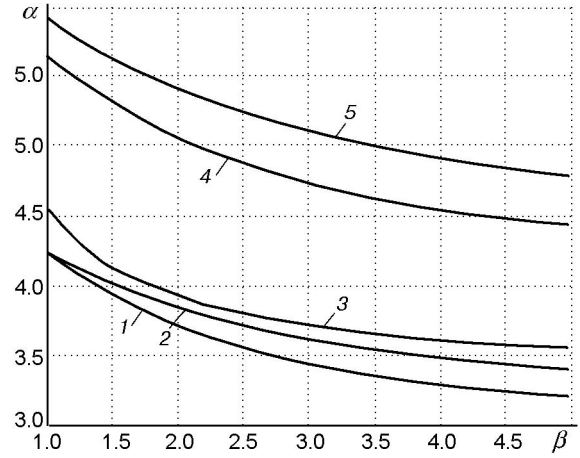


Рис. 1. Зависимость безразмерной энергии активации (α) от коэффициента теплового расширения смеси газов (β) на границах устойчивости:

1 — $\text{Re } \omega = 0$, продольные возмущения; 2 — для волнового числа, вычисляемого по формуле (9), $\omega_1 = -3k_*^2$, $\omega_{2,3} = \pm i\sqrt{3k_*^4 + u_\varphi^4 g_1/g_3}$; 3 — численное исследование пульсирующего режима; 4 — $3g_3g_1 - g_2^2 = 0$, волновые числа вычисляются по формуле (13); 5 — $2g_2^3 - 9g_3g_2g_1 + 27g_0g_2^2 = 0$, колебательная граница, на которой волновое число определяется неоднозначно

(11) получена в результате исследования продольной устойчивости стационарных режимов волны горения. Сравнивая пространственные (10) и продольные (11) частоты возмущения при одинаковых значениях параметров u_φ , α , β , убеждаемся, что период колебания фронта горения в продольном случае больше, чем в пространственном. (Это в области параметров, соответствующей кривым 1, 2 на рис. 1. Далее на всех рисунках $u_\varphi = 1$). На рис. 1 приведены зависимости $\alpha = \alpha(\beta)$ на границах устойчивости. Зависимость $\beta = \beta_*(\alpha)$ (кривая 2 на рис. 1) удовлетворительно аппроксимируется соотношением

$$\alpha = 4.55 - 1.25 \frac{\beta - 1}{\beta} \quad (12)$$

(линия 3 на рис. 1).

Зависимость (12) получена при численном исследовании пульсирующих режимов горения конденсированных сред [13] и приведена в наших обозначениях. В соответствии с соотношением (12) выше кривой $\beta = \beta_*(\alpha)$ находится неустойчивая область параметров, а ниже — устойчивая область. Кривая $\beta = \beta_*(\alpha)$ (кри-

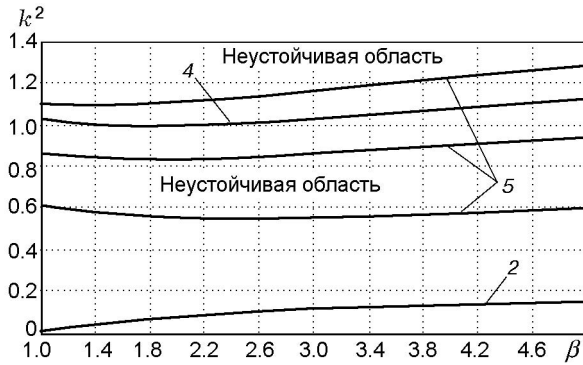


Рис. 2. Зависимости волнового числа от коэффициента теплового расширения смеси газов на границах устойчивости:

обозначения линий соответствуют рис. 1

вая 1 на рис. 1, $k^2 = 0$), являющаяся границей одномерной устойчивости стационарной волны, также аппроксимируется зависимостью (12). Ниже кривых 1–3 устойчивые области параметров наблюдаются только при одномерном рассмотрении задачи, а при пространственном имеется запас устойчивости. При уменьшении α от $\alpha_0 = 2 + \sqrt{5}$ до трех значения β_* возрастают от единицы до бесконечности, при $\beta \rightarrow \infty$ имеем следующие порядки величин: $g_0 \approx \alpha^2 \beta_*$, $g_1 \approx \alpha \beta_*^2$, $g_2 \approx \beta_*^3$, откуда $k_*^2 \approx 0$. Кроме того, при $\alpha = \alpha_0$, $\beta_* = 1$ также получаем $k_*^2 = 0$, следовательно, в интервале $(3, \alpha_0)$ существует максимум функции $k_*^2 = k_*^2(\alpha, u_\varphi)$: $k_{* \max}^2 = 4u_\varphi^2/25$; $\alpha_{\max} = 3.116$; $\beta_* = 17.215$. В рассматриваемом случае область устойчивости стационарной волны по отношению к пространственным возмущениям в плоскости (β, k^2) ограничена прямой $k^2 = 0$ (ось β , рис. 2) и графиком зависимости $k_*^2 = k_*^2(\beta, u_\varphi)$ (кривая 2 на рис. 2), которая увеличивается при $u_\varphi > 1$ (сопутствующий поток) и уменьшается в случае $u_\varphi < 1$ (встречный поток). Заметим, что при исследовании пространственной устойчивости обнаруживается граница (кривая 4 на рис. 1), где частота возмущения, принимающая отрицательные значения, пропорциональна параметру u_φ , кроме пары комплексно-сопряженных мнимых решений. Это означает, что возникающие возмущения затухают во времени чисто экспоненциально (чем больше u_φ , тем быстрее). Опасным пространственным возмущениям ($k^2 = k_{* \max}^2 = 0.16$) соответствует значение $\alpha = 3.116$, которое меньше, чем в [10, 18], где соответствен-

но $\alpha = 3.91$ ($k^2 = 1$) и $\alpha = 4$ ($k^2 = 1$), т. е. фронт горения чувствителен к возмущениям, волновые векторы которых лежат в пределах $0 < k^2 < k_{* \max}^2$, что также содержится в интервале, полученном при исследовании устойчивости стационарного фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе [18].

Теперь рассмотрим область $g_2 < 0$. Из теории алгебры полиномов известно, что у кубического уравнения (8) либо один, либо три положительных действительных корня. Требуя существования трех корней уравнения (8), при которых уравнение (7) имеет соответствующие корни, находим: в случае $3g_1g_3 - g_2^2 = 0$ (кривая 4 на рис. 1)

$$k_{1,2,3}^2 = u_\varphi^2 \left[\frac{1}{2} \sqrt[3]{2 \left(\frac{g_2}{3g_3} \right)^3 - \frac{g_2g_1}{3g_3^2} + \frac{g_0}{g_3} - \frac{g_2}{3g_3}} \right],$$

$$\omega_1 = -\frac{3u_\varphi^2}{2} \sqrt[3]{2 \left(\frac{g_2}{3g_3} \right)^3 - \frac{g_2g_1}{3g_3^2} + \frac{g_0}{g_3}}, \quad (13)$$

$$\omega_{2,3} = \pm i \sqrt{3k_{1,2,3}^4 + u_\varphi^4 g_1/g_3},$$

в случае $3g_1g_3 - g_2^2 < 0$, $2g_2^3 - 9g_3g_2g_1 + 27g_0g_3^2 = 0$ (кривая 5 на рис. 1)

$$k_1^2 = -\frac{g_2}{3g_3} u_\varphi^2,$$

$$k_{2,3}^2 = -\frac{g_2}{3g_3} u_\varphi^2 \left(1 \pm \frac{1}{2g_2} \sqrt{g_2^2 - 3g_3g_1} \right),$$

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_{2,3} = \pm i \sqrt{3k_{2,3}^4 + u_\varphi^4 g_1/g_3}.$$

Кривая 4 на рис. 1 лежит в области устойчивости, поскольку $\omega_1 < 0$, хотя два других корня комплексно-мнимые. Колебательная граница достигается на кривой 5, где $\omega_1 = 0$ и $\omega_{2,3} = \pm i \sqrt{3k_{2,3}^4 + u_\varphi^4 g_1/g_3}$. На этой границе волновое число неоднозначно. Отметим, что при рассмотрении пространственных возмущений граница продольной устойчивости (кривые 1–3 на рис. 1) переносится на положение кривой 5.

На рис. 2 приведены зависимости $k^2 = k^2(\beta)$ (кривые 2, 4, 5), соответствующие кривым на рис. 1, причем вдоль кривых 5 на плоскости (β, k^2) фронт горения колеблется, а кривая 4 (рис. 2) находится между двумя верхними кривыми 5, вдоль которой колебания фронта горения затухают. Следовательно, область

плоскости (β, k^2) между кривыми 5 относится к области устойчивости. Область между кривой 5 (самая нижняя кривая на рис. 2) и линией $k^2 = 0$, вдоль которых фронт горения только колеблется, также является областью устойчивости, поскольку в этой области находится кривая 2, вдоль которой колебания фронта горения затухают.

Зависимость частоты возмущения ω от коэффициента теплового расширения β приведена на рис. 3, причем кривым 1, 2 соответствуют значения мнимой части ω , а кривым 4, 5 — действительные значения (меньше нуля и нуль соответственно).

Поскольку $\mu_4 > 0$, то

$$-\frac{\omega}{k^2} < Le. \quad (14)$$

Зависимость $Le(\beta)$, рассчитанная по формуле (14) и по значениям ω и k^2 из (13), т. е. вдоль кривой 4 на рис. 1, приведена на рис. 4. Она имеет вид

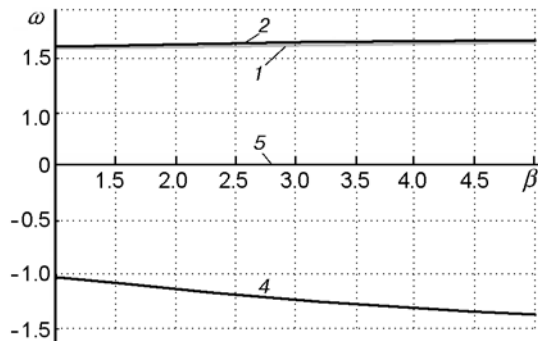


Рис. 3. Частота возмущения (ω) на границах устойчивости: обозначения те же, что на рис. 1

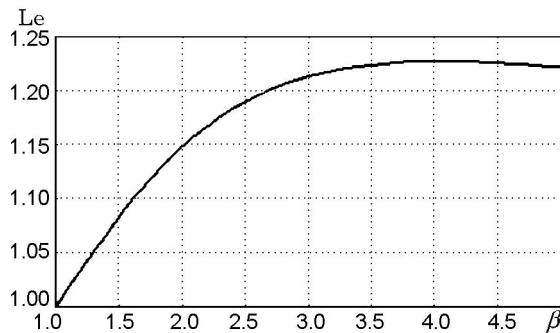


Рис. 4. Зависимость числа Льюиса от коэффициента теплового расширения смеси газов вдоль кривой 4 рис. 1

$$Le > \frac{3}{1 - \frac{2g_2}{3g_3} \left[2 \left(\frac{g_2}{3g_3} \right)^3 - \frac{g_2 g_1}{3g_3^2} + \frac{g_0}{g_3} \right]^{-\frac{1}{3}}}. \quad (15)$$

Область, определенная неравенством (15), находится выше кривой на рис. 4. На кривой 5 рис. 1 правая часть неравенства (15) равна нулю, т. е. кривая на рис. 4 при приближении к колебательной границе опускается до оси β . Заметим, что в этом приближении число Le не зависит от параметра u_0 — безразмерной скорости вынужденной фильтрации смеси газов.

Приравнявая показатели экспонент в (4), т. е. предполагая симметричность формы распределения температуры и концентрации, получаем соотношение

$$Le = \frac{1 + u_0}{1 + u_0/(1 + \varphi)}. \quad (16)$$

Это случай совпадения зоны изменения температуры и концентрации недостающего компонента смеси газов. Заметим, что в отсутствие твердой фазы ($\varphi = 0$) число Льюиса равно единице. Из (16) легко обнаружить, что встречному потоку ($-1 < u_0 < 0$) соответствует число $Le < 1$, а сопутствующему ($u_0 > 0$) — $Le > 1$. Следовательно, согласно классической теории горения ($Le < 1$ — устойчивое распространение, $Le > 1$ — неустойчивое) фронт неустойчив при сопутствующем потоке.

Заметим, что параметр β впервые был введен в работе [20] при исследовании устойчивости газового пламени в инертных пористых средах.

В результате проведенного анализа диффузионно-тепловой устойчивости стационарных режимов волны фильтрационного горения газов установлено:

- при встречном потоке фронт горения распространяется более устойчиво, чем в сопутствующем, и это утверждение подтверждает результаты, полученные ранее в [1]. Встречному потоку соответствует относительно широкая зона химической реакции по сравнению с сопутствующим потоком;
- сопутствующему потоку соответствует число Льюиса больше единицы, а встречному — меньше единицы;
- найденные границы колебательной устойчивости удовлетворительно аппроксимируются условием устойчивости пульсирующих режимов горения конденсированных сред;

- на границе колебательной устойчивости значения частоты возмущения при пространственном рассмотрении задачи больше, чем в одномерном случае;

- пространственные возмущения менее чувствительны к направлениям и значениям скорости вынужденной фильтрации смеси газов, чем продольные;

- преимущество проведенного исследования в том, что для определения устойчивости фронта горения достаточно знать значения двух параметров: энергии активации и равновесной температуры, по которым определяются параметры α , β .

Таким образом, проведенное исследование диффузионно-тепловой устойчивости фронта фильтрационного горения газов при условии интенсивного межфазного теплообмена и отсутствия теплопотерь в окружающую среду восполняет пробелы, имеющиеся в теории устойчивости фронта горения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Доброго К. В., Жданок С. А. Физика фильтрационного горения газов. — Минск: Ин-т тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАНБ, 2003.
2. Бабкин В. С., Дробышевич В. И., Лаевский Ю. М., Потытняков С. И. О механизме распространения волн горения в пористой среде при фильтрации газа // Докл. АН СССР. — 1982. — Т. 265, № 5. — С. 1157–1161.
3. Бабкин В. С., Дробышевич В. И., Лаевский Ю. М., Потытняков С. И. Фильтрационное горение газов // Физика горения и взрыва. — 1983. — Т. 19, № 2. — С. 17–26.
4. Лаевский Ю. М. О существовании решения системы уравнений, описывающих фильтрационное горение газов // ПМТФ. — 1983. — № 6. — С. 67–71.
5. Бабкин В. С., Лаевский Ю. М. Фильтрационное горение газов // Физика горения и взрыва. — 1987. — Т. 23, № 5. — С. 27–44.
6. Вайнштейн П. Б., Кабилов М. М. К теории фильтрационного горения газов в пористых средах // Изв. АН Таджикской ССР. Отд-ние физ.-мат., хим. и геол. наук. — 1991. — № 4. — С. 47–51.
7. Matkowsky В. J., Sivashinsky G. I. Propagation of pulsating front in solid fuel combustion // SIAM Journal Appl. Math. — 1978. — V. 35, № 3. — P. 465–478.
8. Доброго К. В., Жданок С. А. К теории термогидродинамической неустойчивости фронта фильтрационного горения газа // Физика горения и взрыва. — 1999. — Т. 35, № 5. — С. 14–20.
9. Минаев С. С., Потытняков С. И., Бабкин В. С. Тепловая устойчивость искривленного газового пламени в пористых средах // Физика горения и взрыва. — 1994. — Т. 30, № 6. — С. 39–42.
10. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. — М.: Наука, 1987. — Ч. 1.
11. Алдушин А. П., Каспарян С. Г. О теплодиффузионной неустойчивости горения // Докл. АН СССР. — 1978. — Т. 244, № 1. — С. 67–70.
12. Баренблатт Г. И., Зельдович Я. Б., Истратов А. Г. О диффузионно-тепловой устойчивости ламинарного пламени // ПМТФ. — 1962. — № 4. — С. 21–26.
13. Шкадинский К. Г., Хайкин Б. И., Мержанов А. Г. Распространение пульсирующего фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Физика горения и взрыва. — 1971. — Т. 7, № 1. — С. 19–28.
14. Алдушин А. П., Каспарян С. Г., Шкадинский К. Г. Образование двумерной ячеистой структуры в теплодиффузионном пламени // Докл. АН СССР. — 1979. — Т. 247, № 5. — С. 1112–1115.
15. Гришин А. М., Фомин В. М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. — Новосибирск: Наука, 1984.
16. Новожилов Б. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. — М.: Наука, 1973.
17. Ассовский И. Г. Физика горения и внутренняя баллистика // Ин-т химической физики им. Н. Н. Семенова. — М.: Наука, 2005.
18. Берман В. С., Курдюмов В. Н. Об устойчивости стационарного фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Изв. АН СССР. Сер. Механика жидкости и газа. — 1986. — № 4. — С. 164–166.
19. Махвиладзе Г. М., Новожилов Б. В. Двумерная устойчивость горения конденсированных систем // ПМТФ. — 1971. — № 5. — С. 51–59.
20. Вайнштейн П. Б. Об устойчивости газового пламени в пористых средах // Физика горения и взрыва. — 1992. — Т. 28, № 1. — С. 28–34.
21. Кабилов М. М., Хакимов Ф. Х. Определение условия устойчивого распространения фронта пламени при фильтрации смеси газов // Докл. АН РТ. — 1994. — Т. 37, № 2. — С. 14–16.
22. Кабилов М. М. Об устойчивости стационарного фронта горения в инертной пористой среде при фильтрации смеси газов // Докл. АН РТ. — 1999. — Т. 42, № 4. — С. 82–87.

Поступила в редакцию 16/II 2011 г.