

ПОЛЗУЧЕСТЬ ДУРАЛЮМИНА В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

В. С. Наместников

(Новосибирск)

Теория ползучести для сложного напряженного состояния базируется в основном на трех гипотезах.

1. Объемная деформация упруга.
2. Девиатор напряжений пропорционален девиатору деформаций (или скоростей деформации) ползучести.
3. Между инвариантами тензоров напряжений и деформаций существует зависимость, не зависящая от вида напряженного состояния.

Ниже приводятся результаты экспериментального исследования ползучести алюминиевого сплава, целью которого являлась проверка указанных гипотез и изучение возможности описания поведения данного материала в условиях неустановившейся ползучести при сложном напряженном состоянии.

§ 1. **Постановка экспериментов.** Эксперименты на ползучесть проводились на тонкостенных трубчатых образцах при кручении, растяжении и совместном кручении и растяжении на установке, краткое описание которой приведено в работе [1].

Эта установка претерпела небольшие изменения в электрической части: силовые нагреватели были заменены трехсекционной обмоткой.

Образцы имели внешний диаметр $15.5 \pm 0,01$ мм, внутренний — $14.0 \pm 0,01$ мм и рабочую часть длиной 100 ± 0.1 мм.

Температура испытаний T была 150°C , продолжительность испытаний t изменялась от 40 до 100 час.

На каждом образце проводился только один эксперимент. Температура контролировалась тремя хромель-алюмелевыми термопарами, расположенными в среднем в двух крайних сечениях рабочей части образца. В большинстве экспериментов температура удерживалась около заданного значения с точностью до $\pm 1^\circ$, а в некоторых экспериментах $\pm 1.5-2^\circ$; перепад температуры по длине рабочей части не превышал $0.5-1^\circ$.

На каждом образце производилось несколько замеров внешнего и внутреннего диаметров, толщины стенки и длины рабочей части; по измеренным величинам определялись средние значения, которые принимались за истинные геометрические размеры образца. На каждой головке образца брались три пробы твердости; среднее значение всех замеров принималось за истинную величину твердости данного образца. Испытанные образцы отличались друг от друга по твердости не более чем на четыре единицы по Роквеллу.

Образец монтировался в машине в холодном состоянии, после чего печь включалась на обогрев. С момента включения печи и до момента приложения нагрузки проходили сутки, в течение которых температура поднималась до заданной и стабилизировалась. Показания температуры и деформаций снимались в первый час после приложения нагрузки через каждые 10 мин., во второй час — через каждые 30 мин., а далее — через каждый час. В качестве материала исследования был выбран дуралюмин Д16Т в состоянии поставки, т. е. в закаленном и естественно состаренном состоянии. Материал был поставлен в виде прутка.

В случае совместного кручения и растяжения тонкостенной трубы напряженное состояние однородно и действуют только напряжения: нормальное — к плоскости поперечного сечения образца σ и касательное — в этой плоскости τ .

Всего было проведено двадцать экспериментов на ползучесть при простом кручении, простом растяжении и при совместном действии кручения и растяжения (табл. 1), из которых 12 испытаний — при постоянных нагрузках, а 8 — при переменных.

Опыты при переменных нагрузках проводились следующим образом: образец испытывался при постоянной нагрузке при напряженном состоянии вида $\lambda_1 = \tau_1/\sigma_1$ при некотором значении интенсивности напряжений

$$\sigma_1 = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (1.1)$$

в течение 50 час. (предшествующее испытание), по прошествии 50 час. образец разгружался и тут же снова нагружался до той же величины интенсивности напряжений, но другим видом напряженного состояния $\lambda_2 = \tau_2/\sigma_2$ (последующее испытание) и испытывался еще 20—50 час.

§ 2. **Ползучесть при постоянных нагрузках.** Остановимся сначала на случае постоянных нагрузок. Заметим, что, поскольку полная деформация удлинения не превышала 0.7%, можно считать, что при постоянной нагрузке напряжение также постоянно.

Первую из гипотез, на которых строится теория ползучести, в условиях данных экспериментов проверить не представлялось возможным, так как для этого необходимо измерять три деформации, в то время как измерялись только две: деформация сдвига и удлинение.

Вторая гипотеза может быть выражена соотношением

$$g(t) = h(t), \quad g(t) = \frac{\sigma}{3\epsilon^p}, \quad h(t) = \frac{\tau}{\gamma^p} \quad (2.1)$$

Здесь t — время, ϵ^p — деформация ползучести удлинения, γ^p — пластический сдвиг. Под деформацией ползучести надо понимать разность полной и начальной деформаций.

Таблица 1

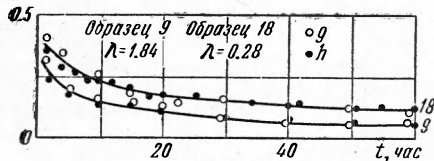
(t — продолжительность испытания; размерность напряжений кг/мм²; индексом 1 обозначено предшествующее, а индексом 2 — последующее испытания)

№ обр.	σ_1	τ_1	σ_{i1}	σ_2	τ_2	σ_{i2}	t испытания, час.
1	18.97	0	18.97	—	—	—	50
2	0	17.3	30.0	30	0	30	69
3	0	14.74	25.5	—	—	—	50
4	0	14.0	24.2	—	—	—	50
5	0	11.56	20.0	—	—	—	50
6	0	13.0	22.5	22.0	0	22.0	100
7	0	11.56	20.0	—	—	—	50
9	6.63	12.20	22.2	—	—	—	96
10	0	13.0	22.5	—	—	—	48
11	0	13.0	22.5	22.5	0	22.5	97
13	22.48	0	22.48	0	13.0	22.5	97
15	22.9	0	22.9	0	13.2	22.8	100
16	0	14.74	25.5	—	—	—	48
18	19.85	5.53	22.05	—	—	—	96
19	0	10.11	17.5	—	—	—	46
22	29.6	0	29.6	—	—	—	48
23	24.84	0	24.84	0	14.74	25.5	71
24	29.5	0	29.5	—	—	—	40
25	29.3	0	29.3	—	17.02	29.44	87
26	29.3	0	29.3	0	17.3	30.0	72

Из фиг. 1, на которой представлены кривые g и h , видно, что равенство (2.1) удовлетворительно выполняется.

Как известно [2, 3], третья гипотеза выражается соотношением по теории старения

$$g \cdot 10^3, h \cdot 10^{-5} \quad (2.2)$$



Фиг. 1

$$f(\dot{p}_i, \sigma_i, t) = 0, \quad \text{или} \quad f(p_i, \sigma_i, t) = 0$$

по теории упрочнения

$$f(\dot{p}_i, p_i, \sigma_i) = 0 \quad (2.3)$$

по теории наследственности

$$\varphi(\epsilon_i) = \sigma_i + \int_0^t K(t-\tau) \sigma_i(\tau) d\tau \quad (2.4)$$

Здесь p_i — интенсивность деформаций ползучести.

$$p_i = \sqrt{(\epsilon^p)^2 + (\gamma^p)^2} / 3, \quad \dot{p}_i = \frac{dp}{dt} \quad (2.5)$$

Согласно этим теориям, при постоянных напряжениях и одинаковой величине интенсивности напряжений экспериментальные точки для различных напряженных состояний должны располагаться вдоль одной общей кривой в координатах p_i, t . На фиг. 2 представлены кривые ползучести при простом растяжении, на фиг. 3 — при простом кручении и на фиг. 4 — при совместном кручении и растяжении. На этих и последующих рисунках экспериментальные точки нанесены кружками. Цифры на рисунках соответствуют номерам образцов, указанным в табл. 1. Кривая 24 является результатом осреднения кривых для образцов 22, 24—26; кривая 3 — образцов 3 и 16; кривая 10 — для образцов 6, 10 и 11; кривая 5 — для образцов 5 и 7.

Как видно из фиг. 2 и 3, результаты экспериментов не подтверждают теории (2.2) — (2.4): экспериментальные точки при простом кручении располагаются значительно выше точек простого растяжения при том же значении интенсивности напряжений

(кривые 3 и 23, 2 и 24, 10 и 13), т. е. при кручении материал ползет интенсивнее, чем при растяжении при той же интенсивности напряжений.

Рассмотрим теорию упрочнения, предположив, что

$$p_i p_i^\alpha = \kappa \vartheta(\sigma) \tag{2.6}$$

где α и κ — постоянные материала при данной температуре, а $\vartheta(\sigma)$ — известная функция инвариантов тензора напряжений.

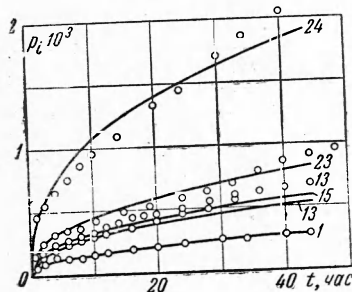
При постоянных напряжениях из (2.6), интегрируя при начальных условиях

$$p_i = 0 \text{ при } t = 0 \tag{2.7}$$

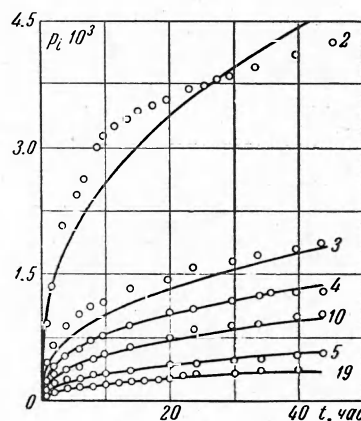
получим

$$p_i^2 = \left(\frac{\kappa t}{m}\right)^m [\vartheta(\sigma)]^m \left(m - \frac{1}{1+\alpha}\right) \tag{2.8}$$

Отсюда следует, что кривые ползучести (p_i, t) должны быть подобны при различных видах напряженного состояния и величинах напряжений, если $m = \text{const}$. Величина m может быть определена по наклону прямых в координатах $\lg p_i, \lg t$. Из фиг. 5, на которой изображены эти прямые для различных случаев, видно, что в основном экспериментальные точки хорошо располагаются вдоль прямых и углы наклона этих прямых близки друг к другу. В некоторых случаях имеется заметное отклонение экспериментальных точек от прямой в начальные моменты времени (кривые 6, 9, 13 и 24 на фиг. 5). Таким образом, кривые ползучести оказываются в основном подобными; среднее значение $m = 0,39$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Примем, что функция

$$\vartheta(\sigma) = \exp\left(\frac{\sigma_i}{A} + \frac{|\tau_{\max}|}{A_0}\right), \quad \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \tag{2.9}$$

где A и A_0 — постоянные материала при данной температуре, $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ — главные напряжения.

Комбинируя (2.8) и (2.9), имеем

$$p_i = \left(\frac{\kappa t}{m}\right)^m \exp\left(\frac{m\sigma_i}{A} + \frac{m|\tau_{\max}|}{A_0}\right) \tag{2.10}$$

Кривые ползучести, подсчитанные по этой зависимости при постоянных значениях, указанных в табл. 2, даны сплошными линиями на фиг. 2—4. Из рассмотрения фигур видно, что кривые ползучести, построенные по (2.10), совпадают с экспериментальными кривыми с точностью до разброса, имеющего обычно место в испытаниях на ползучесть.

Таблица 2

	Зависимости			Размерность
	(2.10)	(2.11)	(2.12)	
m	0.39	.39	0.39	0
κ	$1.076 \cdot 10^{-15}$	$1.657 \cdot 10^{-15}$	—	час ⁻¹
A	35.52	—	—	кг/мм ²
A_0	1.148	.16	—	кг/мм ²
$\bar{\kappa}$	—	—	$0.975 \cdot 10^{-23}$	мм ² /час кг ⁿ
n	—	—	12	0

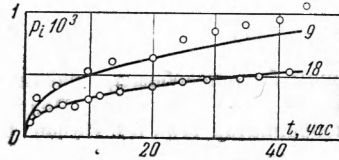
Обращает на себя внимание то обстоятельство, что числители дробей в правой части (2.9) — величины одного порядка, в то время как знаменатели разного порядка.

Поэтому кажется естественным пренебречь в (2.9) первым слагаемым и рассматривать зависимость

$$\dot{p}_i p_i^\alpha = \kappa \exp \frac{|\tau_{\max}|}{A_0} \quad (2.11)$$

значения постоянных которой приведены в табл. 2. Кривые ползучести, построенные по (2.11), почти не отличаются от кривых (2.10).

Кроме указанных инвариантных соотношений, были рассмотрены зависимости



Фиг. 4

$$\dot{p}_i p_i^\alpha = \bar{\kappa} |\tau_{\max}|^n \quad (2.12)$$

$$\dot{\gamma}_{\max} \gamma_{\max}^\alpha = \kappa \exp \frac{|\tau_{\max}|}{A_0} \quad (2.13)$$

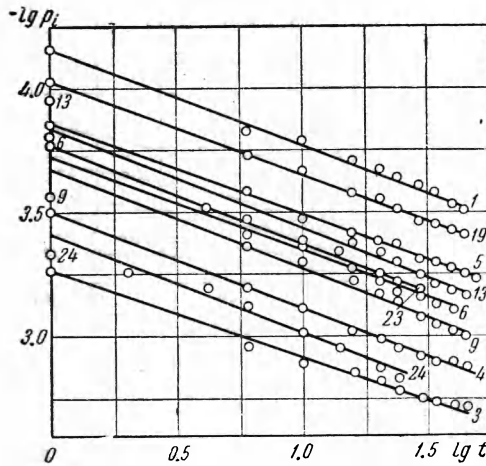
$$\dot{\gamma}_{\max} \gamma_{\max}^\alpha = \bar{\kappa} |\tau_{\max}|^n \quad (2.14)$$

Здесь

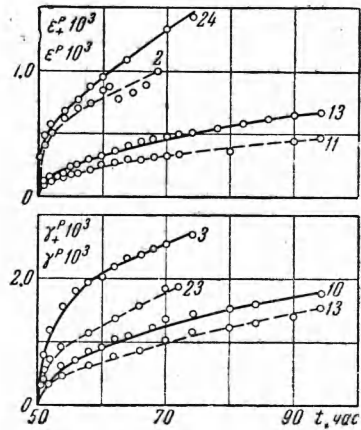
$$\gamma_{\max} = \sqrt{\left(\frac{3}{2} \varepsilon^p\right)^2 + (\gamma^p)^2}, \quad \dot{\gamma}_{\max} = \frac{d\gamma_{\max}}{dt}$$

— максимальный сдвиг и его скорость соответственно.

Кривые ползучести, построенные по (2.12), имеют худшее соответствие с экспериментом, чем кривые (2.10) и (2.11), а кривые (2.13) и (2.14) дают еще большие отклонения. Максимальное отклонение, например кривой (2.13) от экспериментальной, составляет около 30%.



Фиг. 5



Фиг. 6

§ 3. Ползучесть при переменных нагрузках. Остановимся теперь на экспериментах при переменных нагрузках. В этом случае проверялась только третья гипотеза.

На фиг. 6 штриховыми линиями изображены экспериментальные кривые последующих испытаний (табл. 1). Здесь под ε_+^p и γ_+^p следует понимать деформации ползучести, накапливаемые после перемены нагрузки. На этой же фигуре сплошными линиями представлены экспериментальные кривые, полученные при тех же напряжениях, но на образцах, которые предварительно деформированию не подвергались. Сравнение приведенных кривых ползучести (13 и 10, 23 и 3) простого кручения показывает, что предварительная ползучесть при простом растяжении оказывает некоторое упрочняющее действие на последующую ползучесть при простом кручении при той же самой интенсивности напряжений (кривая 13 лежит ниже кривой 10, а кривая 23 — ниже кривой 3).

Сравнение кривых ползучести простого растяжения (11 и 13, 2 и 24), показывает, что предварительная ползучесть при простом кручении также оказывает упрочняющее действие на последующую ползучесть при простом растяжении с той же самой интенсивностью напряжений (кривая 11 лежит ниже кривой 13, а кривая 2 — ниже кривой 24).

Кривые ползучести последующих испытаний оказываются в той же степени подобны друг другу, что и кривые предшествующих испытаний; экспериментальные точки

последующих испытаний располагаются в логарифмических координатах вдоль параллельных прямых при различных напряженных состояниях и величинах напряжения (фиг. 7)

$$P'_i = \sqrt{(\dot{\epsilon}_+^p)^2 + \frac{1}{3} (\dot{\gamma}_+^p)^2}$$

Однако кривые последующих испытаний не подобны кривым предшествующих, так как угол наклона прямых фиг. 7 отличен от угла наклона прямых фиг. 5.

Выше было показано, что результаты экспериментов при постоянных нагрузках описываются соотношениями (2.6) и (2.9), а также, что зависимость (2.11) дает мало ощутимую разницу по сравнению с этими соотношениями.

Рассмотрим, как эти зависимости описывают поведение материала при переменной нагрузке. Для простоты возьмем выражение (2.11).

Остановимся на двух случаях.

1) Образец ползет при простом растяжении ($\lambda_1 = 0$) t_0 часов при $\sigma_i = \text{const} = \sigma_i^\circ$, а затем — при простом кручении ($\lambda_2 = \infty$) при том же $\sigma_i = \sigma_i^\circ$.

2) Образец ползет при простом кручении ($\lambda_1 = \infty$) t_0 часов при $\sigma_i = \sigma_i^\circ$, а затем — при простом растяжении ($\lambda_2 = 0$) при $\sigma_i = \sigma_i^\circ$.

Интегрируя (2.11), в первом случае имеем

$$P_i = \left[\frac{\kappa t_0}{m} \exp \frac{\sigma_i^\circ}{2A_0} + \frac{\kappa(t-t_0)}{m} \exp \frac{\sigma_i}{\sqrt{3} A_0} \right]^m \quad \text{при } t \geq t_0 \quad (3.1)$$

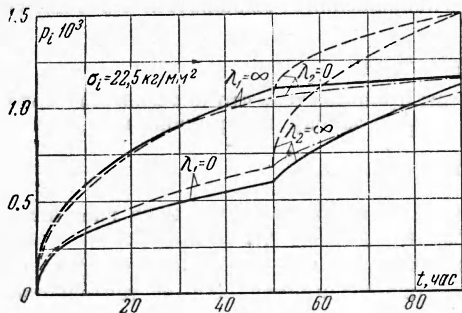
$$P_i = \left(\frac{\kappa t}{m} \right)^m \exp \frac{m\sigma_i^\circ}{2A_0} \quad \text{при } t \leq t_0$$

а во втором

$$P_i = \left[\frac{\kappa t_0}{m} \exp \frac{\sigma_i^\circ}{\sqrt{3} A_0} + \frac{\kappa(t-t_0)}{m} \exp \frac{\sigma_i^\circ}{2A_0} \right]^m \quad \text{при } t \geq t_0 \quad (3.2)$$

$$P_i = \left(\frac{\kappa t}{m} \right)^m \exp \frac{m\sigma_i^\circ}{\sqrt{3} A_0} \quad \text{при } t \leq t_0.$$

Сделаем несколько замечаний относительно определения интенсивности деформаций ползучести. Интенсивность деформаций ползучести может быть определена двумя способами:



Фиг. 8

$$P_i = \sqrt{(\epsilon^p)^2 + \frac{1}{3} (\gamma^p)^2} \quad (3.3)$$

или

$$P_i^* = \int_0^i \sqrt{(\dot{\epsilon}^p)^2 + \frac{1}{3} (\dot{\gamma}^p)^2} dt \quad (3.4)$$

При постоянных нагрузках и при условии, что девиаторы напряжений и деформаций (скоростей деформаций) ползучести пропорциональны, оба определения тождественны [4]. Для пере-

менных же нагрузок из (3.3) и (3.4) получаем: в первом случае

$$P_i = \sqrt{(\epsilon_0^p)^2 + \frac{1}{3} (\gamma_+^p)^2}, \quad P_i^* = \epsilon_0^p + \frac{\gamma_+^p}{\sqrt{3}} \quad \text{при } t \geq t_0$$

$$P_i = P_i^* = \epsilon^p \quad \text{при } t \leq t_0$$

во втором случае

$$p_i = \sqrt{(\bar{\varepsilon}_+^p)^2 + \frac{1}{3}(\gamma_0^p)^2}, \quad p_i^* = \bar{\varepsilon}_+^p + \frac{\gamma_0^p}{\sqrt{3}} \quad \text{при } t \geq t_0$$

$$p_i = p_i^* = \frac{1}{3}\gamma^p \quad \text{при } t \leq t_0$$

где ε_0^p и γ_0^p — деформация в момент $t = t_0$. Ясно, что

$$p_i \neq p_i^* \quad \text{при } t \geq t_0$$

На фиг. 8 сплошными линиями показаны кривые, полученные по (2.11), пунктирными — экспериментальные кривые при определении (3.4), а пунктирными с точкой — экспериментальные кривые при определении (3.3); на участке $0 \leq t \leq t_0$ пунктирные линии и пунктирные с точками совпадают.

Из фиг. 8 видно, что говорить о соответствии теории и эксперимента можно только при определении интенсивности деформаций ползучести (3.3).

Поступила

2 VI 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. Наместников В. С. О ползучести при постоянных нагрузках в условиях сложного напряженного состояния. Изв. АН СССР. ОТН, 1957, № 4.
2. Работнов Ю. Н. Расчет деталей машин на ползучесть. Изв. АН СССР. ОТН, 1948, № 6.
3. Работнов Ю. Н. Некоторые вопросы теории ползучести. Вестник МГУ, 1948, № 10.
4. Наместников В. С. Об одной гипотезе в теории трехосной ползучести. Изв. СО АН СССР, 1960, № 2.

СРЕДНИЙ ИЗГИБ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ, КВАДРАТНОЙ В ПЛАНЕ, ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ДЕФОРМАЦИЕЙ И НАПРЯЖЕНИЕМ

Х. М. Муштар, Р. Г. Суркин

(Казань)

В работе по теории среднего изгиба [1] рассматривается изгиб пологой сферической панели, квадратной в плане, нагруженной внешним нормальным давлением и опирающейся на гибкие в своей плоскости ребра при нелинейной зависимости между деформацией и напряжением. Ниже результаты этого исследования доведены до машинного счета. В частном случае получены числовые данные для плоской квадратной пластинки. Предполагается, что интенсивность напряжения σ_i выражается через интенсивность деформации e_i по формуле

$$\sigma_i = E_0 e_i (1 - \gamma e_i^2) \quad (1)$$

где E_0 , γ — постоянные величины. При этом принимается, что коэффициент поперечного сжатия μ изменяется в зависимости от e_i по закону квадратной параболы

$$\mu = \mu_0 (1 + m e_i^2) \quad (2)$$

где μ_0 , m — постоянные. Обычным путем [2] получают выражения главных компонент напряжения σ_{ij} через компоненты деформации e_{ij} . В дальнейшем физическая нелинейность считается малой так, чтобы величинами порядка $\gamma^2 e_i^4$, $m \gamma e_i^4$, $m^2 e_i^4$ можно было пренебрегать по сравнению с единицей. Это обстоятельство используется также для упрощения выражений упругих усилий и моментов через компоненты деформации e_{ij} и параметры изменения кривизны κ_{ij} срединной поверхности. Таким образом, получают выражения главных компонент упругого усилия

$$T_1 \approx \frac{E_0 t}{1 - \mu_0^2} (\varepsilon_1 + \mu_0 \varepsilon_2) + F_1, \quad T_{12} = \frac{E_0 t}{1 + \mu_0} \varepsilon_{12} + F_{12} \quad (3)$$

где F_1 , F_{12} — известные функции от κ_1 , κ_2 , κ_{12} величин $e_{ij} \approx \varepsilon_{ij}^I$, найденных в первом приближении, и от постоянных E_0 , μ_0 , γ , m ; символ (1.2) здесь и в дальнейшем означает, что аналогичные соотношения получаются перестановкой индексов.