

12. В. М. Иевлев. Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. М.: Наука, 1975.
13. Н. С. Hottel, R. В. Egbert. Trans. Amer. Inst. Chem. Engrs., 1942, 38, 3.
14. В. Р. Кузнецов, В. И. Расцупкин. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, 6.
15. В. Р. Кузнецов. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, 3.
16. G. L. Schott. J. Chem. Phys., 1960, 32, 71C.
17. John D. Ramshaw. Phys. Fluids, 1980, 23, 4, 675.
18. R. W. Mitchell, A. F. Sarofim, L. A. Clomburg. Comb. Flame, 1980, 37, 2.
19. R. W. Bilger. Comb. Sci. Techn., 1980, 22, 3.
20. O. E. Jensen, G. A. Jones. Comb. Flame, 1978, 32, 1.
21. K. R. Sreenivasson, H. Q. Danh, R. A. Antonid. Phys. Fluids, 1977, 20, 1C.
22. А. С. Монин, А. М. Яглом. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967.
23. R. W. Bilger, R. E. Beck. 15-th Symp. (Intern.) on Combustion. The Combust. Inst., 1975.
24. G. A. Lovoie, A. F. Shlader. Comb. Sci. Techn., 1974, 8, 215.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОТОКАХ ВЯЗКОЙ РЕАГИРУЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ

Л. Ю. Артюх, П. Г. Ицкова, А. Т. Лукьянов
(Алма-Ата)

1. Теория устойчивости течений представляется в настоящее время наиболее интересной и бурно развивающейся областью механики жидкости и газа. Это определяется весьма широкими приложениями результатов этой теории к исследованиям природных ресурсов и к различным задачам техники и технологии. Проблема устойчивости существенно нелинейна и ее линейный анализ следует понимать как аппроксимацию. Тем не менее линейный анализ позволяет иногда составить общую картину устойчивости течения жидкости, получить критерии потери устойчивости, математически описать переходы из одного устойчивого режима в другой [1]. В этом случае рассматриваются бесконечно малые возмущения, для которых применимы линеаризованные уравнения. Часто результаты линейного анализа хорошо согласуются с экспериментом [2].

В настоящей работе исследуется устойчивость процессов тепло- и массопереноса при установившемся течении вязкой реагирующей жидкости. На первом этапе изучения устойчивости используется нульмерная линеаризованная модель. Возможные динамические режимы течения исследуются первым методом Ляпунова. Результат линейного анализа сопоставляется с численным решением квазилинейных уравнений.

2. Рассматривается одномерное приближение гидродинамически установившегося течения вязкой реагирующей жидкости в канале. Температура, концентрация и скорость движения жидкости считаются осредненными по длине канала. Через пористые стенки канала осуществляется тепло- и массообмен системы с окружающей средой. Вязкость от температуры зависит экспоненциально. Скорость мономолекулярной химической реакции описывается законом Аррениуса.

Нестационарная система уравнений переноса импульса, тепла и вещества с учетом вязкой диссипации, тепловыделения в результате реакции и естественной конвекции запишется в виде:

$$\begin{aligned} \tau > 0: 0 < y < y_1, \\ \frac{\partial W}{\partial \tau} + B \frac{\partial W}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial Y} \left[\text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta}\right) \frac{\partial W}{\partial Y} \right] + m_1 \pm m_2 (\vartheta - \vartheta_0), \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + B \frac{\partial \vartheta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial Y^2} + \text{Ec Pr}_0 \left(\frac{\partial W}{\partial Y}\right)^2 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta}\right) + \kappa \exp\left(-\frac{1}{\vartheta}\right) - W\Phi \frac{\partial \vartheta}{\partial Z}, \\ \frac{\partial \kappa}{\partial \tau} + B \frac{\partial \kappa}{\partial Y} = \text{Le} \frac{\partial^2 \kappa}{\partial Y^2} - \kappa \exp\left(-\frac{1}{\vartheta}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

с начальными

$$\tau = 0: 0 < y < y_1, W = 0, \vartheta = \vartheta_n, \kappa = \kappa_n$$

и граничными условиями

$$\begin{aligned} \tau > 0: Y = 0, \frac{\partial W}{\partial Y} = 0, \frac{\partial \vartheta}{\partial Y} = 0, \frac{\partial \kappa}{\partial Y} = 0, \\ Y = Y_1, W = 0, \vartheta = \vartheta_n, \kappa = \kappa_n. \end{aligned} \quad (2)$$

Основную роль в исследуемой задаче играет химическая реакция, что и обусловило выбор основных безразмерных переменных:

$$\begin{aligned} W = w/w^*, \vartheta = RT/E, \kappa = QRC/\rho c_p E, \tau = k_0 t, \\ Y = \sqrt{k_0 a} \cdot y, Ec = \frac{w^2}{c_p} \frac{R}{E}, m_1 = -\frac{\partial p}{\partial z} \frac{1}{\rho k_0 w^*}, \\ Pr_0 = \mu_0/\rho a, Le = D/a, B = u/\sqrt{k_0 a}, \\ \Phi = w^*/\sqrt{k_0 a} = RePr/\sqrt{Da}, Da = k_0 l^2/a, \beta = E_1/E, \\ m_2 = \frac{g}{k_0 w^*} \frac{E}{RT_n} = \frac{Gr Pr}{Da Re \Delta \vartheta}. \end{aligned}$$

Здесь w — продольная составляющая скорости потока; T — температура; C — концентрация; t — время; z, y — продольная и поперечная координаты; $\frac{\partial p}{\partial z} = \text{const}$, $\frac{\partial T}{\partial z} = \text{const}$ — перепады давления и температуры по длине трубы; k_0, Q, E — предэкспоненциальный множитель, тепловой эффект реакции и энергия активации; R — универсальная газовая постоянная; l — полуширина канала; g — ускорение свободного падения; ρ — плотность; λ, c_p, a — коэффициенты теплопроводности, теплоемкости, температуропроводности; u — скорость вдува; μ_0, E_1 — константы в температурной зависимости вязкости $\mu = \mu_0 \exp(E_1/RT)$; индексы $n, 0$, и относятся к поверхности, входу в канал и началу процесса. Параметры Ec, m_1, B характеризуют диссипативный нагрев трением, перепад давления, интенсивность вдува; $Re, Da, Gr, Le, Ec, Pr = Pr_0 \exp(\beta/\vartheta)$ — числа Рейнольдса, Дамкеллера, Грасгофа, Льюиса, Эккерта, Прандтля. Следует отметить, что число Прандтля для сильновязких жидкостей много больше единицы, число Льюиса — Семенова обычно меньше единицы для потока реакционноспособной жидкости, тогда как при каталитических процессах гидрирования и окисления оно больше единицы.

3. Как уже отмечалось, вначале исследуется влияние малых возмущений на поведение системы, описываемой уравнениями (1), (2). Рассматриваются малые отклонения от состояния равновесия. Кроме того, считается, что характерные пространственные масштабы процесса — толщины химической, тепловой и диффузионной зон реакции меньше внешнего (геометрического) масштаба l , который, в свою очередь, меньше длины волны возмущения. В таком случае поведение системы со временем отражает нулевая мода возмущения. Система (1), (2) приближенной заменой пространственных дифференциальных операторов конечно-разностными по трем точкам приводится к динамической системе третьего порядка [3]

$\tau > 0$:

$$\begin{aligned} \frac{dW}{d\tau} &= -n Pr_0 W \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta}\right) + 2BW + m_1 \pm m_2(\vartheta - \vartheta_0) = P(W, \vartheta), \\ \frac{d\vartheta}{d\tau} &= (-n + 2B)(\vartheta - \vartheta_n) + \kappa \exp\left(-\frac{1}{\vartheta}\right) + n Pr_0 Ec W^2 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta}\right) - \\ &\quad - \Phi^* W (\vartheta - \vartheta_0) = Q(W, \vartheta, \kappa), \\ \frac{d\kappa}{d\tau} &= (-n Le + 2B)(\kappa - \kappa_n) - \kappa \exp\left(-\frac{1}{\vartheta}\right) = R(\vartheta, \kappa), \\ \tau = 0: W &= 0, \vartheta = \vartheta_n, \kappa = \kappa_n, \end{aligned} \quad (3)$$

где $n = 4/Da$; $\Phi^* = \Phi/L^*$; $L^* = l\sqrt{k_0/a}$.

В дальнейшем для выявления влияния вдува и естественной конвекции на режимы течения будут рассматриваться два частных случая системы (1), (2) и соответственно (3): 1) естественная конвекция отсутствует ($T_{\pi} = T_0$, $m_2 = 0$, $\Phi = 0$), 2) отсутствует вдув ($T_{\pi} \neq T_0$, $B = 0$).

В исследуемой системе скорость реакции и вязкость существенно нелинейным образом зависят от температуры. Такая система может обладать несколькими стационарными состояниями, удовлетворяющими условиям

$$P(W_s, \vartheta_s) = Q(W_s, \vartheta_s, \kappa_s) = R(\vartheta_s, \kappa_s) = 0. \quad (4)$$

Решения трансцендентной системы (4) находятся из бифуркационной диаграммы:

$$\vartheta_{\pi} = \vartheta_s - \frac{\left(\text{Le} - \frac{B}{\sqrt{n}}\right) \kappa_{\pi}}{\left(1 - \frac{B}{\sqrt{n}}\right) \left[n \left(\text{Le} - \frac{B}{\sqrt{n}}\right) \exp\left(\frac{1}{\vartheta_s}\right) + 1 \right]} - \frac{\text{Pr}_0 \text{Ec} \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)}{1 - \frac{B}{\sqrt{n}}} \cdot \frac{m_1^2}{n^2 \left(\text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) - \frac{B}{\sqrt{n}} \right)^2}, \quad (5a)$$

$$1 - B/\sqrt{n} > 0, \text{Le} - B/\sqrt{n} > 0, \text{Pr}_0 \exp(\beta/\vartheta_s) > 2B/\sqrt{n}$$

— при отсутствии естественной конвекции и

$$\vartheta_{\pi} = \vartheta_s - \frac{\text{Le} \kappa_{\pi} \exp(-1/\vartheta_s)}{n \text{Le} + \exp(-1/\vartheta_s)} - \text{Ec Pr}_0 \left[\frac{m_1 \pm m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)}{n \text{Pr}_0 \exp(\beta/\vartheta_s)} \right] \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) + \frac{\Phi^*}{n} (\vartheta_s - \vartheta_0) \frac{m_1 \pm m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)}{n \text{Pr}_0 \exp(\beta/\vartheta_s)} \quad (5b)$$

— при отсутствии вдува.

Если бифуркационная диаграмма имеет экстремумы, то система (3) обладает неединственными стационарными состояниями. Поэтому параметрические уравнения границы неединственности получаются из уравнений (5) и условия существования экстремума $\frac{\partial \vartheta_{\pi}}{\partial \vartheta_s} = 0$.

Например, интересно знать о возможных стационарных состояниях системы в зависимости от условий на поверхности: температуры ϑ_{π} и концентрации κ_{π} вдуваемой жидкости. На плоскости этих «внешних» параметров уравнения границы неоднозначности имеют вид

$$\kappa_{\pi} = \left\{ 1 - \frac{\text{Pr}_0 \text{Ec}}{1 - \frac{B}{\sqrt{n}}} \frac{m_1^2}{n^2} \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) \frac{\beta}{\vartheta_s^2} \frac{\text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) + \frac{B}{\sqrt{n}}}{\left[\text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) - \frac{B}{\sqrt{n}} \right]^3} \right\} \times \frac{\vartheta_s^2 \left(1 - \frac{B}{\sqrt{n}}\right) \left[n \left(\text{Le} - \frac{B}{\sqrt{n}}\right) \exp\left(\frac{1}{\vartheta_s}\right) + 1 \right]^2}{\left(\text{Le} - \frac{B}{\sqrt{n}}\right)^2 n \exp\left(\frac{1}{\vartheta_s}\right)},$$

$$\vartheta_{\pi} = \vartheta_s + \frac{\left(\text{Le} - \frac{B}{\sqrt{n}}\right) \kappa_{\pi}}{\left(1 - \frac{B}{\sqrt{n}}\right) \left[n \left(\text{Le} - \frac{B}{\sqrt{n}}\right) \exp\left(\frac{1}{\vartheta_s}\right) + 1 \right]} - \frac{m_1^2}{n^2} \frac{\text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)}{\left(1 - \frac{B}{\sqrt{n}}\right) \left(\text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) - \frac{B}{\sqrt{n}} \right)^2}$$

— при отсутствии естественной конвекции и

$$\begin{aligned} \kappa_{\Pi} = & \left[1 - \frac{Ec}{Pr_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)} \left\{ \frac{\beta}{\vartheta_s^2} \left[\frac{m_1 \pm m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)}{n} \right]^2 \pm \right. \right. \\ & \left. \pm \frac{2m_2 [m_1 \pm m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)]}{n^2} \right\} + \frac{\Phi^*}{n^2 Pr_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)} \left\{ [m_1 \pm 2m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)] + \right. \\ & \left. \left. + \frac{\beta}{\vartheta_s^2} [m_1 \pm m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)] (\vartheta_s - \vartheta_0) \right\} \right] \frac{\vartheta_s^2 \left[n Le \exp\left(\frac{1}{\vartheta_s}\right) + 1 \right]^2}{n Le^2 \exp\left(\frac{1}{\vartheta_s}\right)}, \quad (6a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vartheta_{\Pi} = & \vartheta_s - \frac{Le \kappa_{\Pi} \exp\left(-\frac{1}{\vartheta_s}\right)}{n Le + \exp\left(-\frac{1}{\vartheta_s}\right)} - \frac{Ec}{Pr_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)} \times \\ & \times \left[\frac{m_1 \pm m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)}{n} \right]^2 + \frac{\Phi^*}{n} (\vartheta_s - \vartheta_0) \frac{m_1 \pm m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)}{n Pr_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)} \quad (6b) \end{aligned}$$

— при наличии естественной конвекции и отсутствии ддува. В случае $\Phi = 0$, $m_2 = 0$ уравнения (6) соответствуют задаче без естественной конвекции и без ддува.

Если реакция имеет нулевой порядок ($\kappa = \text{const}$) или жидкость инертна ($\kappa = 0$, $\beta = 1$), то система (3) переходит в динамическую систему второго порядка.

Если параметры κ_{Π} , ϑ_{Π} характеризуют химическую реакцию и отражают влияние ее нелинейности на процесс, то воздействие нелинейной температурной зависимости вязкости проявляется в диссипативном нагреве. В этом случае интересно исследовать стационарные состояния на плоскости — число Эккерта, Ec — температура поверхности ϑ_{Π} . При $\kappa = \text{const}$, в случае $\Phi = 0$, $m_2 = 0$, $B = 0$ эти уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} \vartheta_{\Pi} = & \vartheta_s - \frac{\kappa_{\Pi}}{n} \exp\left(-\frac{1}{\vartheta_s}\right) \frac{\vartheta_s^2}{\beta} \left[1 - \frac{\kappa}{n \vartheta_s^2} \exp\left(-\frac{1}{\vartheta_s}\right) \right], \\ Ec = & \frac{\vartheta_s^2}{\beta} \frac{n^2}{m_1^2} Pr_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) \left[1 - \frac{\kappa}{n \vartheta_s^2} \exp\left(-\frac{1}{\vartheta_s}\right) \right]. \end{aligned}$$

Из них получаются уравнения для границы неединственных режимов течения инертной жидкости ($\beta = 1$, $\kappa = 0$):

$$\begin{aligned} \vartheta_{\Pi} = & \vartheta_s - \vartheta_{s_2}^2, \\ Ec = & \vartheta_s^2 \frac{n^2}{m_1^2} Pr_0 \exp\left(\frac{1}{\vartheta_s}\right). \end{aligned}$$

Легко показать, что высокотемпературное стационарное состояние для последних частных случаев лежит в области практически недостижимых температур и соответствует тепловому взрыву под действием химических и механических источников тепла и тепловому гидродинамическому взрыву, предсказанному теоретически [4—6] и наблюдаемому экспериментально [7].

4. Если пространство функций W , ϑ , κ (скорость, температура, концентрация) рассматривать как фазовое, то изменению состояния системы будет соответствовать движение изображающей точки. Тогда вопрос об устойчивости течения сведется к задаче об устойчивости движения, исследованной в классических трудах А. М. Ляпунова [8], а вопрос о существовании малых колебаний, их затухании или раскачке — к анализу устойчивости состояний равновесия, которые в терминах теории дифференциальных уравнений представляются особыми точками.

Из условий Рауса — Гурвица определяются в пространстве параметров уравнения границ устойчивости $\sigma = 0$, $\Delta = 0$, $\hat{\Theta} = 0$, $\sigma\Delta - \hat{\Theta} = 0$. Одним из интересных и редких режимов неустойчивого процесса является колебательный режим, когда функции W , ϑ , κ колеблются со временем. Линейная теория предсказывает приближенное значение периода колебаний

$$\tau_K = \frac{4\pi}{\sqrt{\left(\frac{3\Delta - \sigma^2}{9}\right)^3 + \frac{1}{4}\left(\frac{2\sigma^3}{27} - \frac{\sigma\Delta}{3} + \hat{\Theta}\right)^2}},$$

хорошо согласующееся с численным решением нелинейной системы (3).

Приведем для примера уравнения границы устойчивости $\sigma = 0$ на плоскости ϑ_n , κ_n . При наличии тепловой гравитационной конвекции граница $\sigma = 0$ описывается параметрическими уравнениями

$$\begin{aligned} \vartheta_n &= \vartheta_s - \frac{\vartheta_s^2}{n} \left[n + n \text{Le} \exp\left(-\frac{1}{\vartheta_s}\right) + n \text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) \right] - \\ &- \text{Ec} \frac{[m_1 \pm m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)]^2}{n^2 \text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)} (i - \hat{\beta}) - \frac{\Phi^*}{n} \frac{m_1 \pm m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)}{n \text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)} (\vartheta_0 - \vartheta_s + \vartheta_s^2), \\ \kappa_n &= \frac{\vartheta_s^2}{n \text{Le}} \left[n \text{Le} \exp\left(\frac{1}{\vartheta_s}\right) + 1 \right] \left[n + n \text{Le} + \exp\left(-\frac{1}{\vartheta_s}\right) \right] + \\ &+ \frac{\text{Ec} \beta}{\vartheta_s^2} \frac{m_1 \pm m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)}{n \text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)} + \Phi^* \frac{m_1 \pm m_2 (\vartheta_s - \vartheta_0)}{n \text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)}. \end{aligned}$$

При наличии вдува уравнения границы $\sigma = 0$ примут вид

$$\begin{aligned} \kappa_n &= \frac{\vartheta_s^2 \left[n \left(\text{Le} - \frac{B}{\sqrt{n}} \right) \exp\left(\frac{1}{\vartheta_s}\right) + 1 \right]}{n \left(\text{Le} - \frac{B}{\sqrt{n}} \right)} \left[n \text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) - 3B \sqrt{n} + n + \right. \\ &\left. + \text{Pr}_0 \text{Ec} \frac{m_1^2 \frac{\beta}{\vartheta_s^2} \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)}{n \left[\text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) - \frac{1}{4} \frac{B}{\sqrt{n}} \right]^2} + n \text{Le} + \exp\left(-\frac{1}{\vartheta_s}\right) \right], \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \vartheta_n &= \vartheta_s - \frac{1}{n \left(1 - \frac{B}{\sqrt{n}} \right)} \left\{ \vartheta_s^2 \left[n \text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) - 3B \sqrt{n} + n + n \text{Le} + \right. \right. \\ &\left. \left. + \exp\left(-\frac{1}{\vartheta_s}\right) \right] + (\beta + 1) \text{Pr}_0 \text{Ec} \frac{m_1^2 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right)}{n \left[\text{Pr}_0 \exp\left(\frac{\beta}{\vartheta_s}\right) - \frac{1}{4} \frac{B}{\sqrt{n}} \right]^2} \right\}. \end{aligned} \quad (7b)$$

При $\Phi = 0$, $m_2 = 0$, $B = 0$ уравнения (7) соответствуют отсутствию естественной конвекции и вдува.

Легко показать, что в частных случаях реакции нулевого порядка и при движении инертной жидкости области колебательных режимов не реализуются.

5. Взаимным расположением границы неоднозначности с границами устойчивости $\sigma = 0$, $\Delta = 0$, $\hat{\Theta} = 0$, $\sigma\Delta - \hat{\Theta} = 0$ обуславливается существование различных режимов тепло- и массопереноса. На рис. 1—3 приведены картины деления плоскости ϑ_n , κ_n на области неустойчивых (Н) и множественных (М) режимов при различных значениях параметров процесса. Границы неоднозначности и устойчивости показаны соответственно сплошной и штриховой линиями.

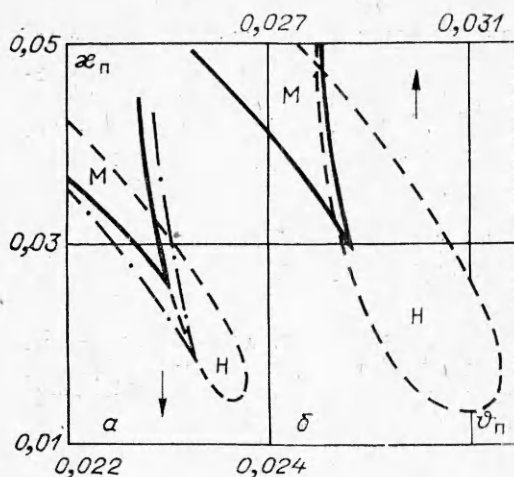


Рис. 1.

жительной обратной связи «скорость реакции — температура» из-за экспоненциального снижения вязкости (а следовательно, трения и диссипативного разогрева) с температурой.

Рис. 2 ($B \neq 0$)¹ иллюстрирует влияние числа B (вдува) и числа Льюиса на взаимное расположение областей устойчивости и однозначности. При $Le = 0,1$ границы устойчивости $\hat{\Theta} = 0$, $\Delta = 0$ и одна из ветвей линии $\sigma\Delta - \hat{\Theta} = 0$ совпали с границей неоднозначности, вторая граница $\sigma\Delta - \hat{\Theta} = 0$ слилась с кривой $\sigma = 0$. Поэтому при $B \neq 0$ будут рассматриваться только границы $\sigma = 0$ и $\Delta = 0$. Видно, что колебательная неустойчивость ($\sigma < 0$, $\Delta > 0$) возможна только при $Le < 1$, число Прандтля Pr^* при выбранных значениях параметров не влияет на режим процесса.

С увеличением скорости вдува при $Le < 1$ (кривые на рис. 2: 1 — $B = 0$; 2 — $B = 10^{-7}$; 3 — $B = 2 \cdot 10^{-7}$; $\Phi = 0$, $m_2 = 0$) области возможных неустойчивых и неединственных режимов смещаются в сторону более высоких температур θ_n и концентраций x_n реагента, область неустойчивости возрастает, а область неединственности уменьшается — стороны клина сближаются. При $Le > 1$ изменение параметра вдува B от 0 до $2 \cdot 10^{-7}$ не оказывает влияния на режимы горения.

Рис. 3 ($B = 0$, $Le = 0,1$)² показывает влияние естественной конвекции на взаимное расположение областей возможных режимов течения. Если гравитационное и основное течения противоположны по направлению ($m_2 < 0$), то естественная конвекция оказывает незначительное влияние на режимы тепло- и массопереноса (кривые 1, 5). В случае, когда естественно-конвективный и основной потоки одинаково направлены (кривые 1—4), существует критическое значение $\Delta\theta = \theta_0 - \theta_n$, при котором область неустойчивости перемещается внутрь области неединственности, и колебательная неустойчивость не реализуется (кривые 4). В этом случае неустойчивость может быть только квазистационарной, связанной с неединственностью стационарных режимов.

6. Прогнозы локального линейного анализа корректировались численными решениями³ одномерной квазилинейной задачи (1), (2) на ЭВМ по условно устойчивым явным конечно-разностным схемам. Численные решения для удобства выполнялись в переменных Θ , η , V , X , τ , связанных с прежними соотношениями

¹ Прочие параметры здесь и далее принимались равными $n = 1,85 \cdot 10^{-13}$, $m_1 = 2,19 \cdot 10^{-18}$, $Le = 0,1$, $\beta = 1$, $Pr(\theta_n) = 4,88 \div 4880$.

² $\Phi^* = 0$, $\hat{v}_0 = \hat{v}_n$, $m_2 = 0$ (1); $\Phi^* = 10^{-14}$, $m_2 = 10^{-14}$, $\hat{v}_0 - \hat{v}_n = 0,05$ (2), 0,1 (3), 0,15 (4), $m_2 = 10^{-14}$; $\hat{v}_0 - \hat{v}_n = 0,15$ (5).

³ Решения получены для $\Phi^* = 0$, $m_2 = 0$, $B = 0$.

На рис. 1 сопоставляются области возможных режимов горения для б) покоящейся жидкости ($m_1 = 0$, $Es = 0$, $\beta = 0$) и а) для движущейся жидкости, вязкость которой изменяется с температурой ($m_1 = 2,19 \cdot 10^{-18}$, $Es = 1$, $\beta = 0$, 1) для $\Phi = 0$, $m_2 = 0$, $B = 0$, $n = 3,09 \cdot 10^{-16}$. Видно, что вследствие движения и уменьшения вязкости с температурой происходит смещение областей неединственности и неустойчивости в сторону более низких температур, изменяется форма области неустойчивости и она уменьшается. Последнее связано с уменьшением поло-

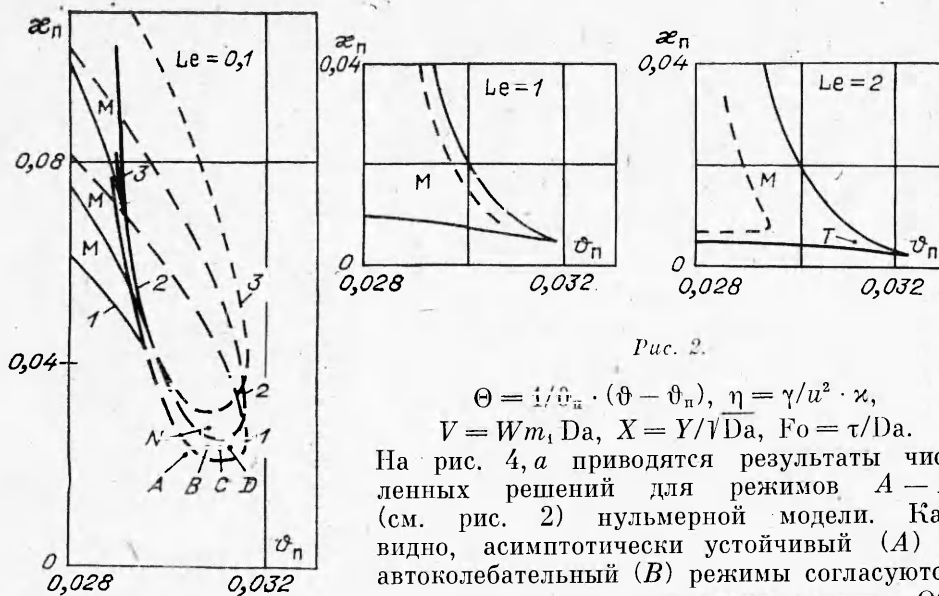


Рис. 2.

$$\Theta = 1/\theta_n \cdot (\theta - \theta_n), \quad \eta = \gamma/u^2 \cdot \kappa,$$

$$V = Wm, \quad Da, \quad X = Y/\sqrt{Da}, \quad Fo = \tau/Da.$$

На рис. 4, а приводятся результаты численных решений для режимов А — D (см. рис. 2) нульмерной модели. Как видно, асимптотически устойчивый (А) и автоколебательный (В) режимы согласуются с предсказаниями нульмерного анализа. Область неустойчивости заключена между областями устойчивого процесса. Для одномерной нелинейной задачи она заметно уже, чем для нульмерной линейной, и смещена относительно последней в сторону более низких температур. На рис. 4, б показан аналог фазового «портрета» для автоколебательного режима А.

На рис. 5, а сопоставляются решения при наличии ($B = 10^{-7}$, кривые 1) и отсутствии вдува ($B = 0$, кривая 2) для режима N нульмерной

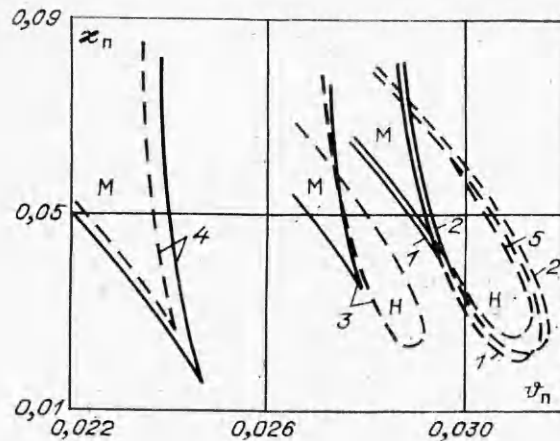


Рис. 3.

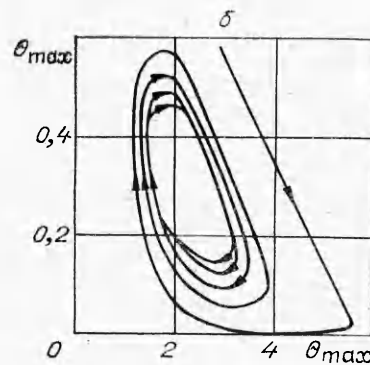
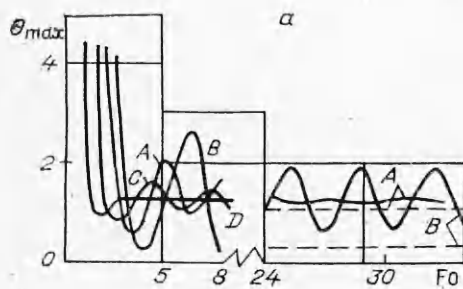


Рис. 4.

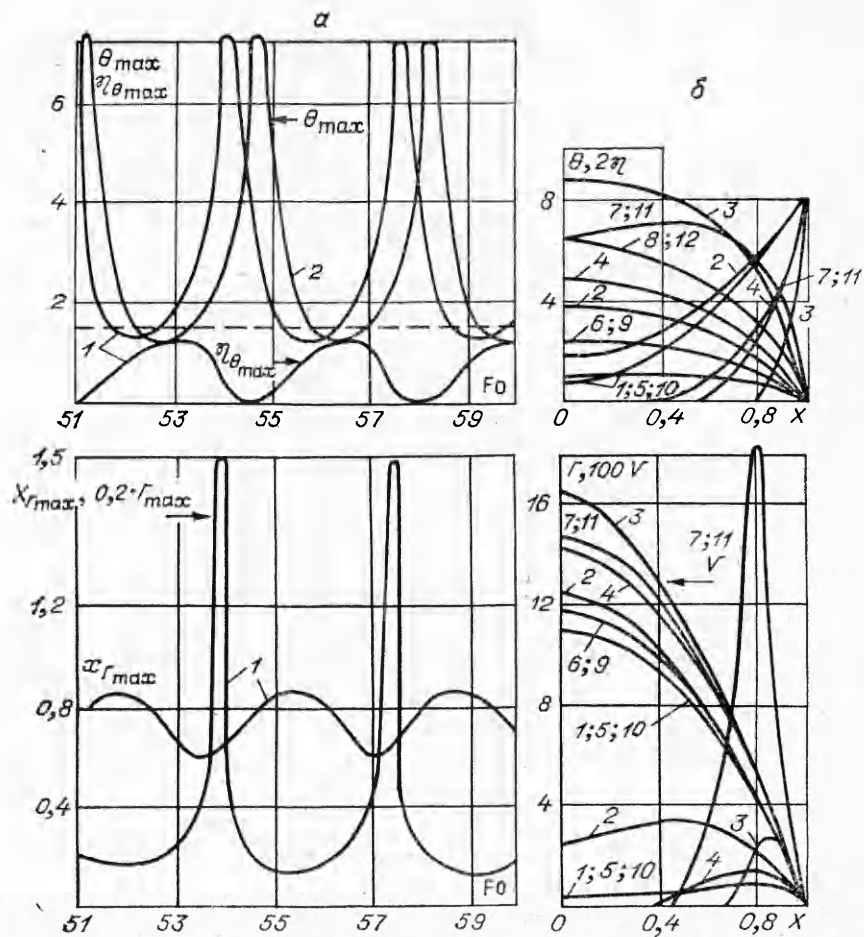


Рис. 5.

модели (изменение со временем максимальной температуры θ_{\max} и концентрации $\eta_{\theta_{\max}}$). Как видно, интенсивный вдув не меняет амплитуды и периода колебаний и сдвигает колебания по фазе, т. е. способствует более раннему развитию неустойчивости.

Сравнение колебательных решений для режимов *A* и *N* показывает, что с удалением от границы $\sigma = 0$ в глубь области неустойчивости (концентрация на поверхности канала возрастает) колебания становятся более релаксационными. Нестационарные поля температуры, концентрации, скорости реакции и скорости потока при наличии вдува для автоколебательного режима *N* показаны на рис. 5, б ($Fo = 0,998$ (1), 1,663 (2), 1,889 (3), 2,215 (4), 3,548 (5), 4,879 (6), 5,200 (7), 5,550 (8), 6,206 (9), 7,204 (10), 8,669 (11), 8,80 (12)).

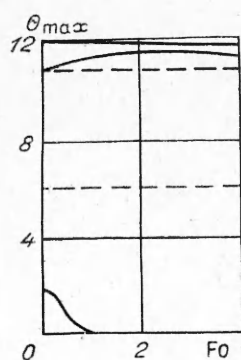


Рис. 6.

Численная реализация неединственных режимов показывает (точка *T* на рис. 2), что возможны высоко- и низкотемпературные стационарные режимы. Режим, соответствующий среднему стационарному состоянию, неустойчив и не реализуется (рис. 6).

Таким образом, нульмерный анализ предсказывает стационарные значения температуры, концентрации, скорости движения, вблизи которых происходят автоколебания или к которым стремятся асимптотически устойчивые решения. Прогнозы локального анализа в совокупности с численным экспериментом позволяют исследовать нестационарные явления в потоках вязкой реагирующей жидкости.

Поступила в редакцию 8/VI 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Ю. Артюх, П. Г. Ицкова, А. Т. Лукьянов.— В кн.: Теплообмен-IV. Материалы VI Всес. конф. по тепло- и массообмену. Т. 3. Минск, 1980.
2. Д. Джозеф. Устойчивость движений жидкости. М.: Мир, 1981.
3. Л. Ю. Артюх, П. Г. Ицкова, А. Т. Лукьянов. Математическое моделирование задач теории горения. Алма-Ата: Наука, 1981.
4. С. А. Бостанджиян, А. Г. Мержанов, С. И. Худяев. Докл. АН СССР, 1965, 163, 1.
5. E. A. Kearsley. Trans. Soc. Philol., 1962, 6.
6. С. А. Каганов. ПМТФ. 1962, 3.
7. А. Г. Мержанов, А. П. Посецельский, А. М. Столин и др. Докл. АН СССР, 1973, 210, 1.
8. А. М. Ляпунов. Общая задача устойчивости движения. М.: Гостехиздат, 1950.

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРЕНИЯ ДЛЯ КОНКУРИРУЮЩИХ РЕАКЦИЙ

В. А. Струнин, Г. Б. Манелис

(Черноголовка)

Для многокомпонентных систем, к которым, в частности, принадлежат смесевые твердые топлива, характерно протекание во фронте горения одновременно развивающихся химических процессов, например, термического разложения и испарения окислителя и деструкции горючего, или зависящих друг от друга конкурирующих реакций, к которым можно отнести окисление разного типа горючих компонентов одним и тем же окислителем, каталитические и некаталитические реакции и т. д. Примечательным для подобных систем является зависимость температуры во фронте не только от тепловых эффектов, но и от соотношения между константами скоростей реакций, которая выражается трансцендентным уравнением [1—5]. В последнее время интерес к такого рода реакциям в горении вызван обнаружением неединственности решения в определенной области параметров и специфичных видов неустойчивости [4, 5].

В настоящей работе проводится анализ изменения характеристик горения (скорость, температура, коэффициент давления, температурный коэффициент, коэффициент катализа) в зависимости от изменения исходных условий и параметров конкурирующих реакций, что важно для практики регулирования характеристик горения. Рассматривается наиболее простой случай реакций нулевого порядка, протекающих в конденсированной среде с постоянными теплофизическими свойствами.

Приближенное выражение для скорости горения имеет вид

$$u^2 = \frac{2\lambda}{c^2 \rho^2 (T_r - T_0)^2} \int_{T_0}^{T_r} (Q_1 W_1 + Q_2 W_2) dT.$$

Температуру во фронте можно получить следующим простым способом. Поскольку

$$u \frac{d\eta_1}{dx} + W_1 = 0, \quad u \frac{d\eta_2}{dx} + W_2 = 0,$$

где $\eta_1 + \eta_2 = \eta$, то

$$u \frac{d(\eta_1 + \eta_2)}{dx} + W_1 + W_2 = 0,$$

$$\frac{d\eta_1}{d\eta} = \frac{W_1}{W_1 + W_2}, \quad \frac{d\eta_2}{d\eta} = \frac{W_2}{W_1 + W_2},$$

$$\eta_{1п} \approx \frac{W_1(T_r)}{W_1(T_r) + W_2(T_r)} \eta_{п}, \quad \eta_{2п} \approx \frac{W_2(T_r)}{W_1(T_r) + W_2(T_r)} \eta_{п}.$$