

5. В. Г. Коростелев, Ю. В. Фролов. ФГВ, 1979, 15, 2, 88.  
 6. Б. В. Орлов, Г. Ю. Мазинг. Основы проектирования ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1964.  
 7. Б. С. Ермолаев. Канд. дис. М.: ИХФ АН СССР, 1978.

УДК 536.46

## К АНАЛИЗУ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ГОРЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ

А. В. Гужиев, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин  
(Ленинград)

Диффузное горение жидкостей, поверхность которых обтекается потоком газообразного окислителя, описано в работе [1]. При допущении о бесконечно большой скорости реакции получены автомодельные решения динамической, тепловой и диффузионной задач, найдены температуры факела и свободной поверхности, а также массовая скорость горения жидкости. В силу известной ограниченности использованной модели полученные результаты не отражают ряда важных эффектов, обусловленных протеканием реакции в объеме — явления срыва пламени, проскок реагентов через зону горения и др. В связи с этим целесообразно рассмотреть процесс горения жидкости в более общей постановке, отражающей конечную скорость превращения компонентов.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением задачи о горении полубесконечного слоя жидкости, обтекаемого однородным потоком газообразного окислителя (рис. 1). Как и ранее [1], для анализа процесса используем приближение теории пограничного слоя и допущение о постоянстве давления во всей области течения. В этом случае исходная система уравнений имеет вид

$$\rho_i u_i \cdot \partial u_i / \partial x + \rho_i v_i \cdot \partial u_i / \partial y = \partial / \partial y \cdot (\mu_i \cdot \partial u_i / \partial y), \quad (1)$$

$$\partial \rho_i u_i / \partial x + \partial \rho_i v_i / \partial y = 0, \quad (2)$$

$$c_{pi} \rho_i u_i \frac{\partial T_i}{\partial x} + c_{pi} \rho_i v_i \frac{\partial T_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} \right) + (2-i) q_T W, \quad (3)$$

$$\rho_1 u_1 \frac{\partial c_j}{\partial x} + \rho_1 v_1 \frac{\partial c_j}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho_1 D_j \frac{\partial c_j}{\partial y} \right) - \Omega_j W, \quad (4)$$

$$\rho_1 T_1 = \text{const}, \quad (5)$$

$$c_a + c_b + c_\pi + c_\kappa = 1. \quad (6)$$

Здесь  $u, v, \rho, T, c$  — соответственно скорости, плотность, температура и концентрация;  $\mu, \lambda, D$  — коэффициенты динамической вязкости, теплопроводности и диффузии;  $W = z_T \rho_a^s \rho_b^r \exp(-E/RT_1)$  — скорость реакции;  $z_T, s$  и  $r$  — кинетические коэффициенты;  $E$  — энергия активации;  $R$  — универсальная газовая постоянная; индекс  $i = 1, 2$  относится соответственно к газовой и жидкой фазам; индекс  $j = a, b, \pi, \kappa$  — соответствует окислителю, парам жидкости, продуктам реакции и инертной примеси в газе;  $\Omega$  — стехиометрический коэффициент ( $\Omega_b = 1, \Omega_a = \Omega, \Omega_\pi = 1 + \Omega, \Omega_\kappa = 0$ );  $q_T$  — удельная теплота реакции.

Граничные условия, соответствующие рассматриваемой задаче, имеют вид

$$y = +\infty, u_1 = u_{1*}, T_1 = T_{1*}, c_b = c_\pi = 0, c_a = c_{a*}, \quad (7)$$

$$y = 0, u_1 = u_2 = u_0, T_1 = T_2 = T_0, c_j = c_{j0}, \quad (8)$$

$$y = -\infty, u_2 = u_{2*}, T_2 = T_{2*}, \quad (9)$$

где индексы 0 и \* относятся к свободной поверхности и однородному потоку. Поскольку параметры среды  $u_0, T_0, c_{j0}$  заранее неизвестны, для их определения следует воспользоваться некоторыми дополнительными условиями, отражающими равенство касательных вязких напряжений, материальный и тепловой балансы на поверхности фазового перехода

$$(\mu \partial u / \partial y)_1 = (\mu \partial u / \partial y)_2, \quad (10)$$

$$\rho_{10} v_{10} c_{j0} - \rho_{10} D_{j0} (\partial c_j / \partial y)_0 = 0, \quad j = a, \text{ п, и}, \quad (11)$$

$$\rho_{10} v_{10} c_{b0} - \rho_{10} D_{b0} (\partial c_b / \partial y)_0 = \rho_{10} v_{10}, \quad (12)$$

$$\rho_{10} v_{10} = \rho_{20} v_{20}, \quad (13)$$

$$\lambda_{10} (\partial T_1 / \partial y)_0 = \lambda_{20} (\partial T_2 / \partial y)_0 + \rho_{20} v_{20} q_{\text{п}}. \quad (14)$$

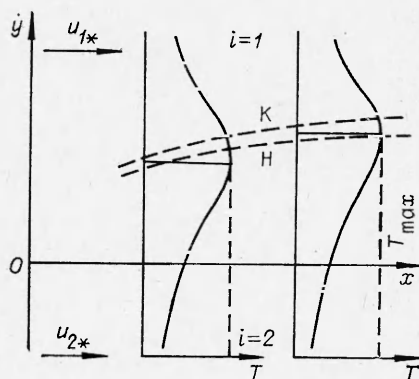


Рис. 1. Схема течения.

Здесь  $q_{\text{п}}$  — удельная теплота парообразования. Отметим, что соотношение (11) отражает, по существу, условие непроницаемости жидкости для потоков газа, (13) — стационарность процесса, а (14) с точностью до члена, пропорционального  $(c_{p1} - c_{p2})$ , — тепловой режим свободной поверхности.

Дополним уравнения (10)–(14) соотношением, отражающим связь между параметрами пара на свободной поверхности. В равновесном приближении эта связь выражается уравнением Клайперона — Клаузиуса

$$p_{b0} = z_{\text{п}} \exp(-q_{\text{п}} / R_b T_0), \quad (15)$$

где  $z_{\text{п}}$  — предэкспонент;  $R_b$  — газовая постоянная паров жидкости;  $p$  — давление. Таким образом, для определения полей гидродинамических и тепловых величин в жидкой и газообразной фазах необходимо решить сопряженную задачу для системы (1)–(6) с граничными условиями (7)–(9) с привлечением дополнительных соотношений (10)–(15).

Протекание химической реакции в парогазовой смеси над свободной поверхностью приводит к формированию специфического профиля температуры с характерным максимумом, расположенным на некотором удалении от поверхности жидкости (см. рис. 1). В случае активированной реакции зона интенсивного химического превращения локализуется в узком пространстве вблизи точек температурного максимума — зоне пламени. Вне этой области скорость реакции мала, и среда практически инертна. При такой схематизации процесса решение задачи в области  $i = 1$  может быть получено интегрированием уравнений (3), (4) без источников в пространстве над зоной пламени и между ней и свободной поверхностью при использовании граничных условий (7)–(9), а также дополнительных условий на верхней (индекс к) и нижней (индекс н) границах пламени

$$y = y_{\text{к}}, T_1 = T_{\text{к}}, c_j = c_{j\text{к}}; \quad y = y_{\text{н}}, T_1 = T_{\text{н}}, c_j = c_{j\text{н}}. \quad (16)$$

Связи между заранее неизвестными параметрами  $c_{j\text{н}}, c_{j\text{к}}, T_{\text{н}}, T_{\text{к}}$  могут быть получены интегрированием уравнений неразрывности диффузии и теплопроводности поперек зоны пламени.

Интегрируя уравнение (2) в предположении, что зона пламени достаточно узка и угол ее наклона к свободной поверхности мал ( $\partial/\partial n \approx \partial/\partial y, \partial/\partial \tau \approx \partial/\partial x$ ;  $n$  и  $\tau$  — нормаль и касательная к линии максимальных температур), получим в пределах зоны пламени

$$\rho_1 v_1 = (\rho_1 v_1)_{\text{н}}. \quad (17)$$

В тех же приближениях интегрирование комбинации уравнений (4) для  $j = a$  и  $j = b$  с учетом (17) дает соотношение, отражающее баланс диффу-

зионных потоков окислителя и паров жидкости на границах пламени:

$$\Omega (\rho_1 v_1)_H (c_{bK} - c_{bH}) + \left( \rho_1 D_a \frac{\partial c_a}{\partial y} \right) \Big|_H^K = (\rho_1 v_1)_H (c_{aK} - c_{aH}) + \Omega \left( \rho_1 D_b \frac{\partial c_b}{\partial y} \right) \Big|_H^K. \quad (18)$$

Аналогичным образом, интегрируя комбинацию уравнений теплопроводности и диффузии для  $j = b$ , получим условие, связывающее тепловые потоки на границах пламени

$$\frac{q_T}{c_{p1}} \left[ (\rho_1 v_1)_H (c_{bK} - c_{bH}) - \left( \rho_1 D_b \frac{\partial c_b}{\partial y} \right) \Big|_H^K \right] = \left( \rho_1 a_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) \Big|_H^K - (\rho_1 v_1)_H (T_K - T_H), \quad (19)$$

где  $a$  — коэффициент температуропроводности среды;  $a_i = \lambda_i / c_{pi} \rho_i$ . Кроме того, значения тепловых потоков на границах пламени можно определить, непосредственно интегрируя уравнение энергии от нижней границы до фронта пламени, где  $\partial T / \partial y = 0$ , и от фронта до верхней границы. Используя предположение о сильной температурной зависимости скорости реакции, получим

$$\int_{T_H}^{T_\Phi} c_{p1} \rho_1 u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} dT + \int_{y_H}^{y_\Phi} \left[ c_{p1} \rho_1 v_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2\lambda_1} \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \right)^2 \right] dy = z_T q_T \langle \rho_a^s \rho_b^r \rangle_{H, \Phi} \frac{RT_\Phi^2}{E} \exp \left( - \frac{E}{RT_\Phi} \right), \quad (20)$$

$$\int_{T_H}^{T_K} c_{p1} \rho_1 u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} dT + \int_{y_\Phi}^{y_K} \left[ c_{p1} \rho_1 v_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2\lambda_1} \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \right)^2 \right] dy = z_T q_T \langle \rho_a^s \rho_b^r \rangle_{\Phi, K} \frac{RT_\Phi^2}{E} \exp \left( - \frac{E}{RT_\Phi} \right). \quad (21)$$

Здесь индекс  $\Phi$  означает фронт пламени,  $\langle \rangle$  — индекс усреднения.

В дальнейшем решение задачи будем искать в рамках обычных приближений, согласно которым в газе поля температуры и концентраций подобны ( $a_i = D_j = D$ ), коэффициенты переноса ( $a_i, v_i, D$ ) пропорциональны квадрату температуры, а удельная теплоемкость постоянна. В жидкости параметры  $c_{p2}, a_2, v_2$  и  $\rho_2$  полагаются постоянными.

Воспользовавшись предварительно преобразованием Дородницына  $\xi = x, \eta_i = \int_0^y \rho_i dy$  и введя эффективную скорость  $\tilde{v}_i = \rho_i v_i + u_i \cdot \partial \eta_i / \partial \xi$ ,

приведем исходную систему уравнений (1)–(4) к следующему виду:

$$\begin{aligned} u_i \frac{\partial u_i}{\partial \xi} + \tilde{v}_i \frac{\partial u_i}{\partial \eta_i} &= \rho_i^2 v_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial \eta_i^2}, \\ \frac{\partial u_i}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial \eta_i} &= 0, \\ u_i \frac{\partial T_i}{\partial \xi} + \tilde{v}_i \frac{\partial T_i}{\partial \eta_i} &= \rho_i^2 a_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial \eta_i^2}, \\ u_1 \frac{\partial c_j}{\partial \xi} + \tilde{v}_1 \frac{\partial c_j}{\partial \eta_1} + \rho_1^2 D &= \frac{\partial^2 c_j}{\partial \eta_1^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Преобразованная система уравнений (22) допускает возможность раздельного решения динамической и тепловой задач.

Переходя в первых двух уравнениях к безразмерным переменным и полагая существование автомодельного решения вида  $\tilde{u}_i = F'_i(\tilde{\varphi}_i)$ ,

<sup>1</sup> Уравнения диффузии и теплопроводности рассматриваются вне зоны пламени.

получим для поперечной скорости выражение  $\tilde{v}_i = \frac{1}{V\bar{\xi}} [0,5(\bar{\varphi}_i F'_i - F_i) + H]$ , а для поля продольных скоростей

$$\Phi_i''' + 2\Phi_i\Phi_i'' = 0 \quad (23)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} = +\infty : \Phi_1' &= \frac{1}{2(1+m)}, \\ \bar{\varphi} = 0 : \Phi_1' &= \Phi_2', \quad \alpha\Phi_1'' = \Phi_2'', \\ \bar{\varphi} = -\infty : \Phi_2' &= \frac{m}{2(1+m)}. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь  $\varphi_i = \eta_i/V\bar{\xi}$ ;  $\bar{\varphi} = \varphi/\rho_{i*} \sqrt{2v_{i*}/u_{1*}(1+m)}$ ;  $\bar{u}_i = 2u_i/(u_{1*} + u_{2*})$ ;  $\alpha = \rho_{1*}/\rho_{2*} (v_{1*}/v_{2*})^{0,5}$ ;  $m = u_{2*}/u_{1*}$ ;  $\Phi_i = 0,25F_i + H$ ;  $\tilde{v}_i = \tilde{v}_i/\rho_{i*} \times \sqrt{2L/v_{i*}u_{1*}(1+m)}$ ;  $H$  — константа; черта сверху означает безразмерную величину;  $L$  — произвольный линейный масштаб. Приближенное решение сопряженной задачи для уравнения (23) получено ранее в [1] методом Гертлера в виде линейной функции интеграла вероятности

$$\Phi_i' = A_i \operatorname{erf} \bar{\varphi}_i + B_i \quad (25)$$

( $A_i, B_i$  — постоянные интегрирования). С учетом граничных условий (25) определяет поле скоростей в жидкой и газообразной фазах

$$u_i/u_{1*} = [\alpha^{i-1}(1-m) \operatorname{erf} \bar{\varphi}_i + \alpha + m]/(1+\alpha). \quad (26)$$

Что касается диффузионной и тепловых задач, то учет химической кинетики исключает возможность получения автомодельных решений для полей концентрации и температуры. Действительно, предположив, что  $T_i = T(\varphi)$  и  $c_j = c(\varphi)$ , из (20) и (21) получим соотношения вида  $T_{\text{нк}} = T(\xi, \varphi_{\text{нк}})$ . Это означает, что поле температуры  $T_i$  есть функция от переменных  $\xi$  и  $\varphi$ , т. е. неавтомодельно. Из соотношений (8), (18) и (19) следует неавтомодельность связанных с ним полей концентраций в газе и температуры в жидкости.

Учитывая это, в дальнейшем воспользуемся одним из приближенных методов, согласно которому искомые решения  $c_j(\xi, \eta)$  и  $T_i(\xi, \eta)$  полагаются локально автомодельными [2]. В этом случае поля температур и концентраций описываются уравнениями теплопроводности и диффузии

$$(V\bar{Z}\tilde{v}_i - 0,5u_i\varphi_i) \frac{\partial T_i}{\partial \varphi_i} = \rho_i^2 a_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial \varphi_i^2}, \quad (27)$$

$$(V\bar{Z}\tilde{v}_i - 0,5u_i\varphi_i) \frac{\partial c_j}{\partial \varphi_i} = \rho_i^2 D \frac{\partial^2 c_j}{\partial \varphi_i^2}, \quad (28)$$

где  $Z = \bar{\xi}$ .

Введем безразмерные температуры  $\bar{T}_i$  и относительные концентрации  $\pi_j$ , используя в качестве масштабов значения этих параметров на границах пламени и свободной поверхности:

$$\text{при } \bar{\varphi} \geq \bar{\varphi}_{\text{нк}} \quad \pi_j = \frac{c_a - c_{\text{ак}}}{c_{\text{ак}} + c_{\text{ак}}}, \frac{c_b}{c_{\text{бк}}}, \frac{c_{\text{н}} - c_{\text{но}}}{c_{\text{нк}} - c_{\text{но}}}, \bar{T}_1 = \frac{T_1 - T_{1*}}{T_{\text{нк}} - T_{1*}},$$

$$\text{при } 0 \leq \bar{\varphi} \leq \bar{\varphi}_{\text{нк}} \quad \pi_j = \frac{c_{\text{ан}} - c_a}{c_{\text{ан}} - c_{\text{а0}}}, \frac{c_{\text{б0}} - c_b}{c_{\text{б0}} - c_{\text{бн}}}, \frac{c_{\text{н}} - c_{\text{но}}}{c_{\text{нк}} - c_{\text{но}}}, \bar{T}_1 = \frac{T_1 - T_0}{T_{\text{нк}} - T_0},$$

$$\text{при } \bar{\varphi} \leq 0 \quad \bar{T}_2 = \frac{T_0 - T_2}{T_0 - T_{2*}}.$$

Воспользовавшись приведенным выше выражением для поперечной скорости и учтя, что принятые в качестве масштабных величины зависят только от продольной координаты  $Z$ , получим для описания полей  $\pi_j$  и  $T_i$  уравнения

$$\pi_j'' + 2\Phi_1 \text{Pr}_{1*} \pi_j' = 0, \quad (29)$$

$$\bar{T}_i'' + 2\Phi_i \text{Pr}_{i*} \bar{T}_i' = 0 \quad (30)$$

с соответствующими граничными условиями

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} = +\infty: \pi_a = \pi_n = 1, \quad \pi_b = \bar{T}_1 = 0, \\ \bar{\varphi} = \bar{\varphi}_K \text{ или } \bar{\varphi} = \bar{\varphi}_H: \pi_a = 0, \quad \pi_b = \bar{T}_1 = 1, \\ \bar{\varphi} = 0: \pi_a = 1, \quad \pi_b = \pi_n = \bar{T}_1 = \bar{T}_2 = 0, \\ \bar{\varphi} = -\infty: \bar{T}_2 = 1. \end{aligned} \quad (31)$$

Здесь  $\text{Pr}_{i*} = \nu_{i*}/\alpha_{i*}$  — число Прандтля.

Преобразуя уравнения (29) и (30) с помощью (23), можно показать, что их решения имеют вид функции, аналогичной (25), но от аргумента  $\bar{\varphi} \sqrt{\text{Pr}_{i*}}$ . Воспользовавшись граничными условиями (31), получим при  $\bar{\varphi} \geq \bar{\varphi}_K$

$$\begin{aligned} c_a = c_{aK} + (c_{a*} - c_{aK}) \frac{\text{erf } \bar{\varphi} \sqrt{\text{Pr}_{1*}} - \text{erf } (\bar{\varphi}_K \sqrt{\text{Pr}_{1*}})}{1 - \text{erf } (\bar{\varphi}_K \sqrt{\text{Pr}_{1*}})}, \\ c_b = c_{bH} \frac{1 - \text{erf } (\bar{\varphi} \sqrt{\text{Pr}_{1*}})}{1 - \text{erf } (\bar{\varphi}_K \sqrt{\text{Pr}_{1*}})}, \\ T_1 = T_{1*} + (T_K - T_{1*}) \frac{1 - \text{erf } (\bar{\varphi} \sqrt{\text{Pr}_{1*}})}{1 - \text{erf } (\bar{\varphi}_K \sqrt{\text{Pr}_{1*}})}; \end{aligned} \quad (32)$$

при  $0 \leq \bar{\varphi} \leq \bar{\varphi}_H$

$$\begin{aligned} c_a = c_{a0} + (c_{aH} - c_{a0}) \frac{\text{erf } (\bar{\varphi} \sqrt{\text{Pr}_{1*}})}{\text{erf } (\bar{\varphi}_H \sqrt{\text{Pr}_{1*}})}, \\ c_b = c_{bH} + (c_{b0} - c_{bH}) \left[ 1 - \frac{\text{erf } (\bar{\varphi} \sqrt{\text{Pr}_{1*}})}{\text{erf } (\bar{\varphi}_H \sqrt{\text{Pr}_{1*}})} \right], \\ T_1 = T_0 + (T_H - T_0) \frac{\text{erf } (\bar{\varphi} \sqrt{\text{Pr}_{1*}})}{\text{erf } (\bar{\varphi}_H \sqrt{\text{Pr}_{1*}})}; \end{aligned}$$

при  $\bar{\varphi} \geq 0$

$$c_n = c_{n0} + (c_{n*} - c_{n0}) \text{erf } (\bar{\varphi} \sqrt{\text{Pr}_{1*}});$$

при  $\bar{\varphi} \leq 0$

$$T_2 = T_{2*} + (T_0 - T_{2*}) [1 + \text{erf } (\bar{\varphi} \sqrt{\text{Pr}_{2*}})].$$

Для определения масштабных величин, входящих в решения (32), следует воспользоваться ранее найденными соотношениями (11)—(14) и (18)—(21), раскрыв с помощью (32) содержащиеся в них производные. Приняв во внимание, что зона пламени достаточно узка ( $\bar{\varphi}_H \simeq \bar{\varphi}_K \simeq \bar{\varphi}_\Phi$ ) и в ее пределах приближенно выполняются соотношения  $c_{jH} \simeq c_{jK} \simeq c_{j\Phi}$ ,  $T_H \simeq T_K \simeq T_\Phi$ , получим, привлекая (6), (15) и (32) для вычисления величин  $\bar{\varphi}_\Phi$ ,  $c_{j\Phi}$ ,  $c_{j0}$ ,  $\theta_\Phi$  и  $\theta_0$ , следующие уравнения:

$$\theta_\Phi = \frac{c_{a*} + \Omega c_{b\Phi} - \Omega c_{a\Phi}}{c_{a*} + c_{b0} - c_{a0}} \left\{ \Omega_0 \left[ \frac{c_{a\Phi} - c_{a0} + \Omega(c_{b0} - c_{b\Phi})}{c_{a*} - c_{a\Phi} + \Omega c_{b\Phi}} \right] + \right.$$

$$+ \vartheta_T \left[ c_{b0} - c_{b\phi} \frac{c_{a*} + \Omega c_{b0} - c_{a0}}{c_{a*} + \Omega c_{b\phi} - c_{a\phi}} \right], \quad (33)$$

$$\theta_0 = \varepsilon \vartheta_{\Pi} / \ln(\kappa/c_{b0}), \quad (34)$$

$$f_1 = \frac{(\theta_{\phi} - \theta_0)(c_{a*} - c_{a0} + \Omega c_{b0})}{c_{a\phi} - c_{a0} + \Omega(c_{b0} - c_{b\phi})} = \left\{ \sigma(\theta_0 - \theta_{2*}) + \right. \\ \left. + \vartheta_{\Pi} \frac{(c_{b0} - c_{b\phi})(c_{a*} - c_{a0} + \Omega c_{b0})}{(1 - c_{b0})(c_{a\phi} - c_{a0} + \Omega(c_{b0} - c_{b\phi}))} \right\} = f_2, \quad (35)$$

$$\operatorname{erf}(\bar{\varphi}_{\phi} \sqrt{\overline{Pr}_{1*}}) = \frac{c_{a\phi} - c_{a0} + \Omega(c_{b0} - c_{b\phi})}{c_{a*} - c_{a0} + \Omega c_{b0}}, \quad (36)$$

$$c_{a\phi} = s_{a0} \frac{(\theta_{\phi} - \theta_0)(c_{a*} + \Omega) + (\theta_{\phi} - 1)(c_{a0} + \Omega - \Omega c_{b0})}{(2\theta_{\phi} - \theta_0 - 1)(c_{a0} + \Omega - \Omega c_{b0})}, \quad (37)$$

$$c_{b\phi} = 1 - (1 - c_{b0}) c_{a\phi} / c_{a0}, \quad (38)$$

$$[\operatorname{erf}(\bar{\varphi}_{\phi} \sqrt{\overline{Pr}_{1*}}) \exp(\bar{\varphi}_{\phi}^2 \overline{Pr}_{1*})]^{-2} = \frac{\pi^{1/2} \beta \hat{v}_T c_{a\phi}^2 c_{b\phi}^2 \hat{\psi}^{3-s-r}}{(1+m)(\theta_{\phi} - \theta_0)^2} \Psi \exp\left(-\frac{1}{\beta \theta_{\phi}^2}\right), \quad (39)$$

$$c_{n0} [(1 - c_{b0}) \operatorname{erf}(\bar{\varphi}_{\phi} \sqrt{\overline{Pr}_{1*}}) + c_{b0} - c_{b\phi}] = c_{n*} (1 - c_{b0}) \operatorname{erf}(\bar{\varphi}_{\phi} \sqrt{\overline{Pr}_{1*}}), \quad (40)$$

$$c_{n\phi} = c_{n0} + (c_{n*} - c_{n0}) \operatorname{erf}(\bar{\varphi}_{\phi} \sqrt{\overline{Pr}_{1*}}), \quad (41)$$

$$c_{n\phi} = 1 - c_{a\phi} - c_{b\phi} - c_{n\phi}, \quad (42)$$

$$c_{n0} = 1 - c_{a0} - c_{b0} - c_{n0}. \quad (43)$$

Здесь  $\beta = RT_{1*}/E$ ;  $\hat{v}_T = q_T/c_{p1}T_{1*}$ ;  $\vartheta_{\Pi} = q_{\Pi}/c_{p1}T_{1*}$ ;  $\theta = T/T_{1*}$ ;  $\varepsilon = c_{p1}/R_b$ ;  $\kappa = z_{\Pi}R_r/pR_b$ ;  $\Psi = z_T/u_{1*} \cdot (p/R_rT_{1*})^{s+r-1} \cdot x$ ;  $R_r$  — газовая постоянная смеси.

Соотношения (33)—(39) образуют замкнутую систему уравнений для определения параметров  $\bar{\varphi}_{\phi}$ ,  $\theta_0$ ,  $\theta_{\phi}$ ,  $c_{b\phi}$ ,  $c_{b0}$ ,  $c_{a\phi}$  и  $c_{a0}$ . После их вычисления концентрации инертной добавки и продукта на фронте пламени и свободной поверхности могут быть найдены в явном виде из соотношений (40)—(43).

При анализе решений системы (33)—(39) использован графоаналитический подход, основанный на раздельном представлении левой и правой части уравнения теплового баланса (35) в виде функций

$$Q_+ = F_1, \quad (44)$$

$$Q_- = F_2, \quad (45)$$

отражающих соответственно интенсивности теплоподвода ( $Q_+$ ) и теплоотвода ( $Q_-$ ) от поверхности жидкости при различных заданных концентрациях  $c_{b0}$ . Искомые решения отвечают тем значениям  $c_{b0}$ , при которых графики этих функций пересекаются, т. е.  $Q_+ = Q_-$ . В силу неявного характера уравнений системы (33), (34), (36)—(39), (44), (45) функции  $Q_+(c_{b0})$  и  $Q_-(c_{b0})$  вычислялись методом последовательных приближений. В качестве первого приближения задавалось состояние системы, отвечающее диффузионному режиму горения ( $c_{b\phi}^{(1)} = c_{a\phi}^{(1)} = c_{a0}^{(1)} = 0$ ).

Значения температур  $\theta_{\phi}^{(1)}$ ,  $\theta_0^{(1)}$  и координаты фронта  $\bar{\varphi}_{\phi}^{(1)}$  определялись из соотношений (33), (34) и (36), после чего из (44) и (45) вычислялись  $Q_+^{(1)}$  и  $Q_-^{(1)}$ , а также функции второго приближения  $c_{b\phi}^{(2)}$ ,  $c_{a\phi}^{(2)}$  и  $c_{a0}^{(2)}$  из уравнений (37)—(39). Подстановка этих величин в исходные соотношения дает значения  $\theta_{\phi}^{(2)}$ ,  $\theta_0^{(2)}$  и  $\bar{\varphi}_{\phi}^{(2)}$ , а затем  $Q_+^{(2)}$  и  $Q_-^{(2)}$  и т. д. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность в вычислении величин  $Q_+(c_{b0})$  и  $Q_-(c_{b0})$ . Что касается вида этих функций, то, как показали расчеты, первая из них (рис. 2) слабо убывает

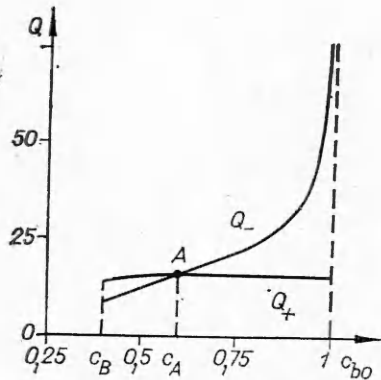


Рис. 2. Характерный вид функций  $Q_+$  и  $Q_-$ ;  $c_{a*} = 0,7$ ,  $\bar{\nu} = 1,5 \cdot 10^5$ .

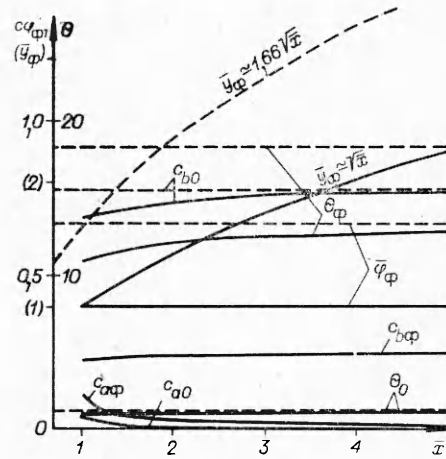


Рис. 3. Характеристики горения при  $c_{a*} = 1$ .

вает, а вторая возрастает с асимптотой в точке  $c_{b0} = 1$ , соответствующей состоянию кипения.

Таким образом, кривые  $Q_+(c_{b0})$  и  $Q_-(c_{b0})$  могут пересечься только один раз в некоторой точке  $A$  при  $c_{b0} = c_A < 1$ . Это означает единственность решения при заданном исходном состоянии системы и отсутствие кипения в жидкости. В силу того, что в точке  $A$  производная  $dQ_+/dc_{b0} < 0$ , а  $dQ_-/dc_{b0} > 0$ , стационарное горение устойчиво.

После вычисления координаты фронта факела и масштабных значений температур и концентраций соотношения (32) позволяют рассчитать профили этих величин в любом сечении в пространстве переменных  $(\bar{Z}, \bar{\varphi})$ . Для перехода к физическим координатам  $(x, y)$  следует воспользоваться преобразованием  $x = \bar{Z}L$  и

$$y = \frac{\rho_{i*} R_{\Gamma} T_{1*}}{p} \sqrt{\frac{2\nu_{i*} x}{u_{1*}(1+m)}} \int_0^{\bar{\varphi}_i} \theta_i d\bar{\varphi}.$$

В отличие от модели диффузионного горения [1] функции  $Q_+(c_{b0})$  и  $Q_-(c_{b0})$  существуют не при любых значениях концентрации  $c_{b0}$ , а лишь в некотором диапазоне ее изменения  $0 < c_b \leq c_{b0} < 1$ , вне которого (при  $c_{b0} < c_B$ ) система уравнений для вычисления  $Q_+$  и  $Q_-$  не имеет действительных решений. Поэтому стационарный процесс возможен лишь при  $c_B < c_A$ . Критическому состоянию, в котором происходит срыв горения, отвечает предельное соотношение  $c_A = c_B = c_{кр}$ .

Для иллюстрации сказанного приведем некоторые результаты расчета геометрии фронта пламени, характерных значений концентраций и температур в зависимости от продольной координаты при вариации концентрации инертной добавки в потоке окислителя. Расчеты выполнены для значений параметров  $\Omega = 3,5$ ,  $\vartheta_{\Gamma} = 83,3$ ,  $\vartheta_{\Pi} = 0,667$ ,  $\sigma = 199$ ,  $m = 0$ ,  $\beta = 0,02$ ,  $\epsilon = 17,4$ ,  $\alpha = 0,013$ ,  $\kappa = 0,29 \cdot 10^5$ ,  $s = r = 1$ ,  $Pr_{1*} = 1,36$ , соответствующих горению системы гексан + кислород + азот в условиях, близких к атмосферным.

На рис. 3 представлены характеристики факела при отсутствии инерта в потоке окислителя. Графические зависимости отражают существование срыва горения в критическом сечении с координатой  $x = x_{кр}$ , а также увеличение расстояния между фронтом пламени и свободной поверхностью пропорционально  $\sqrt{x}$ , где  $\bar{x} = x/x_{кр}$ . Температура на фронте и концентрации  $c_{b0}$  и  $c_{b\phi}$  при этом возрастают, асимптотически приближаясь к некоторым предельным значениям. Снижение температу-



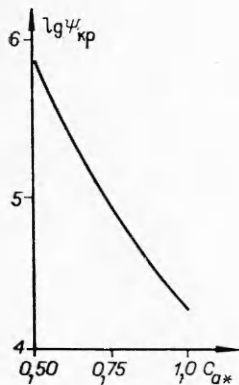


Рис. 4. Влияние инерта на протяженность зоны отрыва.

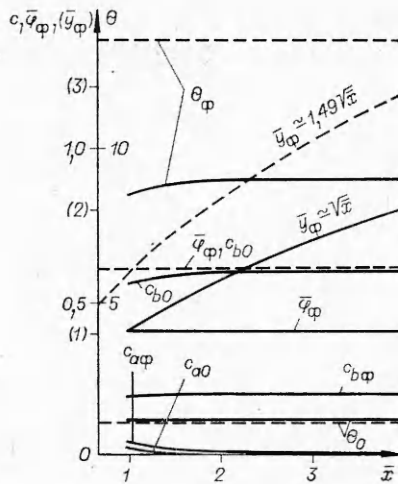


Рис. 5. Характеристики горения при  $c_{a*} = 0,7$ .

ры факела на пределе горения по порядку величины соответствует температурному интервалу Франк-Каменецкого, т. е.  $\Delta\theta_{\phi} \approx \beta (\theta_{\phi}^2)_{кр}$ . Концентрации  $c_{a0}$  и  $c_{a\phi}$ , наоборот, с ростом  $\bar{x}$  убывают, устремляясь к нулю.

Относительно высокая теплопроводность жидкости способствует выравниванию температуры в занятой ею части пространства. Вследствие этого температура свободной поверхности  $\theta_0$  при удалении от критического сечения, хотя и возрастает, но очень слабо, оставаясь близкой к единице.

Увеличение содержания инертной примеси в потоке окислителя приводит к интенсивному росту протяженности зоны отрыва (рис. 4). Одновременно происходит существенное снижение температуры пламени, а также концентрации паров на свободной поверхности (рис. 5). Конфигурация фронта пламени  $\bar{y}_{\phi}(\bar{x})$ , где  $\bar{y}_{\phi} = y_{\phi}/(y_{\phi})_{кр}$ , сохраняется при этом практически неизменной.

Из сопоставления полученных результатов с расчетами по модели диффузионного горения [1] (штриховые линии на рис. 3 и 5) видно, что учет химической кинетики ведет к заметному снижению расчетных значений температуры пламени вследствие недожога паров жидкости в зоне химической реакции, а также к уменьшению расстояния между фронтом и свободной поверхностью. При этом, за исключением явления срыва пламени, сохраняется качественное соответствие в характере закономерностей горения, следующих из анализа процесса в рамках каждой из упомянутых выше моделей.

Поступила в редакцию 6/VIII 1981

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Сухов, Л. П. Ярин. ФГВ, 1980, 16, 6, 87.
2. У. Д. Хейз, Р. Ф. Пробстин. Теория гиперзвуковых течений. М.: ИЛ, 1962.