

О РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ ПЛАЗМЫ  
В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Г. М. Заславский

(Новосибирск)

В работе [1] была построена гидродинамика плазмы в магнитном поле, когда время столкновений велико по сравнению с характерными временами процессов. Роль столкновений при этом играло сильное магнитное поле, закручивающее ионы, а разложение функций распределения велось по степеням ларморовского радиуса. В настоящей работе при помощи метода Чу, Гольдбергера и Лоу выводятся уравнения гидродинамики релятивистской плазмы в магнитном поле и решается задача о распространении волн малой амплитуды. В последнем случае легко получить критерий устойчивости для волн поперек магнитного поля, что сделать при помощи кинетического уравнения затруднительно.

§ 1. Вывод основных уравнений. Релятивистское кинетическое уравнение для функции распределения ионов запишем в виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H} \right\} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0 \quad (1.1)$$

Разлагая  $f$  по степеням ларморовского радиуса

$$f = f_0 + f_1 + f_2 + \dots \quad (1.2)$$

получаем систему зацепляющихся уравнений, которая разрешима, вообще говоря, лишь при  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ . Критерием выполнимости последнего для релятивистской плазмы является

$$\frac{\omega_{oe}}{\omega_H} \sim \left( \frac{cM^2 \gamma_i^2 n}{m \gamma_e H^2} \right)^{1/2} \gg 1 \quad \left( \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) \quad (1.3)$$

Здесь  $\omega_{oe}$  — плазменная частота электронов;  $\omega_H$  — ларморовская частота ионов,  $M$  и  $m$  — соответственно масса ионов и электронов,  $n$  — плотность, индекс  $i$  относится к ионам,  $e$  — к электронам. При условии (1.3) более подвижные электроны снимают электрическое поле, параллельное  $\mathbf{H}$ , и можно построить систему гидродинамических уравнений для ионов. Заметим, что эти уравнения справедливы также для электронов, если нерелятивистские ионы оказываются более подвижными, чем релятивистские электроны.

Если  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$ , то, как известно, можно перейти в систему отсчета, в которой  $\mathbf{E} = 0$  ( $\mathbf{E} < \mathbf{H}$ ). Скорость такой системы равна

$$\mathbf{V} = c \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{H}}{H^2} \quad (1.4)$$

Подставляя (1.4) и (1.2) в (1.1) и ограничиваясь первыми двумя членами разложения, получим аналогично [2] уравнения для  $f_0$  и  $f_1$

$$[(\mathbf{v} - \mathbf{V}) \times \mathbf{H}] \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} = 0, \quad i c \frac{u_i}{u_4} \frac{\partial f_0}{\partial x_i} = - \frac{e}{e} [(\mathbf{v} - \mathbf{V}) \times \mathbf{H}] \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{p}} \quad (1.5)$$

где  $u_i$  и  $x_i$  — соответственно векторы скорости и координат (здесь и в дальнейшем латинские индексы принимают значения 1, 2, 3, 4, а греческие индексы — значения 1, 2, 3, по дважды повторяющимся индексам производится суммирование,  $x_4 = ict$ ).

Определим моменты функции распределения  $f_0$  обычным образом

$$nU_i = ic \int \frac{d^3p}{u_4} u_i f_0, \quad T_{ik} = ic \int \frac{d^3p}{u_4} p_i u_k f_0, \quad T_{ikl} = ic \int \frac{d^3p}{u_4} p_i p_k u_l f_0 \quad (1.6)$$

Здесь  $U_i$  — четыре скорости усредненного движения,  $T_{ik}$  — тензор энергии-импульса.

Как показано в [3], класс функций, удовлетворяющих первому уравнению (1.5), имеет вид

$$f_0 = f_0(u_i U_i, \varepsilon_{iklm} u_i U_k F_{lm}) \quad (1.7)$$

Здесь  $F_{lm}$  — тензор электромагнитного поля,  $\varepsilon_{iklm}$  — единичный тензор, антисимметричный по всем индексам, а

$$R_i = \frac{1}{2 \sqrt{H^2 - E^2}} \varepsilon_{iklm} U_k F_{lm} \quad (1.8)$$

причем в собственной системе отсчета ( $U_\alpha = 0$ )  $R_3 = i$ ,  $R_1 = R_2 = R_4 = 0$  и, кроме того,

$$R_i U_i = 0, \quad R_i^2 = -1 \quad (1.9)$$

В дальнейшем рассматривается класс функций вида

$$f_0 = f_0(u_i U_i, (\varepsilon_{iklm} u_i U_k F_{lm})^2) \quad (1.10)$$

или в собственной системе отсчета

$$f_0 = f_0(u_4, (u\mathbf{H})^2) \quad (1.11)$$

Это означает, что рассматривается плоская задача, в которой отсутствуют переносы тепла вдоль магнитного поля.

Выражение для  $T_{ik}$  в произвольной системе отсчета с учетом (1.10) получено в [3] и имеет вид

$$T_{ik} = (P_\perp + P_\varepsilon) U_i U_k + P_\perp (\delta_{ik} + R_i R_k) - P_\parallel R_i R_k, \quad (1.12)$$

где

$$T_{11} = T_{22} = P_\perp, \quad T_{33} = P_\parallel, \quad T_{44} = -P_\varepsilon \quad \text{при } U_\alpha = 0 \quad (1.13)$$

В собственной системе отсчета, учитывая (1.14), имеем для компонент  $T_{ikl}$ , не равных нулю

$$T_{114} = T_{224} = T_\perp, \quad T_{334} = T_\parallel, \quad T_{444} = -T_\varepsilon \quad (1.14)$$

Учитывая (1.14), можно записать выражение для  $T_{ikl}$  в произвольной системе отсчета

$$i T_{ikl} = (3T_\perp + T_\varepsilon) U_i U_k U_l + T_\perp [(\delta_{ik} + R_i R_k) U_l + (\delta_{il} + R_i R_l) U_k + (\delta_{kl} + R_k R_l) U_i] - T_\parallel (R_i R_k U_l + R_i R_l U_k + R_k R_l U_i) \quad (1.15)$$

Умножая второе уравнение (1.5) последовательно на 1,  $p_k$ ,  $p_k p_l$  и интегрируя по трехмерному пространству импульсов, получаем соответственно

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (nU_i) = 0 \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = -\frac{e}{c} \int d^3p p_i [(\mathbf{v} - \mathbf{V}) \times \mathbf{H}] \frac{\partial f_1}{\partial p} \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial T_{ikl}}{\partial x_l} = -\frac{e}{c} \int d^3p p_i p_k [(\mathbf{v} - \mathbf{V}) \times \mathbf{H}] \frac{\partial f_1}{\partial p} \quad (1.18)$$

Первое уравнение есть обычное уравнение непрерывности. Из (1.17) можно исключить правую часть аналогично [1], используя уравнения

Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E} &= -4\pi e \int d^3p (f_0 + f_1 - f_e) \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= -\operatorname{rot} \mathbf{H} + 4\pi e \int d^3p \mathbf{U} (f_0 + f_1 - f_e) \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \end{aligned}$$

Это дает

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = -F_{ik} \frac{\partial F_{kl}}{\partial x_l} \quad (1.19)$$

что и следовало ожидать из законов сохранения. Из (1.18) нетрудно получить

$$\frac{\partial (T_{11l} + T_{22l})}{\partial x_l} = 0, \quad \frac{\partial T_{33l}}{\partial x_l} = 0, \quad \frac{\partial T_{44l}}{\partial x_l} = 0 \quad (1.20)$$

Так как  $T_{ii} = -(mc)^2 nU_i$ , то в силу (1.19) последнее уравнение есть следствие первых двух.

Уравнения (1.16), (1.19), (1.20) образуют замкнутую систему гидродинамических уравнений, причем соотношения (1.20) играют роль уравнений состояния. В нерелятивистском случае уравнения состояния получаются автоматически [1], так как в (1.20) не входят новые параметры, кроме тех, что уже содержатся в (1.16), (1.19). В релятивистском случае положение существенно меняется, так как появляются новые параметры ( $P_\varepsilon, T_\perp, T_\parallel, T_\varepsilon$ ), которые, однако, не независимы и все выражаются через  $n, P_\perp, P_\parallel$ . Связь между (1.14) и (1.13) в общем случае неизвестна и для определения ее надо делать модельные предположения.

§ 2. Волны малой амплитуды. При рассмотрении волн малой амплитуды будем считать все параметры не зависящими от  $x_i$ . Тогда можно перейти в собственную систему отсчета. Отклонения параметра  $a$  от равновесного значения в собственной системе отсчета обозначим через  $\delta a \sim \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$ .

Выбирая ось  $z$  вдоль  $\mathbf{H}$  и учитывая, что  $\delta U_4 = 0$ , имеем из (1.18)

$$\delta R_1 = i \frac{\delta H_x}{H}, \quad \delta R_2 = i \frac{\delta H_y}{H}, \quad \delta R_3 = 0, \quad \delta R_4 = -i \delta U_z \quad (2.1)$$

Из (1.12) с учетом (2.1) получаем

$$\begin{aligned} \delta T_{11} &= \delta T_{22} = \delta P_\perp, & \delta T_{33} &= \delta P_\parallel, & \delta T_{44} &= -\delta P_\varepsilon \\ \delta T_{12} &= 0, & \delta T_{13} &= (P_\parallel - P_\perp) \frac{\delta H_x}{H}, & \delta T_{23} &= (P_\parallel - P_\perp) \frac{\delta H_y}{H} \\ \delta T_{14} &= (P_\varepsilon + P_\perp) i \delta U_x, & \delta T_{24} &= (P_\varepsilon + P_\perp) i \delta U_y, & \delta T_{34} &= (P_\varepsilon + P_\parallel) i \delta U_z \end{aligned} \quad (2.2)$$

Аналогично получаем из (1.15)

$$\begin{aligned} \delta T_{114} &= \delta T_{224} = i \delta T_\perp, & \delta T_{334} &= i \delta T_\parallel, & \delta T_{444} &= -i \delta T_\varepsilon \\ \delta T_{111} &= 3T_\perp \delta U_x, & \delta T_{222} &= 3T_\perp \delta U_y, & \delta T_{333} &= 3T_\parallel \delta U_z \\ \delta T_{112} &= T_\perp \delta U_y, & \delta T_{113} &= T_\perp \delta U_z \\ \delta T_{221} &= T_\perp \delta U_x, & \delta T_{223} &= T_\perp \delta U_z \\ \delta T_{331} &= T_\parallel \delta U_x, & \delta T_{332} &= T_\parallel \delta U_y \\ \delta T_{144} &= -(T_\varepsilon + 2T_\perp) \delta U_x, & \delta T_{244} &= -(T_\varepsilon + 2T_\perp) \delta U_y \\ \delta T_{344} &= -(T_\varepsilon + 2T_\perp) \delta U_z \end{aligned} \quad (2.3)$$

Вместо величины  $\delta U$  удобно ввести смещение  $\xi$ , определяемое, как

$$\delta U = \frac{1}{c} \frac{\partial \xi}{\partial t} = -i \frac{\omega}{c} \xi \quad (2.4)$$

С учетом (2.4) уравнение непрерывности (1.16) дает

$$\frac{\delta n}{n} = -ik \cdot \xi \quad (2.5)$$

Линеаризация уравнений (1.19) и (1.20) дает

$$\frac{\partial \delta T_{ik}}{\partial x_k} = -F_{ik} \frac{\partial \delta F_{kl}}{\partial x_l} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial (\delta T_{11l} + \delta T_{22l})}{\partial x_l} = 0, \quad \frac{\partial \delta T_{33l}}{\partial x_l} = 0, \quad \frac{\partial \delta T_{44l}}{\partial x_l} = 0 \quad (2.7)$$

Подставляя (2.2) в (2.6), получаем

$$k_x \delta P_{\perp} + \frac{P_{\parallel} - P_{\perp}}{H} k_z \delta H_x + i \frac{\omega^2}{c^2} (P_{\varepsilon} + P_{\perp}) \xi_x = -\frac{i}{4\pi} [\mathbf{H} \times (\mathbf{k} \times \delta \mathbf{H})]_x \quad (2.8)$$

$$k_y \delta P_{\perp} + \frac{P_{\parallel} - P_{\perp}}{H} k_z \delta H_y + i \frac{\omega^2}{c^2} (P_{\varepsilon} + P_{\perp}) \xi_y = -\frac{i}{4\pi} [\mathbf{H} \times (\mathbf{k} \times \delta \mathbf{H})]_y \quad (2.9)$$

$$k_z \delta P_{\parallel} + \frac{P_{\parallel} - P_{\perp}}{H} (k_x \delta H_x + k_y \delta H_y) + i \frac{\omega^2}{c^2} (P_{\varepsilon} + P_{\perp}) \xi_z = 0 \quad (2.10)$$

$$\delta P_{\varepsilon} + i (P_{\varepsilon} + P_{\perp}) (\mathbf{k}_{\perp} \cdot \xi_{\perp}) + i (P_{\varepsilon} + P_{\parallel}) (\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \xi_{\parallel}) = 0 \quad (2.11)$$

Учтем теперь уравнение

$$\frac{\partial \delta \mathbf{H}}{\partial t} = c \operatorname{rot} (\delta \mathbf{U} \times \mathbf{H})$$

которое дает

$$\delta \mathbf{H} = i [\mathbf{k} \times (\xi \times \mathbf{H})], \quad \delta H = -iH (\mathbf{k}_{\perp} \cdot \xi_{\perp}) \quad (2.12)$$

Умножим (2.8), (2.9) и (2.10) соответственно на  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$ ; сложим (2.8) и (2.9) после умножения; учитывая (2.12), имеем

$$\begin{aligned} k_{\perp}^2 \delta P_{\perp} + ik_{\parallel}^2 (P_{\parallel} - P_{\perp}) (\mathbf{k}_{\perp} \cdot \xi_{\perp}) + i \frac{\omega^2}{c^2} (P_{\varepsilon} + P_{\perp}) (\mathbf{k}_{\perp} \cdot \xi_{\perp}) = \\ = i \frac{H^2}{4\pi} (\mathbf{k}_{\perp} \cdot \xi_{\perp}) (k_{\perp}^2 - k_{\parallel}^2) \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$k_{\parallel}^2 \delta P_{\parallel} + ik_{\parallel}^2 (P_{\parallel} - P_{\perp}) (\mathbf{k}_{\perp} \cdot \xi_{\perp}) + i \frac{\omega^2}{c^2} (P_{\varepsilon} + P_{\parallel}) (\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \xi_{\parallel}) = 0$$

Подстановка (2.3) в (2.7) приводит к уравнениям

$$\frac{\delta T_{\perp}}{T_{\perp}} = -2i (\mathbf{k}_{\perp} \cdot \xi_{\perp}) - i (\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \xi_{\parallel}), \quad \frac{\delta T_{\parallel}}{T_{\parallel}} = -i (\mathbf{k}_{\perp} \cdot \xi_{\perp}) - 3i (\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \xi_{\parallel}) \quad (2.14)$$

или, учитывая (2.5),

$$\frac{\delta n}{n} = \frac{2}{5} \frac{\delta T_{\perp}}{T_{\perp}} + \frac{1}{5} \frac{\delta T_{\parallel}}{T_{\parallel}} \quad (2.15)$$

Запишем  $\delta P_{\perp}$  и  $\delta P_{\parallel}$  следующим образом:

$$\delta P_{\perp} = \left( \frac{\partial P_{\perp}}{\partial P_{\varepsilon}} \right)_0 \delta P_{\varepsilon}, \quad \delta P_{\parallel} = \left( \frac{\partial P_{\parallel}}{\partial P_{\varepsilon}} \right)_0 \delta P_{\varepsilon} \quad (2.16)$$

где нулевой индекс означает, что производная берется по адиабатическому процессу, и введем обозначения

$$s_{\perp}^2 = c^2 \left( \frac{\partial P_{\perp}}{\partial P_{\varepsilon}} \right)_0, \quad s_{\parallel}^2 = c^2 \left( \frac{\partial P_{\parallel}}{\partial P_{\varepsilon}} \right)_0 \quad (2.17)$$

Подставляя (2.16), (2.17) и (2.11) в (2.13) и приравнявая детерминант системы нулю, получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$\omega^4 + \omega^2 \left\{ \frac{1}{n_{\perp} m} \left[ k_{\parallel}^2 A - k_{\perp}^2 \left( s_{\perp}^2 n_{\perp} + \frac{H^2}{4\pi} \right) \right] - k_{\parallel}^2 s_{\parallel}^2 \right\} - \frac{k_{\parallel}^2 s_{\parallel}^2}{n_{\perp} m} \left( k_{\parallel}^2 A - k_{\perp}^2 \frac{H^2}{4\pi} \right) + \frac{k_{\parallel}^2 k_{\perp}^2 s_{\perp}^2}{n_{\perp} m} (P_{\parallel} - P_{\perp}) = 0 \quad (2.18)$$

Здесь

$$A = P_{\parallel} - P_{\perp} - \frac{H^2}{4\pi}, \quad n_{\perp} = \frac{1}{mc^2} (P_{\perp} + P_{\epsilon}), \quad n_{\parallel} = \frac{1}{mc^2} (P_{\parallel} + P_{\epsilon}) \quad (2.19)$$

Для волны, распространяющейся вдоль магнитного поля ( $k_{\perp} = 0$ ,  $k_{\parallel} = k$ ), имеем

$$\omega_1^2 = \frac{k^2}{m n_{\perp}} \left( \frac{H^2}{4\pi} + P_{\perp} - P_{\parallel} \right), \quad \omega_2^2 = k^2 s_{\parallel}^2 \quad (2.20)$$

В нерелятивистском случае формулы (2.20) переходят в обычные [4]. Первая формула (2.20) была получена С. С. Моисеевым непосредственно из кинетического уравнения<sup>1</sup>. Отметим, что эта формула определяется независимо от вида уравнений состояния, кроме того, из нее видно, что на магнитогидродинамической волне возможна неустойчивость при

$$P_{\parallel} > \frac{H^2}{4\pi} + P_{\perp} \quad (2.21)$$

При этом инкременты в  $\gamma$  раз меньше, чем в нерелятивистском случае. Для волны, распространяющейся перпендикулярно к  $\mathbf{H}$  ( $k_{\parallel} = 0$ ,  $k_{\perp} = k$ ), имеем

$$\omega^2 = \frac{k^2}{n_{\perp} m} \left( n_{\perp} s_{\perp}^2 + \frac{H^2}{4\pi} \right) \quad (2.22)$$

Из (2.20) и (2.22) получаем скорости звука  $c_{\parallel}$  и  $c_{\perp}$  соответственно для волны вдоль магнитного поля и поперек поля.

$$c_{\parallel} = c \sqrt{\left( \frac{\partial P_{\parallel}}{\partial P_{\epsilon}} \right)_0} \quad (2.23)$$

$$c_{\perp} = c \sqrt{\left( \frac{\partial P_{\perp}}{\partial P_{\epsilon}} \right)_0 + \frac{H^2/4\pi}{P_{\perp} + P_{\epsilon}}} \quad (2.24)$$

Эти выражения совпадают с соответствующими, полученными в [2] из рассмотрения ударной волны, если в (2.24) выразить  $H$  через магнитное поле в системе отсчета, движущейся с волной.

В случае, когда  $k_{\parallel}$ ,  $k_{\perp} \neq 0$  («косая» волна) условие неустойчивости можно записать в виде

$$k_{\parallel}^2 s_{\parallel}^2 \left( k_{\parallel}^2 A - k_{\perp}^2 \frac{H^2}{4\pi} \right) + k_{\parallel}^2 k_{\perp}^2 s_{\perp}^2 (-P_{\parallel} + P_{\perp}) > 0 \quad (2.25)$$

Рассмотрим волну, распространяющуюся почти перпендикулярно к  $\mathbf{H}$  ( $k_{\parallel} \approx 0$ ,  $k_{\perp} \approx k$ ). Тогда из (2.25) имеем условие неустойчивости при  $P_{\perp} > P_{\parallel}$

$$P_{\perp} > P_{\parallel} + \frac{s_{\parallel}^2}{\epsilon_{\perp}^2} \frac{H^2}{4\pi} \quad (2.26)$$

<sup>1</sup> Частное сообщение.

До сих пор уравнениями состояния (2.7) не пользовались. Записывая

$$\delta P_{\perp} = \left( \frac{\partial P_{\perp}}{\partial T_{\perp}} \right)_0 \delta T_{\perp}, \quad \delta P_{\parallel} = \left( \frac{\partial P_{\parallel}}{\partial T_{\parallel}} \right)_0 \delta T_{\parallel} \quad (2.27)$$

и подставляя (2.27) с учетом (2.14) в (2.13), получаем вместо (2.20) и (2.22) соответственно

$$\omega_2^2 = 3 \frac{k^2}{n_{\parallel} m} T_{\parallel} \left( \frac{\partial P_{\parallel}}{\partial T_{\parallel}} \right)_0, \quad \omega^2 = 2 \frac{k^2}{n_{\perp} m} \left[ T_{\perp} \left( \frac{\partial P_{\perp}}{\partial T_{\perp}} \right)_0 + \frac{H^2}{8\pi} \right] \quad (2.28)$$

Сравнивая (2.20) с (2.28) и (2.22) с (2.28), получаем следующую связь между компонентами тензора  $T_{ikl}$  и  $T_{ik}$

$$\left( \frac{\partial P_{\parallel}}{\partial P_{\epsilon}} \right)_0 = \frac{3}{P_{\parallel} + P_{\epsilon}} T_{\parallel} \left( \frac{\partial P_{\parallel}}{\partial T_{\parallel}} \right)_0, \quad \left( \frac{\partial P_{\perp}}{\partial P_{\epsilon}} \right)_0 = \frac{2}{P_{\parallel} + P_{\epsilon}} T_{\perp} \left( \frac{\partial P_{\perp}}{\partial T_{\perp}} \right)_0 \quad (2.29)$$

В ультрарелятивистском случае относительная характеристика анизотропии, т. е. величина  $(P_{\parallel} - P_{\perp}) / P_{\perp}$ , уменьшается, хотя значение  $\Delta P = |P_{\parallel} - P_{\perp}|$  может оставаться большим. Учитывая это, можно написать в пределе

$$P_{\parallel} \sim \frac{1}{3} P_{\epsilon}, \quad P_{\perp} \sim \frac{1}{3} P_{\epsilon}$$

Отсюда получаем вместо (2.29)

$$\frac{4}{9} = \frac{T_{\parallel}}{P_{\parallel}} \left( \frac{\partial P_{\parallel}}{\partial T_{\parallel}} \right)_0, \quad \frac{2}{3} = \frac{T_{\perp}}{P_{\perp}} \left( \frac{\partial P_{\perp}}{\partial T_{\perp}} \right)_0 \quad (2.30)$$

Уравнения (2.30) после интегрирования дают связь между  $T_{\perp}$ ,  $T_{\parallel}$  и  $P_{\perp}$ ,  $P_{\parallel}$  в ультрарелятивистском случае

$$T_{\parallel}^{4/9} P_{\parallel}^{-1} = \text{const}, \quad T_{\perp}^{2/3} P_{\perp}^{-1} = \text{const} \quad (2.31)$$

Компоненты  $T_{\perp}$  и  $T_{\parallel}$ , выраженные через  $P_{\perp}$  и  $P_{\parallel}$  при помощи (2.31), после подстановки в (1.20) дают дополнительно к системе (1.10), (1.19) уравнения состояния в явном виде.

В заключение благодарю С. С. Моисеева за внимание к работе, а также И. О. Форескина за некоторые замечания.

Поступила 8 V 1962

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Чу Г., Гольдбергер М., Лоу Ф. Уравнение Больцмана и гидромагнитные уравнения для одной жидкости без столкновений. Проблемы современной физики, М., Изд-во иностр. лит-ры, 1957, т. 7, стр. 139.
2. Заславский Г. М., Моисеев С. С. О состояниях с анизотропной функцией распределения в разреженном релятивистском газе. ПМТФ, 1962, № 1.
3. Заславский Г. М., Моисеев С. С. О поведении некоторых состояний плазмы с анизотропным распределением скоростей в магнитном поле. ПМТФ, 1961, № 6, стр. 24.
4. Bernstein I. B., Trehan S. K. Plasma oscillations. Nuclear fusion, 1960, vol. 1, 3.