

5. Букатов А. Е., Черкесов Л. В. Неустойчивые колебания дрейфующего в неоднородном море ледяного покрова, вызванные периодическими возмущениями // Тр. ААНИИ.— Л.: Гидрометеониздат, 1979.—Т. 357.
 6. Хейсин Д. Е. Динамика ледяного покрова.— Л.: Гидрометеониздат, 1967.
 7. Козин В. М. Релаксационные свойства ледяного покрова.— Горький, 1982.— Деп. в ВИНТИ 21.10.82, № 5890-82.

г. Комсомольск-на-Амуре

Поступила 26/VII 1991 г.

УДК 539.38.381

В. М. Елькин

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ ПРОСТОМ СДВИГЕ

Известно, что тепловыделение, сопровождающее процесс пластического деформирования в условиях слабого теплоотвода, может привести к локализации пластической деформации с образованием так называемых полос адиабатического сдвига. Механизм образования таких полос, предложенный в [1], сводится к тому, что выделяемое при пластическом деформировании тепло в условиях динамического нагружения не успевает распространиться по объему тела. Локальное падение прочности в нагретой зоне приводит к интенсификации в ней пластического сдвига и, следовательно, к еще большему выделению тепла. Процесс, таким образом, развивается катастрофически вплоть до плавления материала в зонах локализованного сдвига. Необходимым условием реализации этой модели является наличие существенного термического разупрочнения материала. Конкурирующие процессы деформационного упрочнения и термического разупрочнения определяют существование максимума на кривой деформирования при некотором критическом значении деформации.

Образование адиабатических полос сдвига сопровождается такие процессы, как механическая обработка, пробивание отверстий, взрывное компактирование и др. Обзор экспериментальных наблюдений локализации пластического течения содержится в [2].

Теоретические исследования адиабатического сдвига развивались по направлениям линейного анализа устойчивости решений системы дифференциальных уравнений, описывающих пластичное течение при простом сдвиге [3—5], и непосредственного численного моделирования [6, 7] локализации пластического течения.

В настоящей работе рассмотрено влияние параметров определяющего уравнения на развитие адиабатических полос сдвига.

1. Постановка задачи. Рассмотрим простой сдвиг в неограниченном толщиной d слое изотропного упругопластического материала. Нижняя граница слоя закреплена неподвижно, а верхняя движется с постоянной скоростью V в направлении оси y' :

$$y' = Y' + u(x', t), \quad x' = X', \quad z' = Z', \quad T' = T'(x', t),$$

где x' , y' , z' — текущие, а X' , Y' , Z' — начальные координаты точки; u' — смещение в направлении оси y' ; T' — температура; t' — время. Оси y' , z' лежат в плоскости нижней границы слоя, а ось x' направлена по нормали к этой плоскости.

Запишем уравнения движения и теплопроводности в виде

$$(1.1) \quad \rho \partial^2 u' / \partial t'^2 = \partial \sigma' / \partial x', \quad \rho c \partial T' / \partial t' = \lambda \partial^2 T' / \partial x'^2 + \gamma \sigma' \partial \epsilon / \partial t'$$

при следующих граничных и начальных условиях:

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \partial u' / \partial t'(0, t') &= 0, \quad \partial u' / \partial t'(d, t') = V, \\ u'(0, t') &= 0, \quad u'(d, t') = V t', \quad \partial T' / \partial x'(0, t') = 0, \quad \partial T' / \partial x'(d, t') = 0, \\ u'(x', 0) &= 0, \quad T'(x', 0) = T'_0(x'), \quad \partial u' / \partial t'(x', 0) = x' V / d. \end{aligned}$$

Здесь ρ , c , λ — плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала слоя; σ' — напряжение течения; ε — пластическая деформация; γ — доля работы пластической деформации, перешедшая в тепло; T_0' — начальная температура.

Предположим, что материал слоя упругопластический, определяющие уравнения которого представим как

$$(1.3) \quad \varepsilon_{\Sigma} = \varepsilon + \sigma'/G, \quad \sigma' = \sigma_0 \dot{\varepsilon}'^m \varepsilon^n \exp(-\beta T'),$$

где $\varepsilon_{\Sigma} = \partial u'/\partial x'$ — полная деформация; $\dot{\varepsilon}' = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t'} = \frac{\partial \varepsilon_{\Sigma}}{\partial t'} - \frac{1}{G} \frac{\partial \sigma'}{\partial t'}$ — скорость пластической деформации; σ_0 — постоянная, характеризующая прочность материала; m , n — показатели скоростной и деформационной чувствительности напряжения течения; β — коэффициент, определяющий температурное разупрочнение; G — модуль сдвига.

Перейдем далее к безразмерным величинам:

$$x = x'/d, \quad t = t' \dot{\varepsilon}_0, \quad u = u'/d,$$

$$\sigma = \sigma'/G, \quad T = \beta T', \quad \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}'/\dot{\varepsilon}_0$$

($\dot{\varepsilon}_0 = V/d$ — средняя скорость полной деформации). Отметим, что в данном случае безразмерное время t представляет собой среднюю по слою полную деформацию $t = \langle \varepsilon_{\Sigma} \rangle$.

Система уравнений (1.1) с граничными и начальными условиями (1.2) после этого имеет вид

$$(1.4) \quad \partial^2 u / \partial t^2 = q \partial \sigma / \partial x, \quad \partial T / \partial t = r \partial^2 T / \partial x^2 + s \dot{\varepsilon};$$

$$(1.5) \quad \partial u / \partial t(0, t) = 0, \quad \partial u / \partial t(1, t) = 1, \quad u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = t,$$

$$\partial T / \partial x(0, t) = 0, \quad \partial T / \partial x(1, t) = 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad T(x, 0) = T_0(x),$$

$$\partial u / \partial t(x, 0) = x \dot{\varepsilon}_0,$$

где $r = \lambda / (\rho c V d)$; $\eta = \sigma_0 \dot{\varepsilon}_0^m / G$; $s = G \gamma \beta / (\rho c)$; $q = G / (\rho V^2)$.

Определяющие уравнения (1.3) запишем в виде, учитывающем возможный процесс разгрузки в некоторой части слоя:

$$(1.6) \quad \sigma = \varepsilon_{\Sigma} - \varepsilon,$$

$$\dot{\varepsilon} = (\sigma/\eta)^{1/m} \varepsilon^{-n/m} \exp(T/m), \quad \text{если } \dot{\varepsilon}_{\Sigma} > 0,$$

$$\dot{\varepsilon} = 0, \quad \text{если } \dot{\varepsilon}_{\Sigma} \leq 0.$$

Неоднородное пластическое течение материала слоя и его дальнейшая локализация инициируются начальным неоднородным профилем температуры с амплитудой δ : $T_0(x) = \delta \sin^8(\pi x)$.

2. Вычислительная процедура. Для численного решения уравнений (1.4)—(1.6) строилась неравномерная пространственная сетка, содержащая N интервалов, с симметричным сгущением к центру слоя x_+ :

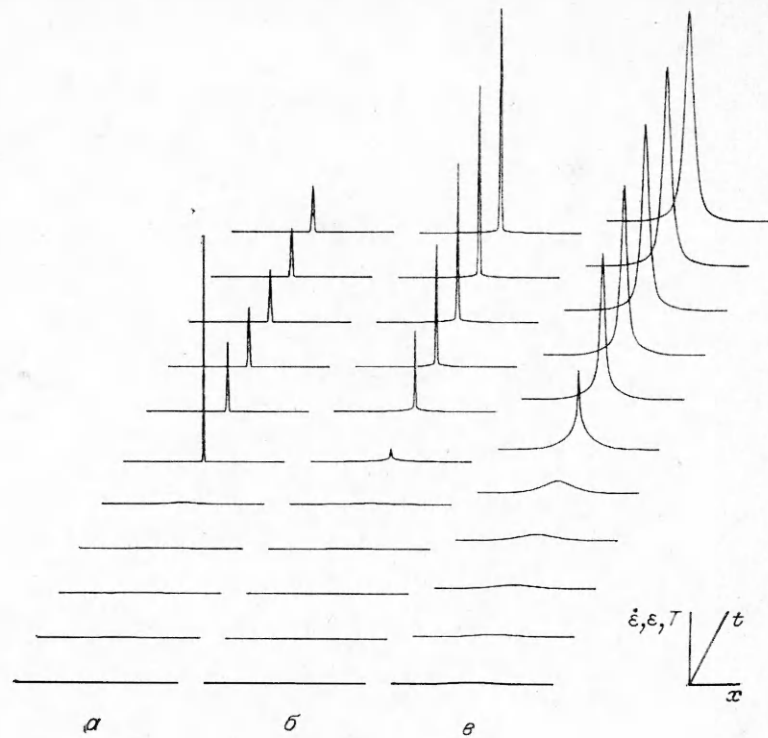
$$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i \quad (i = 1, 2, \dots, N),$$

$$x_1 = 0, \quad x_{N+1} = 1, \quad x_{N/2+1} = x_+ = 0,5.$$

Уменьшение шага сетки к центру в нижней половине слоя задавалось по закону $\Delta x_{i+1} = a \Delta x_i$ для $i = 1, 2, \dots, N/2 - 1$. Сетка в верхней половине слоя получалась зеркальным отражением.

Значение a подбиралось таким образом, чтобы в области локализации пластического течения находилось не менее \dot{N}_* точек сетки. Для характеристики толщины слоя локализации использовалась величина H_{ε} ,

определяемая из равенства $\dot{\varepsilon}_+ H_{\varepsilon} = \langle \dot{\varepsilon} \rangle$ ($\dot{\varepsilon}_+$, $\langle \dot{\varepsilon} \rangle$ — максимальная (в центре слоя) и средняя по слою скорости пластической деформации). Методом



Р и с. 1

проб и ошибок установлено, что оптимальным для \bar{N}_* является значение $N_* = 10$ (при $N = 100$).

На временной шкале использовались две сетки, вложенные одна в другую. Шаг первой неравномерной сетки выбирался из условия наилучшего описания получаемых решений в области их резкого изменения. Шаг второй (вложенной в первую) равномерной сетки определялся требованием достижения заданной точности на интервале первой сетки.

Для того чтобы избежать расходимости при вычислении скорости пластической деформации, при $t = 0$ было принято ненулевое начальное значение пластической деформации $\varepsilon(x, 0) = 10^{-6}$.

3. Результаты расчетов. Для проведения расчетов в качестве базовых приняты типичные для твердой стали параметры: $\rho = 8 \cdot 10^3$ кг/м³, $c = 5 \cdot 10^2$ Дж/(кг · К), $\lambda = 48$ Дж/(К · с · м), $\beta = 3 \cdot 10^{-3}$ 1/К, $G = 80$ ГПа, $\sigma_0 \varepsilon_0^m = 800$ МПа, $n = 0,05$, $m = 0,025$. Толщина слоя $d = 2,5 \cdot 10^{-3}$ м, а скорость движения верхней границы слоя $V = 1,25$ м/с, что соответствует средней скорости деформации $\dot{\varepsilon}_0 = 5 \cdot 10^2$ 1/с. Кроме того, предполагалось, что вся работа пластических деформаций трансформируется в тепло, т. е. $\gamma = 1$. При этом безразмерные параметры в уравнениях (1.4), (1.6) принимают значения: $\eta = 0,01$, $s = 60$, $r = 3,83 \times 10^{-3}$, $q = 6,4 \cdot 10^9$. Амплитуда начальной температурной неоднородности $\delta = 0,01$. Данная система исходных параметров задачи в дальнейшем будет именоваться базовой.

На рис. 1, а—с представлена эволюция рельефов скорости пластической деформации, пластической деформации и температуры для базового варианта исходных данных. Существенная особенность зависимости скорости пластической деформации в центре слоя от средней полной деформации (или времени t) — наличие резкого максимума. Отметим, что авторы работ [6, 7], в которых также моделировалось развитие полосы адиабатического сдвига, не обнаружили подобного максимума. В [6] скорость пластической деформации в центре слоя $\dot{\varepsilon}_+(t)$ являлась монотон-

ной функцией времени и при больших t становилась практически постоянной. Однако в [6] в расчетах предполагалось, что материал слоя жесткопластический, и не учитывалось деформационное упрочнение. Расчеты, проведенные нами в этих предположениях, подтвердили результаты [6]. Таким образом, появление максимума на кривой $\dot{\varepsilon}_+(t)$ связано с применением более реалистической упругопластической модели и учетом деформационного упрочнения. В [7] использованы определяющие уравнения упругопластического течения, в основном аналогичные принятым в настоящей работе. Однако решение задачи было прервано еще на стадии резкого возрастания функции $\dot{\varepsilon}_+$.

В результате численных расчетов получены решения системы дифференциальных уравнений (1.4)–(1.6) при различных значениях параметров δ, n, m, s, η, r . В данной работе ограничимся изучением влияния параметров s, η, r на развитие процесса локализации. Отметим, что во всем исследованном диапазоне значений s, η, r напряжение течения $\sigma(x, t)$ не меняется по толщине слоя, т. е. реализуется квазистатическое нагружение.

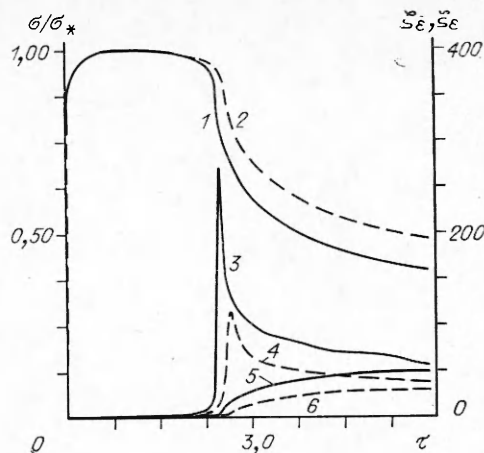
В качестве характеристики степени локализации некоторой функции $F(x, t)$ ($\dot{\varepsilon}(x, t), \varepsilon(x, t)$ или $T(x, t)$) введем величину $\xi_F(t) = F_+(t)/\langle F(t) \rangle$, где $F_+(t) = F(0,5, t)$ — значение функции $F(x, t)$ в центре слоя, а $\langle F \rangle(t) = \int_0^1 F(x, t) dx$ — среднее по толщине слоя значение $F(x, t)$.

Анализ результатов расчетов показал некоторую схожесть влияния параметров $s, \eta, 1/r$ на поведение функций $\xi_\dot{\varepsilon}(t), \xi_\varepsilon(t), \xi_T(t)$. Оказалось, что для представления этого наблюдения в более явном виде необходимо перейти от безразмерного времени t (или средней по слою полной деформации) к новой переменной $\tau = \langle \varepsilon \rangle / \langle \dot{\varepsilon} \rangle_*$ ($\langle \varepsilon \rangle$ — средняя по слою пластическая деформация, а $\langle \dot{\varepsilon} \rangle_*$ — ее значение в точке достижения максимума напряжения течения σ_*).

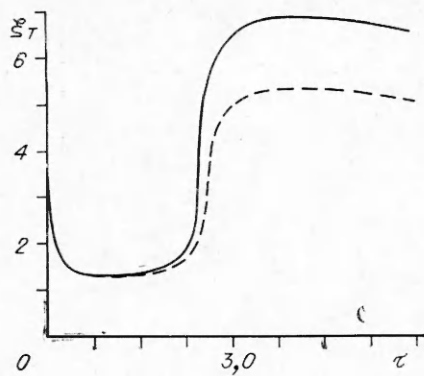
Действительно, построение функций $\sigma(\tau)/\sigma_*, \xi_\dot{\varepsilon}(\tau), \xi_\varepsilon(\tau), \xi_T(\tau)$ для разных значений s, η, r показало, что они с высокой степенью точности ($\sim 1\%$) совпадают, если при варьировании s, η, r сохраняется параметр $\kappa = s\eta/r$.

На рис. 2 линиями 1, 2 представлены зависимости напряжения течения, нормированного на максимальное значение $\sigma(\tau)/\sigma_*$, 3, 4 — степени локализации скорости пластической деформации $\xi_\dot{\varepsilon}(\tau)$, 5, 6 — степени локализации пластической деформации $\xi_\varepsilon(\tau)$ для $\kappa = 156,6$ (кривые 1, 3, 5) и 78,3 (кривые 2, 4, 6). Характерно, что резкая локализация скорости пластической деформации сопровождается резким падением напряжения течения, что отмечалось и в [6, 7]. Степень локализации скорости пластической деформации в области пика значительно превышает степень локализации пластической деформации. Однако при дальнейшем деформировании эти две характеристики асимптотически сближаются.

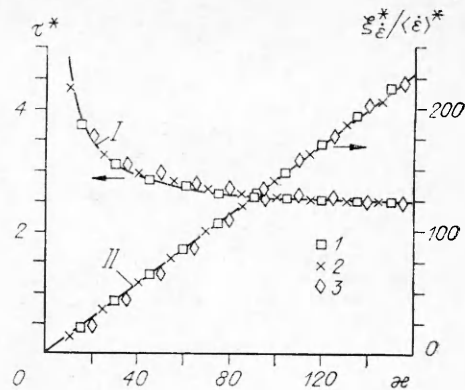
В меньшей степени локализации подвержена температура (рис. 3, сплошная кривая — $\kappa = 156,6$, штриховые — $\kappa = 78,3$). Степень локализации температуры $\xi_T(\tau)$ сначала уменьшается, а затем после достижения максимума напряжения течения постепенно увеличивается. Область



Р и с. 2



Р и с. 3



Р и с. 4

резкого роста локализации температуры также совпадает с областью резкого падения напряжения течения, однако максимум степени локализации температуры значительно более пологий, чем максимум степени локализации скорости пластического течения.

Сопоставление кривых $\xi_v(\tau)$, $\xi_{\dot{\epsilon}}(\tau)$, $\xi_T(\tau)$ с разными значениями параметра κ показывает, что с ростом κ увеличивается степень локализации пластического течения и, кроме того, при больших значениях κ резкий рост локализации наступает раньше. Таким образом, κ характеризует склонность материала к локализации при заданной скорости деформации. Параметр κ после подстановки выражений для s , η , r представляется в виде

$$\kappa = \gamma \sigma_0 \dot{\epsilon}_0^m \beta d^2 \dot{\epsilon}_0 / \lambda,$$

следовательно, большей склонностью к локализации обладают материалы с высокими значениями прочности $\sigma_0 \dot{\epsilon}_0^m$, термического разупрочнения β и слабой способностью к рассеиванию тепла по толщине слоя за характерное время деформации $\lambda / (d^2 \dot{\epsilon}_0)$.

Для практических целей в качестве простых характеристик процесса локализации могли бы служить максимальная степень локализации скорости пластической деформации $\xi_{\dot{\epsilon}}^*$ и значение τ^* , при котором этот максимум достигается.

На рис. 4 представлена зависимость τ^* от κ . Вариация κ осуществлялась путем вариации каждого из параметров s , η , r при сохранении базовых значений других параметров (точки 1—3 — вариация s , η , r). Обработка полученных данных показывает, что во всем диапазоне значений $\kappa = 10 \div 156,6$ поведение τ^* описывается зависимостью (линия I)

$$(3.1) \quad \tau^* = 2,32(1 + 10/\kappa).$$

На рис. 4 представлена построенная аналогичным образом зависимость $\xi_{\dot{\epsilon}}^*/\langle \dot{\epsilon} \rangle^*$ (κ), которая во всем исследованном диапазоне κ может быть выражена формулой (линия II)

$$(3.2) \quad \xi_{\dot{\epsilon}}^*/\langle \dot{\epsilon} \rangle^* = 1,42 \kappa^{\frac{1}{2}} (\langle \dot{\epsilon} \rangle^* = \langle \dot{\epsilon}(\tau^*) \rangle).$$

На основании зависимостей (3.1), (3.2) могут быть сформулированы простые критерии локализации. Если при решении конкретной технической задачи может быть задана предельно допустимая величина степени локализации $\xi_{\dot{\epsilon}}^0$, то критерием локализации может служить неравен-

$$\text{ство } 1,42 \langle \dot{\varepsilon} \rangle_* \kappa \geq \xi_{\varepsilon}^0 \text{ или, поскольку } \langle \dot{\varepsilon} \rangle_* \geq 1 \text{ } (\partial \sigma / \partial t < 0),$$

$$(3.3) \quad \kappa > \xi_{\varepsilon}^0.$$

Однако это неравенство может быть выполнено только в том случае, если продолжительность нагружения достаточна для того, чтобы максимум функции $\xi_{\varepsilon}(\tau)$ был достигнут, т. е. неравенство (3.3) должно быть дополнено неравенством $\tau \geq \tau^*$ или с учетом (3.2)

$$(3.4) \quad \langle \varepsilon \rangle \geq 2,32 (1 + 10/\kappa) \langle \varepsilon \rangle_*.$$

Величину $\langle \varepsilon \rangle_*$ с достаточной точностью можно оценить из однородного решения уравнений (1.4)—(1.6) без учета упругих составляющих, поскольку в области достижения максимума σ_* локализация течения еще незначительна, а общая скорость деформации в основном определяется скоростью пластической деформации ($\partial \sigma / \partial t \approx 0$). Тогда

$$\langle \varepsilon \rangle_* \approx \left[\frac{n(1+n)}{s\eta} \right]^{1/(n+1)}, \quad \sigma_* \approx \frac{\eta}{1+n} \left[\frac{n(1+n)}{s\eta} \right]^{n/(n+1)}.$$

Отметим, что критерий (3.3), (3.4) не является абсолютным, однако может быть использован для сравнения материалов по способности к локализации пластического течения.

Таким образом, численное моделирование развития возмущения пластического течения при простом сдвиге в упругопластической среде позволило установить некоторые закономерности локализации пластического течения, в частности наличие максимума в зависимости степени локализации пластического течения от средней деформации. Обнаружено, что прочность, термическое разупрочнение, средняя скорость деформации и теплопроводность влияют на процесс локализации через один параметр κ . Проведенные исследования позволяют сформулировать простые критерии локализации пластического течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zener C., Hollomon J. H. Effect of strain rate upon plastic flow of steel // J. Appl. Phys.— 1944.— N 15.
2. Rogers H. C. Adiabatic plastic deformation // Ann. Rev. Mater. Sci.— 1979.— N 9.
3. Pan J. Perturbation analysis of shear strain localization in rate sensitive materials // Int. J. Solids and Struct.— 1983.— V. 19, N 2.
4. Burns T. J. Approximate linear stability analysis of a model of adiabatic shear band formation // Quart. Appl. Math.— 1985.— V. 43, N 1.
5. Fressengeas C., Molinary A. Instability and localization of plastic flow in shear at high strain rates // J. Mech. Phys. Solids.— 1987.— V. 35, N 2.
6. Wright T. W., Walter J. W. On stress collapse in adiabatic shear bands // J. Mech. Phys. Solids.— 1987.— V. 35, N 6.
7. Batra R. C. Effect of material parameters on the initiation and growth of adiabatic shear bands // Int. J. Solids and Struct.— 1987.— V. 23, N 10.

г. Челябинск

Поступила 15/VIII 1991 г.

УДК 678.47: 531

Е. К. Лебедева

ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРУГОСТИ ЭЛАСТОМЕРОВ

Для эластомеров, подвергшихся одноосному растяжению, введены две характеристики: коэффициент поперечного сжатия ν и начальный модуль E_n . Для 10 типов используемых в обувной промышленности резин [1] введенные величины являются постоянными вплоть до деформаций разрыва. Показано, что по известным E_n и ν можно вычислить модули сдвига G , Юнга E и объемной жесткости K резин. Коэффициенты