

Заметим, что часть кривых, соответствующих достаточно большим значениям  $z$  (в том числе и (8)), имеет весьма условную ценность, поскольку уменьшение прозрачности вещества  $k$ -фазы, как правило, приводит к увеличению доли светового потока, поглощаемого в зоне химических реакций в  $k$ -фазе, что в настоящей постановке задачи не учитывается.

Автор выражает благодарность Б. В. Новожилову и Л. К. Гусаченко за полезные замечания.

Поступила в редакцию 18/VIII 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. П. Г. Ассовский, А. Г. Истратов. ПМТФ, 1971, 5, 70.
2. П. Г. Ассовский. Канд. дис. М., ИХФ АН СССР, 1973.
3. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 12, 498.
4. Б. В. Новожилов. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973.
5. В. Н. Симоненко. ФГВ, 1980, 17, 3, 141.

### НЕСТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ ГОРЕНИЯ ПОРИСТЫХ ПОРОХОВ

*И. Ш. Ахагов, П. Б. Вайнштейн*  
(Москва)

Конвективное горение является основной стадией перехода горения в детонацию (ПГД) пористых топлив. Экспериментально этот процесс исследовался во многих работах (см. [1]). Теоретических работ, посвященных исследованию ПГД в пористых системах, значительно меньше. В [2] предложена математическая модель процесса, основанная на методах механики многофазных сред. В [3] в рамках модели [2] рассчитывается процесс нестационарного развития конвективного горения. Осуществляется попытка с помощью искусственного увеличения скорости горения топлива смоделировать резкое возрастание скорости волны горения при ПГД. Отметим, что в уравнениях, используемых в [2, 3], имеются неточности, которые обсуждаются в п. 1.

В [4, 5] теоретически исследованы возможные нестационарные режимы конвективного горения аэровзвеси порохов, в том числе затухающий режим и ПГД. В [6] рассмотрены нестационарные режимы горения угольной аэровзвеси.

В данной работе предложена математическая модель процесса конвективного горения пористых порошкообразных систем. В рамках этой модели численно анализируются возможные режимы развития конвективного горения пористых порохов, а именно нестационарный двухфронтный и режим плавного ПГД.

#### 1. Основные уравнения. Постановка задачи.

Рассмотрим плоское одномерное движение пористой порошкообразной среды при наличии гетерогенных химических реакций. В такой среде суммарная поверхностная сила  $\vec{F}_\Sigma$ , действующая на единичную ориентированную поверхность  $\Sigma$ , может быть представлена в виде

$$F_\Sigma = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 = p_1 + p_f,$$
$$p_f = \alpha_2 (p_2 - p_1), \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1.$$

Здесь  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  — объемные содержания фаз;  $p_1$ ,  $p_2$  — давление в газовой фазе и в частицах;  $p_f$  — эффективное межгранулярное давление, связанное только с деформацией скелета.

Будем рассматривать совокупность несжимаемых, но деформируемых частиц. Тогда межгранулярное давление  $p_f$  и скорость звука в по-

ристом скелете  $a_2$  можно считать зависящими только от пористости  $\alpha_1$ . Примем [2]

$$p_f = \rho_2^0 a_2^2 \alpha_{1*} \left( \frac{\alpha_{1*}}{\alpha_1} - 1 \right), \quad a_2 = a_* \frac{\alpha_{1*}}{\alpha_1}, \quad \alpha_1 \leq \alpha_{1*}, \quad (1.1)$$

$$p_f = 0, \quad a_2 = 0, \quad \alpha_1 > \alpha_{1*}.$$

Здесь  $\rho_2^0 = \text{const}$  — истинная плотность твердой фазы;  $\alpha_{1*}$  — пористость топлива в насыпном состоянии;  $a_*$  — скорость распространения звука в скелете при  $\alpha_1 = \alpha_{1*}$ , которая может быть определена экспериментально [7].

Для описания движения и горения пористых порошкообразных сред будем использовать уравнения механики гетерогенных реагирующих сред [8]. При этом полагаем, что химическая реакция горения начинается при разогреве частиц до температуры разложения  $T_s$  и протекает равномерно, так что все тепло, поступающее к частице от газа, идет на ее газификацию; термодинамические свойства продуктов реакции и несущего газа не различаются.

Уравнения движения при указанных предположениях имеют вид

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial x} = J, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial x} = -J, \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v_2}{\partial x} = 0, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1^2}{\partial x} + \alpha_1 \frac{\partial p_1}{\partial x} = -j + J v_2,$$

$$\frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2^2}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial p_1}{\partial x} + \frac{\partial p_f}{\partial x} = j - J v_2, \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_{2T}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2 e_{2T}}{\partial x} + \xi_{2T} p_f \frac{\partial v_2}{\partial x} = q - J e_{2T},$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_{2p}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2 e_{2p}}{\partial x} + \xi_{2p} p \frac{\partial v_2}{\partial x} = -J e_{2p}, \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \rho_1 e_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1 e_1}{\partial x} + p_1 \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2) + \xi_1 p_f \frac{\partial v_2}{\partial x} = f(v_1 - v_2) -$$

$$- q + J e_2 + 1/2 J (v_1 - v_2)^2, \quad (1.5)$$

$$\rho_i = \rho_i^0 \alpha_i \quad (i = 1, 2), \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \xi_1 + \xi_{2T} + \xi_{2p} = 1,$$

$$p_1 = \rho_1^0 R T_1, \quad e_1 = c_{v1} (T_1 - T_0), \quad (1.6)$$

$$e_2 = e_{2T} + e_{2p}, \quad e_{2T} = c_2 (T_2 - T_0) + Q, \quad \rho_2^0 = \text{const},$$

$$J = \begin{cases} \pi n d^2 \rho_2^0 u_s \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^\varphi, & T_2 \geq T_s, \\ 0, & T_2 < T_s, \end{cases} \quad (1.7)$$

$$q = \begin{cases} \pi n d \lambda_1 \text{Nu}_{12} (T_1 - T_2), & T_2 < T_s, \\ 0, & T_2 \geq T_s, \end{cases} \quad (1.8)$$

$$\text{Nu}_{12} = \begin{cases} 2 + 0,106 \text{Re}_{12} \text{Pr}^{1/3}, & \text{Re}_{12} \leq 200, \\ 2,274 + 0,6 \text{Re}_{12}^{0,67} \text{Pr}^{1/3}, & \text{Re}_{12} > 200, \end{cases}$$

$$\text{Re}_{12} = \frac{\rho_1^0 |v_1 - v_2| d}{\mu_1}, \quad \text{Pr} = \frac{c_{p1} \lambda_1}{\mu_1},$$

$$f = n \frac{\pi d^2}{4} C_d \rho_1^0 \frac{|v_1 - v_2| (v_1 - v_2)}{2}, \quad (1.9)$$

$$C_d = \begin{cases} C_1 = \frac{24}{\text{Re}_{12}} + \frac{4,4}{\text{Re}_{12}^{0,5}} + 0,42, & \alpha_2 \leq 0,08, \\ C_2 = \frac{4}{3\alpha_1} \left( 1,75 + \frac{150\alpha_2}{\alpha_1 \text{Re}_{12}} \right), & \alpha_2 \geq 0,45, \\ \frac{(\alpha_2 - 0,08)C_2 + (0,45 - \alpha_2)C_1}{0,37}, & 0,08 < \alpha_2 < 0,45. \end{cases}$$

Здесь (1.2) — уравнения неразрывности газа, частиц и сохранения числа частиц  $n$  в единице объема;  $\rho_1, v_1, \rho_2, v_2$  — средние плотности и скорости газовой и твердой фазы; (1.3) — уравнения импульсов фаз; (1.4) — уравнения внутренней энергии твердой фазы;  $e_{2T}, e_{2P}$  — тепловая и упругая составляющие внутренней энергии частиц; (1.5) — уравнение внутренней энергии газа  $e_i$ ; в (1.4) и (1.5) учитывается, что работа сил межгранулярного давления ( $A_f - p_f \partial v_2 / \partial x$ ), затраченная на деформацию пористого скелета, частично переходит в тепловую энергию частиц ( $\xi_{2T} A_f$ ), т. е. идет на разогрев скелета, частично — в упругую энергию скелета ( $\xi_{2P} A_f$ ), а частично — во внутреннюю энергию газа ( $\xi_1 A_f, \xi_1 + \xi_{2T} + \xi_{2P} = 1$ ); (1.6) — уравнения состояния газа;  $c_{v1}, c_2$  — теплоемкости фаз;  $\rho_i^0$  ( $i = 1, 2$ ) — истинные плотности фаз;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $T_1, T_2$  — температуры фаз;  $Q$  — теплота химической реакции горения; (1.7) — уравнение для определения скорости горения топлива в единице объема;  $u_s, \varphi$  — эмпирические константы;  $d$  — диаметр частиц; (1.8) — уравнения, описывающие теплообмен между фазами [9];  $\lambda_1, \mu_1$  — коэффициенты теплопроводности и вязкости газа;  $\text{Nu}_{12}, \text{Re}_{12}, \text{Pr}$  — числа Нуссельта, Рейнольдса, Прандтля относительного обтекания; (1.9) — уравнения, описывающие трение между фазами;  $C_d$  — коэффициент трения. Первая формула для  $C_d$  в (1.9) соответствует аэровзвесям [10], вторая — пористым системам [11], третья — представляет собой линейную аппроксимацию на промежуточную по  $\alpha_2$  область.

Отметим, что в силе межфазного взаимодействия, вообще говоря, должна учитываться сила присоединенной массы

$$f_r = \beta \rho_1^0 \alpha_2 \left( \frac{d_1 v_1}{dt} - \frac{d_2 v_2}{dt} \right),$$

где  $\beta$  — коэффициент присоединенной массы, равный 0,5 для изолированной сферы. В случае насыпного слоя частиц величина коэффициента  $\beta$  определяется удельной массой газа, приходящегося на одну частицу. Так как плотность газа  $\rho_1^0$  меньше плотности материала частиц  $\rho_2^0$  в тысячу раз, а объемные концентрации фаз сравнимы, то удельная масса газа, приходящаяся на одну частицу, пренебрежимо мала. Поэтому сила присоединенной массы в расчетах не учитывалась.

Из (1.2)–(1.5) легко получить уравнение полной энергии смеси

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2) + \frac{\partial}{\partial x} [\rho_1 v_1 E_1 + \rho_2 v_2 E_2 + (\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2) p_1 + p_f v_2] = 0,$$

$$E_i = e_i + \frac{v_i^2}{2}, \quad i = 1, 2.$$

Отметим, что в [2] предложена система уравнений, близкая к (1.2)–(1.5). Отличие заключается в том, что в [2] не осуществляется разделение внутренней энергии скелета на тепловую и упругую составляющие, а также в том, что в уравнении внутренней энергии частиц в [2] отсутствует член  $p_f \partial v_2 / \partial x$  и, таким образом, не учитывается, что работа сил межгранулярного давления  $A_f$  переходит во внутреннюю энергию частиц. В уравнении для внутренней энергии газа, которое используется в [2], также не учитывается этот член. Легко показать, что в этом случае не выполняется закон сохранения полной энергии смеси, т. е. уравнение полной энергии смеси имеет недивергентный вид.

В [3] уравнение внутренней энергии газовой фазы не учитывает работу сил давления газа на сгущение частиц  $p_1 \partial(\alpha_2 v_2) / \partial x$ , что также приводит к недивергентности уравнения полной энергии смеси.

Рассмотрим полубесконечную область  $0 \leq x < \infty$ , заполненную порошкообразным пористым порошком, в некоторой части которой  $0 \leq x \leq x_0$  в начальный момент времени, без повышения давления, увеличивается температура частиц топлива  $T_2 = T_s$  и начинается горение. Начальные и граничные условия сформулированной задачи имеют вид

$$\begin{aligned} t = 0 : v_1 = v_2 = 0, \quad T_1 = T_0, \quad p_1 = p_0, \quad \rho_2 = \rho_{20}, \quad n = n_0, \\ p_i = p_i(\alpha_{i0}), \quad T_2 = T_0 \quad (x > x_0), \quad T_2 = T_s \quad (0 \leq x \leq x_0), \\ x = 0 : v_1 = 0 \quad (t \geq 0). \end{aligned}$$

## 2. Результаты расчетов

Рассчитывалось горение порошкообразного пороха при следующих термодинамических данных [12, 7, 3] и условиях:

$$\begin{aligned} \rho_{10}^0 = 1,293 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_2^0 = 1550 \text{ кг/м}^3, \quad c_{p1} = 10^3 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{град}), \\ c_{v1} = 713 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{град}), \quad c_2 = 1466 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{град}), \\ T_0 = 273 \text{ К}, \quad \mu_1 = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с}), \quad \lambda_1 = 2,57 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}/(\text{с}^3 \cdot \text{град}), \\ Q = 1,93 \cdot 10^6 \text{ м}^2/\text{с}^2, \quad R = 287 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{град}), \\ u_s = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}, \quad \varphi = 0,7, \quad \alpha_{1*} = 0,37, \\ a_* = 420 \text{ м/с}, \quad d_0 = 10^{-4} \text{ м}, \quad x_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}. \end{aligned}$$

На рис. 1—3 приведены результаты численного интегрирования системы (1.1)—(1.9), отображающие распределение давлений, температур и скоростей фаз при конвективном горении порошкообразного пороха с исходной пористостью топлива  $\alpha_{10} = \alpha_{1*} = 0,37$ , температурой воспламенения частиц  $T_s = 1,03 T_0$  при условии, что работа сил межгранулярного давления  $A_f$  полностью затрачивается на разогрев частиц  $\xi_{2T} = 1$ . Цифры на рис. 1—3 соответствуют моментам времени: 1 — 34, 2 — 56, 3 — 72, 4 — 80, 5 — 89, 6 — 140, 7 — 173, 8 — 209, 9 — 247, 10 — 286 мкс.

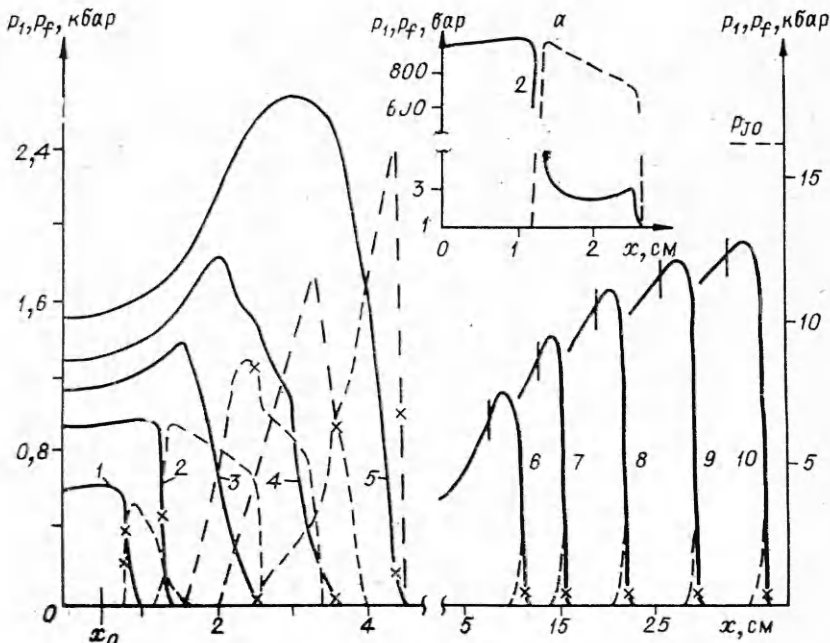


Рис. 1.

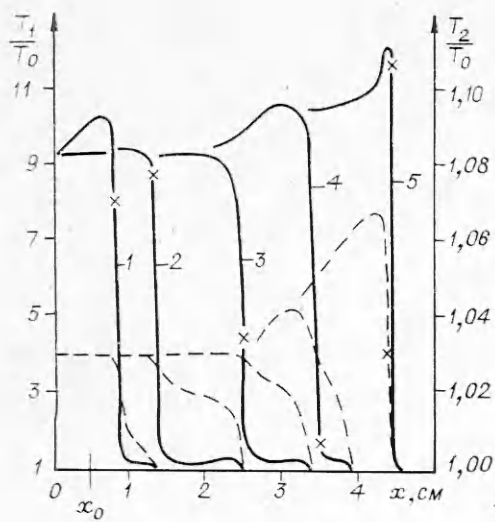


Рис. 2.

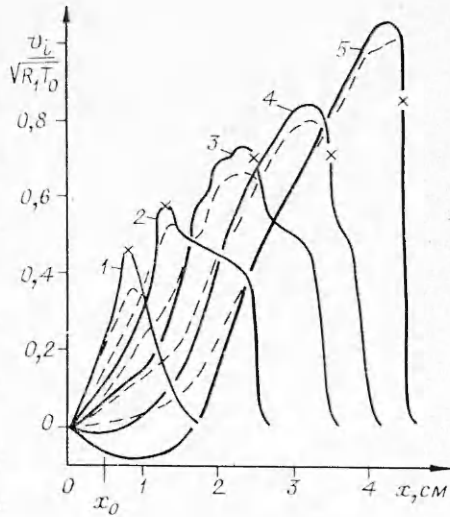


Рис. 3.

Крестами отмечены места воспламенения частиц. Графики всех величин, относящихся к газу, начерчены сплошными линиями, а к частицам — штриховыми. В процессе перехода горения в детонацию можно выделить три этапа.

**Первый этап** (линии 1, 2 рис. 1—3). В начальный момент времени в зоне инициирования ( $0 \leq x \leq x_0$ ) начинается интенсивный вдув газообразных продуктов реакции, что приводит к подъему давления в этой зоне. Образовавшиеся продукты горения под действием градиента давления на границе зоны инициирования начинают фильтроваться внутрь пористого скелета, образуя конвективный фронт горячих газов, за которым частицы разогреваются и с некоторой задержкой воспламеняются (см. рис. 2, 1). Непосредственно перед конвективным фронтом разница скоростей газа и частиц на начальном этапе относительно велика, и газы при движении испытывают значительное сопротивление из-за трения. Конвективный фронт действует на среду перед собой как поршень. Поэтому перед зоной горения в пористом скелете формируется волна сжатия, которая распространяется со скоростью большей, чем скорость волны горения (см. рис. 1, 1, 2). На фронте волны сжатия газ быстро увлекается в движение скелетом, поэтому скорости фаз за фронтом волны сжатия практически совпадают (см. рис. 3, 1, 2). Газ в этой волне из-за сужения пор уплотняется тоже (см. рис. 1, a) и разогревается (см. рис. 2, 1, 2). Скелет разогревается за счет работы сил межгранулярного давления  $A_f$  ( $\xi_{2T} = 1$ ).

За фронтом волны сжатия образуется зона постоянных параметров газа (см. рис. 1, a и рис. 2, 1, 2), в которой скелет разогревается не только за счет работы  $A_f$ , но и за счет теплообмена с газом. Таким образом, на первом этапе формируется двухфронтная конфигурация, состоящая из волны сжатия скелета и конвективного фронта горения (см. рис. 1, 1, 2). Разогрев частиц топлива осуществляется сначала на фронте волны сжатия за счет  $A_f$ , затем в зоне постоянных параметров газа, а затем, уже до воспламенения, за конвективным фронтом горячих газов. При этом основной разогрев на начальном этапе осуществляется за конвективным фронтом (см. рис. 2, 1). Вклад разогрева за счет  $A_f$  постепенно увеличивается (см. рис. 2, 2) и становится существенным на втором этапе.

На рис. 4, 1, 2 представлены траектории фронтов волн горения и сжатия скелета в координа-

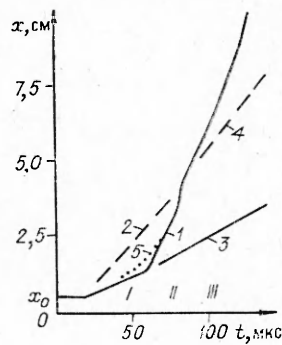


Рис. 4.

тах ( $x, t$ ). Из представленных данных следует, что на первом этапе ускорение конвективного фронта невелико. Это связано с отмеченными выше значительным сопротивлением движению, которое испытывают горячие газы из-за трения, и малостью разогрева скелета в волне сжатия.

**На втором этапе** (линии 3—5 на рис. 1—3) с увеличением интенсивности волны сжатия в скелете скорость частиц перед конвективным фронтом возрастает. Это способствует процессу фильтрации горячих газов. Кроме того, повышение температуры частиц за фронтом волны сжатия в скелете на этом этапе существенно, что облегчает процесс конвективного воспламенения частиц топлива горячими продуктами реакции. Температура газа, при которой происходит воспламенение частиц, понижается (см. рис. 2, 3, 4). Скорость фронта пламени увеличивается (см. рис. 4), и волна горения догоняет и поглощает волну сжатия в скелете (см. рис. 1, 3, 4). Это выражается в том, что точка воспламенения располагается правее максимума распределения  $p_f(x)$ . В этот момент двухфронтная конфигурация преобразуется в ударную волну (см. кривые 5 рис. 1—3), на фронте которой частицы разогреваются до температуры воспламенения как за счет теплообмена с горячим газом, так и за счет работы сил межгранулярного давления.

**На третьем этапе** (см. рис. 1, 6—10) ударная волна продолжает ускоряться. За волной формируется плоскость Чепмена — Жуге (на рис. 1 отмечена вертикальными штрихами), где скорость газа относительно волны равна местной замороженной скорости звука [8]. После образования плоскости Чепмена — Жуге процесс развивается самопроизвольно вплоть до выхода на режим стационарной детонации. Как и для детонации в газах [13], этот выход осуществляется асимптотически. На рис. 5 представлены изменение во времени отношения скорости волны горения  $D$  к скорости стационарной детонации ( $1 - D_{j0} = 2020$  м/с) и отношения давления в плоскости Чепмена — Жуге  $p_J$  к давлению в плоскости Чепмена — Жуге в случае стационарной детонации ( $2 - p_{j0} = 1,627 \cdot 10^9$  Па). Немонотонный участок зависимости  $D(t)$  соответствует моментам времени, когда второй этап ПГД сменяется третьим. Отметим, что скорость детонационной волны приближается к своему стационарному значению быстрее, чем давление, а следовательно, и скорость газа в плоскости Чепмена — Жуге.

Расчеты, проведенные при  $\xi_1 = 1$ , когда работа сил межгранулярного давления  $A_f$  полностью идет на разогрев газа, показывают, что в этом случае, как и при  $\xi_{2T} = 1$ , имеет место ПГД, в процессе которого можно выделить те же три этапа. Отличие имеется лишь при переходе от первого этапа ко второму. Если при  $\xi_{2T} = 1$  частицы разогреваются непосредственно за счет работы сил межгранулярного давления, то при  $\xi_1 = 1$  — за счет теплообмена с газом, температура которого сильно повышается за счет работы  $A_f$  на фронте волны сжатия скелета. Это облегчает процесс конвективного воспламенения частиц и приводит к увеличению скорости фронта горения. Соответствующая траектория фронта горения показана на рис. 4, 5.

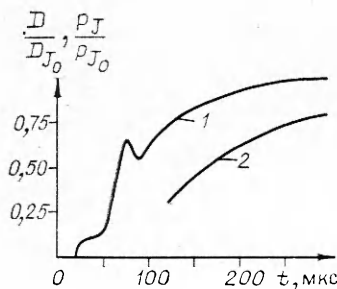


Рис. 5.

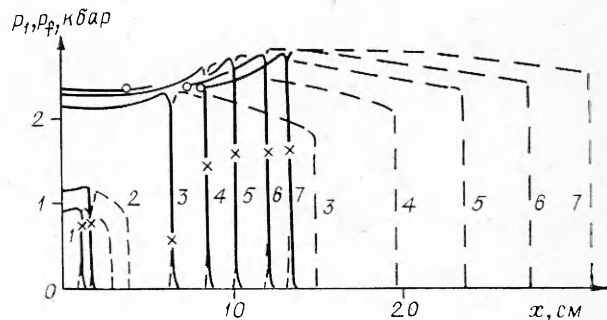


Рис. 6.

На рис. 6 представлены результаты численного интегрирования системы (1.1)—(1.9), отображающие распределения давлений фаз при  $\alpha_{10} = \alpha_{1*} = 0,37$ ,  $T_s = 1,03T_0$ , в случае, когда работа сил межгранулярного давления полностью переходит в упругую составляющую внутренней энергии частиц:  $\xi_{2p} = 1$  (моменты времени, мкс: 1 — 56,43, 2 — 80,42, 3 — 239, 4 — 298, 5 — 348, 6 — 392, 7 — 433). Из представленных данных видно, что процесс развития конвективного горения при  $\xi_{2p} = 1$  сначала протекает практически как на первом этапе описанного выше режима  $\xi_{2T} = 1$ . Об этом свидетельствует, в частности, совпадение распределений давлений фаз (см. рис. 6, 1 и рис. 1, 2). Однако при  $\xi_{2p} = 1$  частицы на фронте волны сжатия в скелете не разогреваются. Поэтому, если на втором этапе развития конвективного горения при  $\xi_{2T} = 1$  фронт горения догоняет волну сжатия в скелете (см. рис. 1, 4), то при  $\xi_{2p} = 1$  в тот же момент времени этого не происходит (см. рис. 6, 2). По мере сгорания вещества (места полного сгорания на рис. 6 отмечены кружком) давление газа  $p_i$  в зоне горения и межгранулярное давление  $p_f$  перед фронтом горения постепенно повышаются и приближаются к некоторым предельным значениям (см. рис. 6, 3—7).

Двухфронтная конфигурация, сформировавшаяся на начальном этапе, движется ускоренно, причем скорости фронтов волн сжатия скелета  $D_i$  и конвективного горения  $D_c$  асимптотически выходят на некоторые постоянные значения (в данном варианте  $D_i = 930$  м/с и  $D_c = 390$  м/с). Таким образом, образуется нестационарный расходящийся комплекс, состоящий из двух волн, каждая из которых движется с постоянной скоростью. При этом волна сжатия в скелете распространяется со сверхзвуковой скоростью относительно покоящейся перед ней средой и представляет собой ударную волну. Скорость волны конвективного горения относительно движущегося перед ней вещества равна 100 м/с, что меньше замороженной скорости звука. Поэтому она представляет собой бегущую размазанную волну сжатия в двухфазной среде. На рис. 4, 3, 4 представлены траектории фронтов волн горения и сжатия скелета в координатах  $(x, t)$ .

Нестационарный двухфронтный режим горения в газовых смесях, включающий ударную волну и фронт пламени, исследован в [14]. Отличительная особенность описанного двухфронтного режима состоит в том, что в пористой среде пламя распространяется за счет конвективного движения горячих продуктов реакции, захватывающих невоспламенившиеся частицы топлива, тогда как в газовых смесях пламя распространяется за счет теплопроводности.

Отметим, что возможность реализации того или иного режима конвективного горения определяется не только способом распределения между фазами тепла, выделяющегося за счет работы сил межгранулярного давления  $A_f$ , т. е. заданием параметров  $\xi_1$ ,  $\xi_{2T}$ ,  $\xi_{2p}$ . Так, при увеличении температуры воспламенения до  $T_s = 1,2T_0$  при фиксированном тепловыделении во всех трех вариантах ( $\xi_1 = 1$ ,  $\xi_{2T} = 1$ ,  $\xi_{2p} = 1$ ) в процессе конвективного горения реализуется нестационарный двухфронтный режим.

### 3. Численный метод

Система уравнений (1.1)—(1.9) решалась численно в три этапа. На первом этапе решение осуществляется без учета членов, описывающих взаимодействие между фазами  $(q, f, J)$ . Для разностной аппроксимации уравнений используется двухшаговый метод Лакса — Вендрофа, модифицированный для интегрирования систем дифференциальных уравнений недивергентного типа. На втором этапе полученное решение уточняется с учетом членов межфазного взаимодействия с помощью явной схемы первого по времени порядка точности. Третий этап представляет собой процедуру сглаживания численных осцилляций полученного решения с помощью трехточечного оператора сглаживания, применяемого в областях фактической нерегулярности решения, которые определяются

с помощью «дифференциального анализатора» [15, 16]. Анализ распространения слабых возмущений в пористых гранулированных средах показывает, что дисперсионное соотношение для системы (1.1)–(1.9) имеет две ветви. Это связано с тем, что звуковые возмущения распространяются как по газовой, так и по твердой фазе. Поэтому критерий Куранга устойчивости счета на первом этапе можно принять в виде

$$\Delta t = k \min \left( \frac{\Delta x}{v_1 + a_1}, \frac{\Delta x}{v_2 + a_2} \right),$$

где  $k$  — число Куранта ( $0 < k < 1$ );  $a_1, a_2$  — скорости звука в газе и пористом скелете.

Шаг интегрирования по времени выбирается, кроме того, из условия устойчивости схемы по правой части. Точность счета контролируется по выполнению законов сохранения массы, импульса и энергии смеси. Во всех расчетах указанные законы сохранения выполняются с точностью до 0,5%.

Остановимся на некоторых математических особенностях используемых уравнений и связанных с ними проблемах численного интегрирования. Характеристическое уравнение для системы (1.2)–(1.5), полученное стандартной процедурой, имеет вид [2, 17–19]

$$\begin{aligned} [(v_2 - \lambda)^2 - a_2^2] [(v_1 - \lambda)^2 - a_1^2] &= a_1^2 (v_1 - \lambda)^2 \Delta, \\ \lambda &= \frac{dx}{dt}, \quad \Delta = \frac{\alpha_2 \rho_1^0}{\alpha_1 \rho_2^0}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

В случае  $p_f \neq 0$  ( $a_2 \neq 0$ ), там, где  $|v_1 - v_2| < a_2$  [2, 17], все корни  $\lambda$  уравнения (3.1) действительны и различны. При этом система (1.2)–(1.5) гиперболична и задача Коши для нее корректна. Проведенный численный анализ показывает, что в волне сжатия скелета, где межгранулярное давление  $p_f \neq 0$  ( $a_2 \neq 0$ ), условие  $|v_1 - v_2| < a_2$  всегда выполняется.

За фронтом волны сжатия скелета по мере выгорания топлива концентрация частиц уменьшается и начиная с некоторого момента становится меньше насыпной ( $\alpha_2 < \alpha_{2*}$ ), при этом  $p_f = 0$  ( $a_2 = 0$ ). Если  $p_f = 0$ , то всегда, за исключением областей, где  $v_1 = v_2$  или  $|v_1 - v_2| > a_1$  [18], среди корней уравнения (3.1) имеются комплексные и система (1.2)–(1.5) негиперболична. Из анализа численных результатов следует, что в этих областях скорости фаз близки ( $v_1 \simeq v_2$ ). Так как при этом практически реализуется односкоростная модель, то возникающие из-за слабости негиперболичности осцилляции малы и не имеют практического значения. Описанная численная процедура за счет схемной вязкости устраняет эти осцилляции. Отметим, что основную трудность в расчетах перехода конвективного горения в детонацию представляет не расчет областей, где система (1.2)–(1.5) негиперболична (т. е.  $p_f = 0$ ), а расчет фронта детонационной волны, т. е. той зоны, где гиперболичность имеется ( $p_f \neq 0$ ). Эта трудность связана с тем, что в порошкообразных системах характерное время скоростной релаксации фаз на фронте детонационной волны мало, что приводит к необходимости для обеспечения устойчивости по правым частям проводить расчеты с малым шагом по времени.

### Выводы

В результате проведенного исследования установлено, что в пористых порошкообразных порохах возможны два режима конвективного горения. При низких температурах воспламенения осуществляется плавный переход конвективного горения в детонацию. При высоких температурах воспламенения ПГД не происходит, а формируется нестационарный двухфронтный комплекс, состоящий из волны сжатия пористого скелета и фронта конвективного горения, который ее поддерживает. Эти фронты распространяются с постоянными, но различными скоростями.



Плавный ПГД в пористых порохах экспериментально не зарегистрирован. Это объясняется достаточно высокими температурами воспламенения и относительно низкой теплотворной способностью порохов.

Выход на режим с постоянной скоростью конвективного горения экспериментально получен в [20, 21]. В [20] этот режим зарегистрирован в насыпных зарядах пикрата аммония ( $\alpha_{20} = 0,726$ ). Скорость распространения конвективного горения в опытах медленно возрастает и достигает 450 м/с. В [21] режимы с постоянной скоростью распространения конвективного горения получены при горении дымного пороха ДРП-3 в замкнутых объемах. Показано, что постоянство скоростей фронта конвективного горения обусловлено влиянием правого закрытого торца заряда. Поэтому после достижения постоянной скорости горения давление на фронте продолжает расти. Этот результат отличается от результатов настоящей работы, по-видимому, из-за того, что в представленных расчетах влияние правого конца на процесс не рассматривается.

В большинстве опытов по ПГД в пористых порошкообразных ВВ [1] детонация возникает на некотором расстоянии от фронта конвективного горения, так что между местом возникновения детонации и зоной горения остается участок непрореагировавшего уплотненного вещества, по которому возможно распространение детонационной волны. Расчеты, проведенные при высоких соответствующих ВВ значениях теплотворной способности  $Q$ , показывают, что этот процесс может быть описан в рамках предложенной в данной работе модели. Результаты численного анализа ПГД в насыпных зарядах ВВ будут представлены в отдельной публикации.

*Поступила в редакцию 11/X 1982*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ф. Беляев, В. К. Боболев, А. И. Коротков и др. Переход горения конденсированных систем во взрыв. М.: Наука, 1973.
2. P. S. Gough, F. J. Zwarts. AIAA. J., 1979, 17, 1.
3. S. J. Hoffman, H. Krier. AIAA. Paper, 1980, N 1205.
4. П. Б. Вайнштейн, Р. И. Нигматулин, В. В. Попов. ФГВ, 1980, 16, 5.
5. П. Б. Вайнштейн, Р. И. Нигматулин, В. В. Попов и др. Изв. АН СССР, МЖГ, 1981, 1.
6. В. А. Левин, Ю. В. Туник. Иницирование и распространение горения угольной пыли в атмосфере газообразного окислителя. НИИ Механики МГУ, Отчет № 2593, 1981.
7. W. G. Soper. Comb. Flame, 1973, 20, 157.
8. Р. И. Нигматулин. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
9. А. Ф. Чудновский. Теплообмен в дисперсных средах. М.: Гостехиздат, 1954.
10. Л. Е. Стернин, Б. И. Маслов, А. А. Шрайбер и др. Двухфазные и моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980.
11. S. Ergun. Chem. Eng. Prog., 1952, 48, 2.
12. А. Ф. Беляев. ЖФХ, 1940, 14, 8.
13. Г. Г. Черный. Докл. АН СССР, 1967, 172, 3.
14. К. И. Щелкин, Я. К. Трошин. Газодинамика горения. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
15. А. И. Ивандеев. ЖВМ и МФ, 1975, 15, 2.
16. П. Б. Вайнштейн, Р. И. Нигматулин, В. В. Попов. ЖВМ и МФ, 1982, 22, 3.
17. Б. С. Ермолаев, В. С. Посвянский.— В кн.: Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение конденсированных и гетерогенных систем. Черноголовка, 1980.
18. А. И. Крайко, Л. Е. Стернин. ПММ, 1965, 29, 3.
19. Л. А. Клебанов, А. Е. Крошин, Б. И. Нигматулин и др. ПММ, 1982, 46, 1.
20. R. R. Vernecker, D. Price. Comb. Flame, 1974, 22, 111.
21. В. А. Фотеев, А. И. Коротков, Б. С. Ермолаев и др. ФГВ, 1982, 18, 2.