

ВЛИЯНИЕ ОБЪЕМНОГО СОДЕРЖАНИЯ ЧАСТИЦ НА ПАРАМЕТРЫ ГАЗОВЗВЕСИ ЗА СКАЧКАМИ УПЛОТНЕНИЯ

А. Г. Кутушев, А. В. Татосов

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной
механики СО РАН, 625000 Тюмень

Приведены результаты теоретического анализа равновесного состояния смеси газа с твердыми несжимаемыми инертными частицами за косыми скачками уплотнения с учетом конечности объема, занимаемого дисперсной фазой. Получены зависимости для предельных (максимальных) углов отклонения потока равновесной смеси за сильными и слабыми косыми скачками уплотнения. Исследовано влияние объемного содержания частиц в смеси на степень предельного досжатия газа при отражении плоской ударной волны от жесткой стенки.

ВВЕДЕНИЕ

Знание начальных «замороженных» и конечных равновесных состояний дисперсных смесей газа с твердыми частицами за ударными волнами (УВ) представляет большой практический интерес при анализе сложных сверхзвуковых потоков газовзвесей в различных аппаратах и установках современной техники, связанной с авиацией, машиностроением, атомной энергетикой, химической технологией и др. Указанные состояния дисперсных сред за УВ обычно описывают с помощью замороженных и равновесных ударных адиабат, полученных на основе интегральных законов сохранения масс, импульсов и энергий фаз на ударных волнах. Равновесные и замороженные состояния газовзвесей за косыми УВ исследуют посредством ударных поляр, построенных на базе упомянутых законов сохранения параметров смеси, записанных с учетом двумерного плоского характера движения фаз.

В большинстве известных теоретических исследований, посвященных анализу структуры УВ в газовзвесах, пренебрегают влиянием объемного содержания дисперсных частиц на замороженные и равновесные параметры фаз и смеси (см., например, обзор [1]). Впервые влияние конечности объема, занимаемого твердыми частицами, на отмеченные выше параметры смеси за плоскими УВ учтено в работе [2]. Детальное изучение влияния объемной доли твердых инертных частиц на давление газа в области замороженного течения фаз приведено в работе [3]. В [4] выполнен теоретический анализ замороженной ударной адиабаты инертной газовзвеси и отмечена невозможность

существования скачков давления бесконечной интенсивности вследствие конечности объема, занимаемого твердыми несжимаемыми частицами. В [5–7] представлены методики расчетов конечных равновесных состояний за УВ в парок капельных смесях с учетом возможных фазовых превращений — испарения капель и конденсации пара. Анализ замороженных, равновесных и детонационных ударных адиабат реагирующих смесей газа с твердыми частицами топлива с учетом объемной доли дисперсной фазы приведен в работах [8–12]. Влияние конечности объема, занимаемого твердыми сжимаемыми частицами, на сжатие инертной газовзвеси за фронтами УВ обсуждается в [13]. Предельные состояния разреженных дисперсных смесей «газ — частицы» и двухкомпонентных сжимаемых твердых сред за отраженными от жесткой стенки УВ анализируются в работах [14, 15].

В настоящей работе проводится аналитическое исследование влияния объемного содержания твердых несжимаемых частиц на равновесные параметры инертной газовзвеси за косыми УВ. Дополнительно изучается влияние конечности объема твердых частиц в инертной газовзвеси на предельное «досжатие» равновесной смеси за плоской отраженной от жесткой стенки УВ.

СООТНОШЕНИЯ НА УДАРНЫХ СКАЧКАХ

В системе координат $x'Oy'$, связанной с поверхностью сильного разрыва, движущегося относительно лабораторной системы координат xOy со скоростью D (рис. 1), интегральные уравнения движения равновесной смеси,

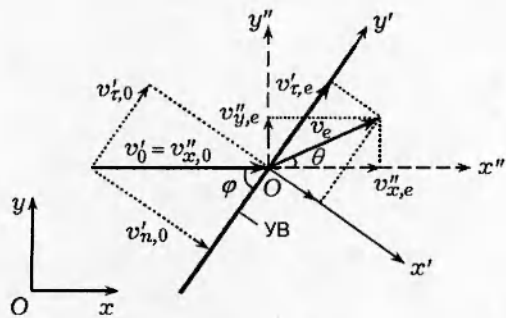


Рис. 1. Системы координат, используемые для описания поля скоростей в косо́й УВ:

φ — угол между вектором скорости натекающего потока и поверхностью ударного скачка; θ — угол отклонения потока за косо́м скачком

т. е. «эффективного» газа, приводятся к следующим соотношениям на ударных скачках [6]:

$$\begin{aligned}
 [\rho v'_x] &= \rho_0 v'_{x,0} - \rho v'_x = 0 \\
 (v'_x = v'_n = v_n - D_x, \quad v'_{x,0} = v'_{n,0} = v_{n,0} - D_x), \\
 [v'_y] &= v'_{y,0} - v'_y = 0 \\
 (v'_y = v'_\tau = v_\tau - D_y, \quad v'_{y,0} = v'_{\tau,0} = v_{\tau,0} - D_y), \\
 [p + \rho(v'_x)^2] &= (p_0 + \rho_0(v'_{x,0})^2) - (p + \rho(v'_x)^2) = 0, \\
 [i + \frac{(v'_x)^2}{2}] &= (i_0 + \frac{(v'_{x,0})^2}{2}) - (i + \frac{(v'_x)^2}{2}) = 0 \\
 (p = \rho RT, \quad i = e + \frac{p}{\rho}, \quad e = cT, \quad R = R_1 \frac{x_1}{\alpha_1}, \\
 c = x_1 c_1 + x_2 c_2). \quad (1)
 \end{aligned}$$

Здесь и на рис. 1 ρ, p, T, i, e, R, c — плотность, давление, температура, удельные энтальпия и внутренняя энергия, газовая постоянная и удельная теплоемкость при постоянном объеме равновесной газозвеси; v'_n, v_n и v'_τ, v_τ — нормальные и касательные к поверхности скачка составляющие массовой скорости смеси в системах координат $x'Oy'$ и xOy ; v'_x и v'_y — проекции скорости смеси; v_e — скорость равновесного потока; R_1 — газовая постоянная несущей фазы; α_i, x_i, c_i — объемное содержание, массовая концентрация, удельная теплоемкость i -й фазы дисперсной смеси (газа — $i = 1$, частиц — $i = 2$); θ — угол отклонения потока; φ — угол падения косо́й УВ; индексом нуль обозначены параметры перед скачком, индексом «e» — за фронтом косо́й УВ.

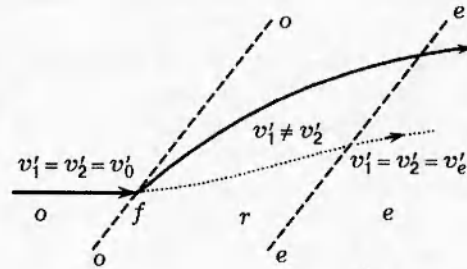


Рис. 2. Схема течения инертной равновесной газозвеси через косо́й скачок уплотнения в системе координат $x'Oy'$:

сплошная и пунктирная линии — линии тока газовой и дисперсной фаз; o, f, r, e — области невозмущенного, замороженного, неравновесного и равновесного движения; штриховые линии — фронты ударного скачка ($o - o$) и эффективной поверхности разрыва ($e - e$), разделяющей области r и e

При $\alpha_2 \ll 1$ согласно (1) равновесная смесь моделируется идеальным калорически совершенным «эффективным» газом с газовой постоянной $R = R_1 x_1 \equiv \text{const}$.

ВЛИЯНИЕ ОБЪЕМНОГО СОДЕРЖАНИЯ ЧАСТИЦ НА ПАРАМЕТРЫ ГАЗОВЗВЕСИ В РАВНОВЕСНОЙ ОБЛАСТИ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ ЗА КОСО́Й УВ

Соотношения (1) будем использовать при анализе предельных равновесных состояний реальных газозвесей за косо́ми скачками уплотнения. Ранее (см. [2, 6, 9] и др.) такие соотношения применяли для описания состояния смесей газа с дисперсными частицами в равновесной области течения за прямыми скачками уплотнения. Однако, в указанных работах при анализе прямых скачков уплотнения в газозвесах не возникало необходимости определения угла поворота скоростей газа и частиц. В настоящей работе поставлена цель исследовать влияние дисперсной фазы на отклонение равновесного потока газопылевой среды в косо́й УВ.

В скачках уплотнения (рис. 2) соотношения между параметрами равновесных смесей в областях движения o и e определяются законами сохранения массы, импульса и энергии, а также уравнениями состояния «эффективного» газа. Поэтому для определения этих соотношений можно не рассматривать релаксационный слой r , а ввести эффективную поверхность сильного разрыва, разделяющую области невозмущенного o и возмущенного e равновесных

течений газозвеси. На введенной эффективной поверхности разрыва будут справедливыми соотношения (1) на скачках для «эффективного» газа. Дальнейший теоретический анализ, связанный с использованием соотношений (1), проводится с привлечением рис. 1, где в системе координат $x'Oy'$ схематично показаны падающий под углом φ и преломленный под углом θ потоки равновесной газозвеси в косом скачке уплотнения.

Из интегралов массы и импульса на ударном скачке найдем выражение для квадрата плотности потока равновесной смеси:

$$(\rho_0 v'_{x,0})^2 = \frac{p_e - p_0}{1/\rho_0 - 1/\rho_e} \quad (2)$$

$$(v'_{x,0} = v'_{n,0} = v'_0 \sin \varphi).$$

Дополнительно из системы уравнений (1) по аналогии с [9] получим уравнение равновесной адиабаты смеси:

$$\frac{\rho_0}{\rho_e} = \frac{(\Gamma - 1 + 2\alpha_{2,0})p_e + (\Gamma + 1 - 2\alpha_{2,0})p_0}{(\Gamma + 1)p_e + (\Gamma - 1)p_0}, \quad (3)$$

где Γ — показатель адиабаты «эффективного» газа. Из уравнений (1) и (3) вытекает соотношение

$$\frac{\rho_0}{\rho_e} = \frac{v'_{x,e}}{v'_{x,0}} = \frac{(\Gamma - 1 + 2\alpha_{2,0})\rho_0(v'_{x,0})^2 + 2\Gamma p_0}{(\Gamma + 1)\rho_0(v'_{x,0})^2}. \quad (4)$$

Следуя [16], выберем прямоугольную систему координат $x''Oy''$, связанную с поверхностью разрыва, ось x'' которой направлена вдоль скорости натекающего потока $v''_0 = v'_0$ (см. рис. 1). Обозначим через $v''_{x,e}$ и $v''_{y,e}$ составляющие скорости равновесного потока в новой системе координат. В соответствии с законом ортогонального преобразования компонент вектора

$$\begin{aligned} v'_{x,e} &= v''_{x,e} \sin \varphi - v''_{y,e} \cos \varphi, \\ v'_{x,0} &= v''_{x,0} \sin \varphi = v'_0 \sin \varphi, \\ v'_{y,e} &= v''_{x,e} \cos \varphi + v''_{y,e} \sin \varphi, \\ v'_{y,0} &= v''_{x,0} \cos \varphi = v'_0 \cos \varphi, \\ (v'_{y,0} = v'_{\tau,0}, \quad v'_{y,e} = v'_{\tau,e}). \end{aligned} \quad (5)$$

Используя условия непрерывности касательной составляющей скорости равновесной смеси при переходе через ударный скачок $v'_{y,0} = v'_{y,e}$ (см. второе соотношение в (1)), систему (5) преобразуем к виду

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v'_0 - v''_{x,e}}{v''_{y,e}} = \frac{v''_{x,0} - v''_{x,e}}{v''_{y,e}}. \quad (6)$$

Подставляя в (4) выражение для $v'_{x,e}$ из (5), получим

$$\begin{aligned} v''_{x,e} - \frac{v''_{y,e}}{\operatorname{tg} \varphi} &= \\ &= \frac{(\Gamma - 1 + 2\alpha_{2,0})\rho_0(v''_{x,0})^2 \sin^2 \varphi + 2\Gamma p_0}{(\Gamma + 1)\rho_0 v''_{x,0} \sin^2 \varphi}. \end{aligned} \quad (7)$$

С учетом уравнений (6), (7), найдем зависимость, выражающую угол отклонения потока равновесной газозвеси θ через угол падения φ :

$$\operatorname{ctg} \theta = \operatorname{tg} \varphi \left[\frac{(\Gamma + 1)\rho_0(v''_{x,0})^2}{2[(1 - \alpha_{2,0})\rho_0(v''_{x,0})^2 \sin^2 \varphi - \Gamma p_0]} - 1 \right]. \quad (8)$$

Преобразуя выражение (7) с помощью соотношений (5), (6), находим искомое уравнение:

$$\begin{aligned} (v''_{y,e})^2 &= (v''_{x,0} - v''_{x,e})^2 \times \\ &\times \left\{ \left[\frac{2}{\Gamma + 1} \left((1 - \alpha_{2,0})v''_{x,0} - \frac{\Gamma p_0}{\rho_0 v''_{x,0}} \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (v''_{x,0} - v''_{x,e}) \right] / \left[(v''_{x,0} - v''_{x,e}) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2\Gamma}{\Gamma + 1} \frac{p_0}{\rho_0 v''_{x,0}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Используя определение критической скорости равновесной смеси (a_*) на основе уравнения Бернулли

$$a_*^2 = \frac{2\alpha_{1,0}}{\Gamma + 1} u_0^2 + \frac{\Gamma - 1}{\Gamma + 1} (v''_{x,0})^2 \quad \left(a_0^2 = \frac{\Gamma p_0}{\alpha_{1,0} \rho_0} \right),$$

уравнение (9) представим в виде

$$\begin{aligned} (v''_{y,e})^2 &= (v''_{x,0} - v''_{x,e})^2 \times \\ &\times \frac{v''_{x,0} v''_{x,e} - a_*^2 - (2\alpha_{2,0}/(\Gamma + 1))(v''_{x,0})^2}{(2/(\Gamma + 1))(v''_{x,0})^2 - v''_{x,0} v''_{x,e} + a_*^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

При $\alpha_{2,0} \rightarrow 0$ (и соответственно $\Gamma \rightarrow \gamma$, где γ — показатель адиабаты несущей газовой фазы) уравнение (10) переходит в известное в газовой динамике уравнение ударной поляры. Поэтому его можно назвать уравнением равновесной ударной поляры. В плоскости годографа скорости равновесной смеси газа и частиц за косым скачком уплотнения с осями $v''_{x,e}$ и $v''_{y,e}$ уравнения (10) и (9) определяют семейство строфоид. При этом в отличие от случая «чистого» (без частиц) газа каждая кривая такого семейства характеризуется не только скоростью потока перед ударным скачком, но и объемным

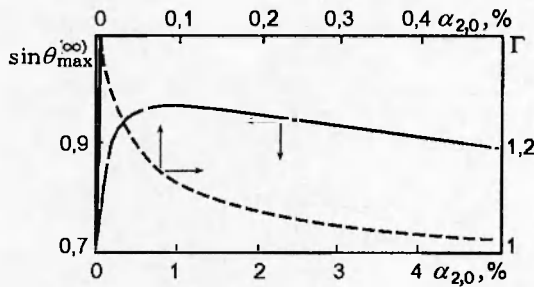


Рис. 3. Влияние объемного содержания частиц на максимальный угол отклонения потока (сплошная линия) и показатель адиабаты газозвеси (штриховая линия)

содержанием дисперсной фазы в смеси. Согласно уравнениям (9) и (10), в плоскости годографа скорости смеси строфоида пересекают ось абсцисс ($v''_{y,c} = 0$) в двух точках:

$$v''_{x,e} = v''_{x,0} - \frac{2}{\Gamma + 1} \left[(1 - \alpha_{2,0})v''_{x,0} - \frac{\Gamma p_0}{\rho_0 v''_{x,0}} \right] = v''_{x,0} \left[\frac{2\alpha_{2,0}}{\Gamma + 1} + \frac{a_*^2}{(v''_{x,0})^2} \right] \quad (v''_{x,e} < a_* < v''_{x,0}), \quad (11)$$

$$v''_{x,e} = v''_{x,0}.$$

Исходя из уравнения (9) можно получить некоторые аналитические выражения для ве-

личины θ_{\max} в зависимости от параметров набегающего потока $v''_{x,0}$, $\alpha_{2,0}$. В этой связи рассмотрим два предельных случая, когда косая УВ является слабой ($p_e/p_0 \rightarrow 1$) и сильной ($p_e/p_0 \rightarrow \infty$). Если скорость смеси перед скачком $v''_{x,c}$ близка к равновесной скорости звука a_0 , то, разложив дробь в формуле (9) по степеням $v''_{x,0} - a_0$ и $v''_{x,e} - a_0$, получим приближенное выражение для угла отклонения потока:

$$\text{tg}^2 \theta \approx \theta^2 = \frac{v''_{x,0} - v''_{x,e}}{2(1 - \alpha_{2,0})a_0^3} [4(1 - \alpha_{2,0})(v''_{x,0} - a_0) - (\Gamma + 1)(v''_{x,0} - v''_{x,e})]. \quad (12)$$

В соответствии с (12) экстремум функции θ по аргументу $v''_{x,e}$ дает максимальное значение угла отклонения потока взвеси в весьма слабой УВ:

$$\theta_{\max}^{(0)} = \frac{2^{7/2}(1 - \alpha_{2,0})(v''_{x,0} - a_0)^{3/2}}{3^{3/2}(\Gamma + 1)a_0^{3/2}}. \quad (13)$$

Для примера можно указать, что $\theta_{\max}^{(0)} = 0,06^\circ$ для потока равновесной аэрозвеси кварцевого песка ($\rho'_2/\rho'_{1,0} = 2500/1,21 = 2066$, где ρ' — истинная плотность i -й фазы; $c_2/c_1 = 760/716 = 1,07$; $\gamma = 1,4$; $\alpha_{2,0} = 0,1\%$; $\Gamma = 1,125$; $a_0 = 174$ м/с) за слабой УВ ($v''_{x,c} = 200$ м/с).

В случае $p_e/p_0 \rightarrow \infty$ ударная поляра (9)

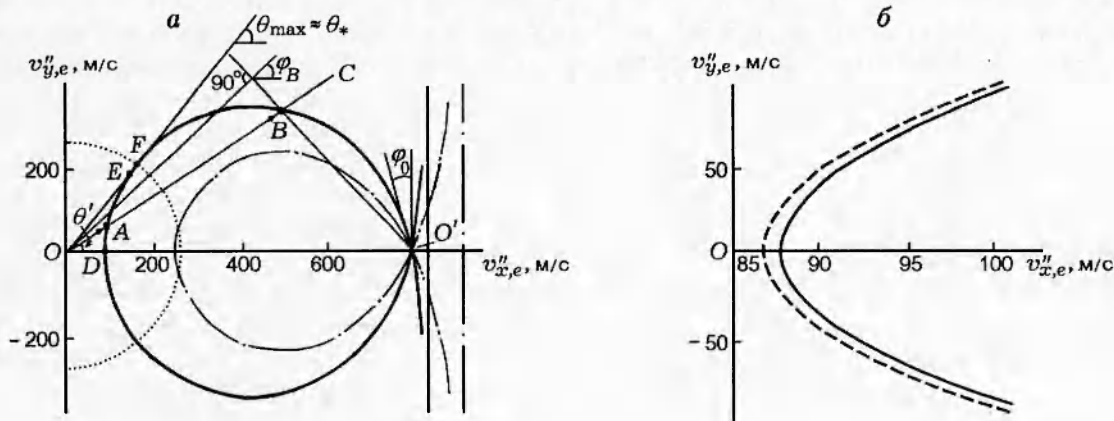


Рис. 4. Ударные поляры (а) в газозвеси кварцевого песка (сплошная линия) и в «чистом» газе (штрихпунктирная); ударные поляры равновесной смеси (б), построенные с учетом (сплошная линия) и без учета (штриховая) $\alpha_{2,0}$:

а: пунктирная линия — звуковая окружность для v''_e , равной скорости звука в смеси 264 м/с; OA , OB — векторы скорости v''_e за УВ «сильного» и «слабого» семейств; F , E — точки пересечения поляры со звуковой окружностью и касания строфоиды с лучом, соответствующим максимальному углу поворота потока ($\theta_F = \theta_*$, $\theta_E = \theta_{\max} > \theta_*$ ($\theta_{\max} \approx \theta_*$)); точки D , O' — состояния смеси за прямым скачком уплотнения ($\varphi = \pi/2$) и за косой УВ малой интенсивности с углом наклона скачка $\varphi = \varphi_0$, φ_0 — угол Маха; φ_B — угол наклона УВ «слабого» семейства; б — параметры как на рис. 4, а

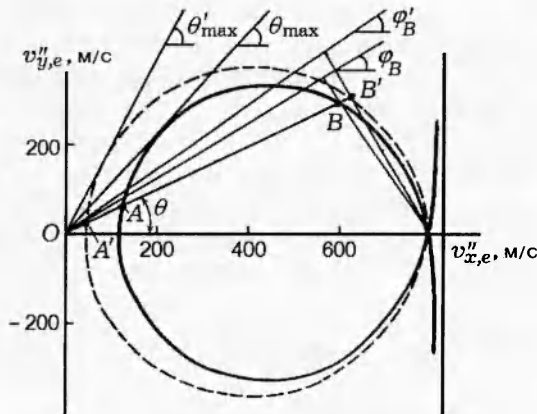


Рис. 5. Ударные поляры смеси воздуха с частицами пенополиуретана, рассчитанные по (9) с учетом (сплошная линия) и без учета (штриховая) объемного содержания частиц:

обозначения как на рис. 4

представляет собой окружность

$$\left(\frac{v''_{x,e}}{v''_{x,0}} - \frac{\Gamma + \alpha_{2,0}}{\Gamma + 1}\right)^2 + \left(\frac{v''_{y,e}}{v''_{x,0}}\right)^2 = \left(\frac{1 - \alpha_{2,0}}{\Gamma + 1}\right)^2, \quad (14)$$

при этом в сильной УВ

$$\theta_{\max}^{(\infty)} = \arcsin \frac{1 - \alpha_{2,0}}{1 + \alpha_{2,0}}. \quad (15)$$

Зависимость (15) для потока равновесной газовой смеси кварцевого песка представлена на рис. 3. Как видно из рисунка, максимальное значение угла отклонения потока газовой смеси $\theta_{\max}^{(\infty)}$ в сильной УВ изменяется немонотонно в зависимости от объемного содержания дисперсной фазы в смеси. При малых значениях $\alpha_{2,0}$ (из-за сильного уменьшения показателя адиабаты смеси с ростом $\alpha_{2,0}$) значение $\theta_{\max}^{(\infty)}$ увеличивается с ростом $\alpha_{2,0}$. При больших значениях $\alpha_{2,0}$ (поскольку показатель адиабаты практически не меняется с ростом $\alpha_{2,0}$ ($\Gamma \rightarrow 1$)) в соответствии с (15) наблюдается убывание $\theta_{\max}^{(\infty)}$ с ростом $\alpha_{2,0}$. На рис. 4, а представлены характерные ударные поляры, рассчитанные в соответствии с уравнением (9) для скачков уплотнения с $v''_{x,0} = 800$ м/с в аэрозольной смеси кварцевого песка ($\alpha_{2,0} = 0,1\%$).

Как видно из представленных ударных поляр, при прочих одинаковых условиях максимальный угол отклонения потока равновесной смеси и угол Маха заметно превышают соответствующие значения этих углов для «чистого» (без частиц) газа. Можно отметить, например, что в равновесной газовой смеси кварцевого

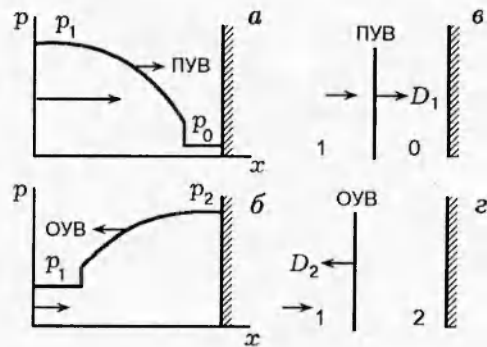


Рис. 6. Схематизация процессов распространения падающей (а) и отраженной от стенки (б) стационарной УВ в газовой смеси; поверхности прямых скачков до (в) и после (г) их отражения от твердой поверхности, распространяющихся со скоростями D_1 и D_2 :

0, 1 — области равновесной смеси перед падающей и отраженной УВ, 1, 2 — за этими волнами; ПУВ и ОУВ — падающая и отраженная УВ

песка с $\alpha_{2,0} = 0,1\%$ за косой УВ ($v''_{x,0} = 800$ м/с) $\theta_{\max} \approx 52^\circ$, а в «чистом» газе $\theta_{\max} = 29^\circ$. При $\theta = 0$ за УВ «сильного» семейства (прямыми скачками уплотнения) скорость равновесной смеси меньше скорости «чистого» газа.

На рис. 4, б в увеличенном масштабе показан участок ударной поляр равновесной смеси, рассчитанный по (9) с учетом и без учета объемного содержания частиц. Как видно из сравнения представленных решений в смесях с весьма малым объемным содержанием частиц ($\alpha_{2,0} \approx 0,1\%$), расчет ударных поляр по уравнению (9) можно выполнить в предположении пренебрежимо малого влияния величины $\alpha_{2,0}$.

Более заметное влияние объемного содержания дисперсной фазы на параметры косых скачков уплотнения в равновесных смесях иллюстрирует рис. 5. На нем показаны ударные поляры для смеси воздуха и частиц пенополиуретана ($\alpha_{2,0} = 0,1\%$; $\rho'_2 = 40$ кг/м³; $c_2 = 1470$ м²/(с² · К)), соответствующие косым УВ с $v''_{x,0} = 800$ м/с. Как видно из рис. 5, учет $\alpha_{2,0}$ в уравнении (9) приводит к меньшему значению максимального угла отклонения потока θ_{\max} ($\theta_{\max} < \theta'_{\max}$), а также к меньшему значению скорости смеси за УВ «слабого» семейства ($v_B < v'_B$) и к ее большему значению за УВ «сильного» семейства ($v_A > v'_A$). В качестве примера можно указать, что для случая, продемонстрированного на рис. 5, $\theta_{\max} = 48^\circ$ и $\theta'_{\max} = 62^\circ$.

ВЛИЯНИЕ ОБЪЕМНОГО СОДЕРЖАНИЯ ИНЕРТНЫХ ЧАСТИЦ НА ВЕЛИЧИНУ ДОСЖАТИЯ ГАЗА ПРИ ОТРАЖЕНИИ ПЛОСКОЙ УВ ОТ ЖЕСТКОЙ СТЕНКИ

Проанализируем влияние показателя адиабаты смеси и объемного содержания дисперсной фазы смеси на параметры прямого скачка уплотнения, образующегося в процессе нормального отражения от жесткой плоской стенки стационарной УВ в газозвеси.

Уравнения равновесной ударной адиабаты для каждой из УВ (рис. 6) имеют следующий вид:

$$\frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{\Gamma + 1}{\Gamma - 1} + \frac{\rho_0}{\rho_1} - \frac{2\alpha_{2,0}}{\Gamma - 1} \right) / \left(\frac{\Gamma + 1}{\Gamma - 1} \frac{\rho_0}{\rho_1} - 1 - \frac{2\alpha_{2,0}}{\Gamma - 1} \right),$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\Gamma + 1}{\Gamma - 1} + \frac{\rho_1}{\rho_2} - \frac{2\alpha_{2,1}}{\Gamma - 1} \right) / \left(\frac{\Gamma + 1}{\Gamma - 1} \frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 - \frac{2\alpha_{2,1}}{\Gamma - 1} \right), \quad (16)$$

где $\alpha_{2,1}$ — объемное содержание твердых частиц в равновесной смеси за падающей УВ. Выражение для $\alpha_{2,1}$ можно получить из закона сохранения массы на ударном скачке падающей волны, записанного отдельно для несжимаемой дисперсной фазы в виде

$$\alpha_{2,0} D_1 = \alpha_{2,1} (D_1 - v_1) = \alpha_{2,1} \frac{\rho_0}{\rho_1} D_1. \quad (17)$$

Из уравнений (16), (17) с учетом законов сохранения массы и импульса на ударных скачках получим формулу

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{(3\Gamma - 1)p_1 - (\Gamma - 1)p_0}{(\Gamma - 1)p_1 + (\Gamma + 1)p_0}, \quad (18)$$

в соответствии с которой давление p_2 за отраженной УВ выражается через давление p_1 за падающей УВ через невозмущенное давление p_0 .

В предельном случае малой интенсивности падающей УВ ($p_1/p_0 \approx 1$) формула (18) редуцируется к виду

$$\frac{p_2}{p_1} \approx 2 - \frac{p_0}{p_1}. \quad (19)$$

В предельном случае весьма значительной интенсивности падающей УВ ($p_1/p_0 \rightarrow \infty$) «досжатие» равновесной смеси за отраженной УВ определяется согласно (18) асимптотическим выражением

$$\frac{p_2}{p_1} \approx \frac{3\Gamma - 1}{\Gamma - 1}. \quad (20)$$

Предельное уплотнение равновесной смеси в сильной отраженной УВ, найденное посредством соотношений (16), (17), (20), приближенно равно

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} \approx \frac{\Gamma - 1}{\Gamma} \left[1 + \frac{\alpha_{2,0}(\Gamma + 1)}{(\Gamma - 1)(\Gamma - 1 + 2\alpha_{2,0})} \right]. \quad (21)$$

ВЫВОДЫ

В результате теоретического исследования получено уравнение ударной поляры для равновесных смесей газа с твердыми несжимаемыми инертными частицами с учетом объемного содержания дисперсной фазы. Показано, что влияние конечности объема, занимаемого частицами, на параметры косых скачков уплотнения заметно проявляется лишь в концентрированных смесях с $\alpha_{2,0} \approx 0,1$. Выведены зависимости для предельных углов отклонения потока равновесной смеси за сильными и слабыми косыми скачками уплотнения. Установлено, что при прочих одинаковых параметрах ($v''_{x,0}$, a_0 , Γ) максимальное значение угла отклонения потока за слабыми скачками уплотнения линейно зависит от объемного содержания частиц. За сильными косыми скачками уплотнения соответствующая зависимость имеет более сложный вид. В случае отражения от жестких стенок плоских ударных волн в равновесных газозвезях с $\Gamma \equiv \text{const}$ величина предельного (максимального) значения отношения давлений в отраженной и падающей ударных волнах не зависит от объемной доли частиц, а соответствующее отношение плотности смеси в указанных волнах зависит от объемного содержания дисперсной фазы в смеси.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Совета по грантам по поддержке ведущих научных школ (код проекта 96-15-96001).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И.** Газовая динамика многофазных сред. Ударные и детонационные волны в газозвезях // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1981. Т. 16. С. 209-293.
2. **Rudinger G.** Some effects of finite particle volume on the dynamics of gas-particle mixtures // AIAA Journal. 1965. V. 3, N 7. P. 1217-1222.
3. **Schmitt von Schubert B. J.** Existence and uniqueness of normal shock waves in gas-particle mixtures // J.Fluid Mech. 1969. V. 38, N 3. P. 633-655.

4. Бондаренко О. Н. Об ударной адиабате в смеси газа с частицами // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 5. С. 165–167.
5. Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 5. С. 33–47.
6. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1.
7. Салтанов Г. А. Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике однофазных и двухфазных сред. М.: Наука, 1979.
8. Нигматулин Р. И., Вайнштейн П. Б., Ахатов И. Ш., Пыж В. А. Структура детонационных волн в двухфазных дисперсных средах // Химическая физика процессов горения и взрыва. Детонация. Черногловка, 1977. С. 100–103.
9. Ахатов И. Ш., Вайнштейн П. Б., Нигматулин Р. И. Структура детонационных волн в газовзвезях унитарного топлива // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 5. С. 47–53.
10. Паламарчук Б. И., Кудинов В. М., Вахненко В. А., Лебедь С. Г. Влияние объемной доли конденсированной фазы на параметры гетерогенной детонации в дисперсных средах // Химическая физика процессов горения и взрыва. Детонация. Черногловка, 1977. С. 92–96.
11. Медведев А. Е., Федоров А. В., Фомин В. М. Исследование адиабат гетерогенной детонации // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 2. С. 115–121.
12. Яненко Н. Н., Фомин В. М., Федоров А. В. и др. Структура ударных, детонационных волн и комбинированных разрывов в смесях газа и частиц // Механика реагирующих сред и ее приложения. Новосибирск: Наука, 1989. С. 133–143.
13. Арутюнян Г. М. Термогидродинамика гетерогенных смесей. М.: Наука, 1991.
14. Miura H., Saito T., Glass I. I. Shock wave reflection from rigid wall in a dusty gas // Proc. Roy. Soc. London. A. 1986. V. 404. P. 55–67.
15. Федоров А. В., Федорова Н. Н. Структура, распространение и отражение ударных волн в смеси двух твердых тел (гидродинамическое приближение) // ПМТФ. 1992. № 4. С. 10–18.
16. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.

*Поступила в редакцию 4/II 1998 г.,
в окончательном варианте — 24/IV 1998 г.*
