

Зависимость скорости горения и величины Z для зарядов модельного состава на основе ПХА, содержащего 10% медных иголок (длиной 4—5 мм), от диаметра иголок при различных давлениях

p , МПа	d , мкм	u , мм/с	z
2	100	14,0	2,06
	200	9,9	1,45
	300	9,0	1,32
4	100	17,8	2,22
	200	12,5	1,56
	300	11,5	1,43
10	100	22,7	2,27
	200	15,8	1,58
	300	14,1	1,41

опыты с зарядами, содержащими короткие (4—5 мм), хаотично ориентированные медные иголки. Из таблицы следует, что в изученном интервале d (от 100 до 300 мкм) скорость горения зарядов монотонно возрастает при уменьшении d . Вопрос о существовании максимума на кривой $u(d)$ или $z(d)$ для зарядов с иголками остается открытым, так как какие-либо экспериментальные или теоретические данные по этому вопросу отсутствуют.

Очевидно лишь, что значение d_* для зарядов с иголками (если оно существует) должно быть меньше, чем для зарядов с длинными проволочками. Действительно, по мере уменьшения d увеличивается число иголок N на еди-

ницу сечения образца², что ведет к росту скорости горения из-за уменьшения расстояния между соседними иголками.

Отметим, что в [7] предложена приближенная модель горения заряда с иголками, ориентированными по направлению горения. При достаточно высокой эффективности иголок ($u/u_0 \gg 1$) выполняется соотношение

$$u = (\pi/3 \cdot l^2 N w u_0^2)^{1/3}, \quad (8)$$

где l — длина иголки. Из (8) следует, что $u \sim \sqrt[3]{w/d^2}$, т. е. максимум на кривой $u(d)$, если он существует, должен быть сдвинут по отношению к максимуму на кривой $w(d)$ в сторону меньших d .

Поступила в редакцию 26/II 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Golub. J. Spac. Rock., 1965, 2, 4, 593.
2. L. H. Caveny, R. L. Glick. J. Spac. Rock., 1967, 4, 1, 79.
3. И. Н. Лобанов, С. М. Жукова, Н. Н. Бахман. — В кн.: Физика аэродисперсных систем. Вып. 7. Киев: КГУ, 1972.
4. М. М. Арш, Н. Н. Бахман и др. Изв. вузов. Химия и хим. технология, 1974, 17, 1, 35.
5. N. N. Bakhman, V. N. Kondrikov e. a. Fuel, 1976, 55, 243.
6. Л. И. Алдабаев, Н. Н. Бахман и др. Докл. АН СССР, 1978, 241, 5, 1109.
7. Н. Н. Бахман, И. Н. Лобанов, ФГВ, 1975, 11, 3, 501.
8. P. W. M. Jacobs, H. M. Whitehead. Chem. Rev., 1969, 69, 4, 551.
9. А. Н. Пивень, Н. А. Гречаная, И. И. Чернобыльский. Теплофизические свойства полимерных материалов. Справочник. Киев: Вища школа, 1976.
10. В. И. Одолевский. ЖТФ, 1951, 21, 6.
11. W. A. Rosser, S. H. Inami, H. Wise. AIAA J., 1966, 4, 4633.

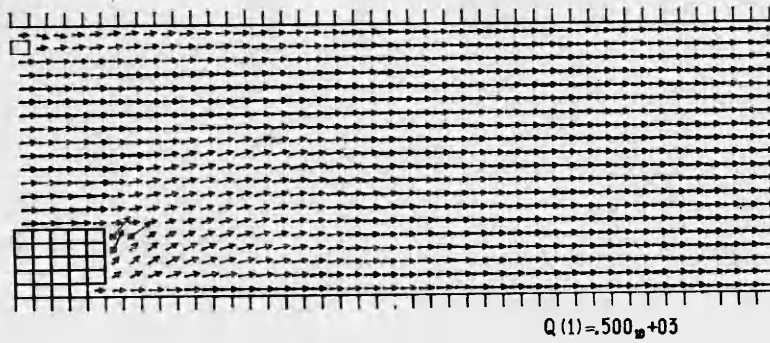
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМИЧЕСКОГО СЖАТИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА ГОРЕНИЕМ

В. И. Головичев

(Новосибирск)

1. Влияние инъекции топлива в донную область обтекаемого тела экспериментально исследовалось достаточно подробно [1] при попытке увеличить давление в этой области и уменьшить тем самым сопротивление тел, движущихся со сверхзвуковыми скоростями. До недавнего времени, однако, не было серьезных попыток теоретического анализа

² $N = 4/\pi d^2 \cdot m_{тз} \cdot \rho/\rho_{тз}$, где $m_{тз}$ — весовая доля иголок в заряде; ρ , $\rho_{тз}$ — плотность заряда с иголками, плотность иголок.



$Q(1) = 500_{\text{м}} + 03$

Рис. 1. Схема анализируемого плоского течения. Точка течения, в которой модуль вектора скорости оказывается меньшим некоторого значения, помечается стандартным графопостроителем. Величина модуля вектора скорости в этом случае передается неправильно, направление — правильно (время 0,100 в некоторых относительных единицах).

сложных донных течений с подводом массы и тепла, хотя более простые течения подобного типа изучены достаточно подробно [2].

Достаточно реалистичная картина течения может быть получена лишь на основе совместного решения полных уравнений динамики вязкого газа и уравнений переноса массы отдельных компонентов смеси, источники членов в которых описывают совокупность протекающих в потоке неравновесных физико-химических процессов.

Система полных уравнений Навье — Стокса, дополненная законами сохранения вещества и энергии в форме соответствующих дифференциальных уравнений, является наиболее перспективной моделью для расчета параметров движущейся реагирующей сплошной среды. В рамках этой модели имеется возможность учета таких факторов, существенных для описания реальных течений, как нерасчетность режима истечения струй реагентов, возникновение значительных градиентов давления вследствие протекания экзотермических химических реакций, образование в потоке скачков уплотнения, наличие рециркуляционных зон и т. д.

2. Численно анализируется плоское ограниченное течение вблизи среза сопла одиночного инжектора (рис. 1), подающего топливо (холодное или нагретое) в сверхзвуковой поток окислителя. Задача состоит в решении системы следующих уравнений, описывающих плоский (или осесимметричный) поток N -компонентной реагирующей газовой смеси:

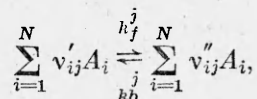
$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho vr) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u) &= 0, \\ \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho v^2 r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho uv) &= - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_{rr} r) + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} - \frac{\sigma_{\varphi\varphi}}{r}, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho uvr) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u^2) &= - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_{rz} r) + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}, \\ \frac{\partial \rho I}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho vIr) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho uI) &= - p \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (vr) + \frac{\partial u}{\partial z} \right] + \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\sigma_{rr} vr + \sigma_{rz} ur) + \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_{rz} v + \sigma_{zz} u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rk \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \times & (1) \\ \times \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q}_c + \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho h_i(T) r D_i \frac{\partial (\rho_i/\rho)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \times \right. \\ \times \left. \left[\rho h_i(T) D_i \frac{\partial (\rho_i/\rho)}{\partial z} \right] \right\}, \\ \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho_i vr) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_i u) &= (\rho_i)_c + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho D_i r \frac{\partial (\rho_i/\rho)}{\partial r} \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho D_i \frac{\partial (\rho_i/\rho)}{\partial z} \right], \quad i = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

Свойства среды определены следующими дифференциальными и алгебраическими связями:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial r} + \lambda \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (vr) + \frac{\partial u}{\partial z} \right], \\
 \sigma_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \\
 \sigma_{zz} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial z} + \lambda \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (vr) + \frac{\partial u}{\partial z} \right], \\
 \sigma_{\varphi\varphi} &= 2\mu \frac{v}{r} + \lambda \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (vr) + \frac{\partial u}{\partial z} \right], \\
 \mu &= \mu(T), \quad \lambda = \lambda(T), \quad D_i = D_i(T, \rho_i), \\
 p &= (\gamma - 1) \rho I, \quad \rho = \sum_i \rho_i, \quad \gamma = c_p/c_v, \\
 c_p &= \sum_{i=1}^N [c_{p_i}(T) \rho_i] / \rho, \quad c_v = \sum_{i=1}^N [c_{v_i}(T) \rho_i] / \rho, \\
 \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho r D_i \frac{\partial}{\partial r} (\rho_i / \rho) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho D_i \frac{\partial}{\partial z} (\rho_i / \rho) \right] \right\} &= 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь μ , λ и k — коэффициенты первой и второй вязкости и теплопроводности смеси; $h_i(T)$ — удельная энтальпия i -го компонента смеси; D_i — коэффициент бинарной диффузии; ρ_i — плотность i -го компонента; p — давление; T — статическая температура; I — удельная внутренняя энергия; γ — показатель адиабаты; σ_{rr} , σ_{rz} , σ_{zz} , $\sigma_{\varphi\varphi}$ — компоненты тензора вязких напряжений и т. д. Постановка задачи предполагает задание кинетических уравнений в форме феноменологического закона действующих масс, схемы химических реакций, коэффициентов скоростей реакций и свойств компонентов смеси.

Схема химических реакций задавалась стехиометрическими соотношениями



где v'_{ij} , v''_{ij} — стехиометрические коэффициенты прямой и обратной j -реакции соответственно; A_i — символ компонента смеси, участвующего в реакции; k_f^j и k_b^j — кинетические параметры скоростей прямой и обратной реакций.

Система уравнений химической кинетики определяет источниковый член в уравнениях баланса массы компонентов смеси

$$(\rho_i)_c = M_i \sum_{j=1}^{N_r} (v'_{ij} - v''_{ij}) \dot{\omega}_j,$$

где

$$\dot{\omega}_j = k_f^j(T) \prod_{i=1}^N (\rho_i / M_i)^{v'_{ij}} - k_b^j(T) \prod_{i=1}^N (\rho_i / M_i)^{v''_{ij}};$$

M_i — молекулярная масса i -го компонента смеси; N_r — число реакций. Скорость выделения или поглощения тепла в уравнении энергии определялась как

$$\dot{Q}_c = \sum_j \dot{\omega}_j Q_j^0,$$

где Q_j^0 — тепловой эффект j -й реакции.

Анализировалась модельная четырехкомпонентная химическая система, в которой имела место одна химическая реакция, энергетика и кинетические параметры которой приближенно описывают кинетику горения водорода в воздухе. Коэффициенты эффективной диффузии отдельных компонентов смеси, сложным образом зависящие от состава и коэффициентов бинарной диффузии всех пар соединений в смеси, аппроксимировались упрощенными выражениями, приведенными в [3]. Более строгая постановка, использующая соотношения Стефана — Максвелла, представляется непрактично сложной, хотя она и позволяет избежать затруднений [4], связанных с корректным описанием диффузии компонентов смеси при сильно отличающихся коэффициентах D_i . Конечно-разностные аналоги основных законов сохранения (1) решены с помощью модификации полунявного метода ICE [4, 5] с использованием принципа расщепления по физическим процессам [6]. На первом этапе вычислений «явно» рассчитывались значения плотности и компонентов импульса ρ и ρu_i через значения конвективных потоков массы и градиента давления, взятых с предыдущего временного слоя. Плотности компонентов смеси ρ_i вычислялись в три этапа, на каждом из которых последовательно учитывался вклад физических процессов конвекции, диффузии и химических реакций. Существенным элементом вычислительной процедуры является отделение газодинамических процессов от химических и расчет последних с использованием неявных разностных схем.

Далее интегрировалось уравнение для удельной внутренней энергии. Окончательное решение определялось с помощью процедуры итерационного уточнения поля давления таким образом, чтобы плотность и компоненты импульса с заданной точностью удовлетворяли уравнению неразрывности во всех расчетных ячейках.

При решении полных нестационарных уравнений Навье — Стокса по параметру расчетной области задавались простейшие граничные условия «скольжения», «отражения», а также «мягкие» граничные условия на выходе потока из канала.

3. Численные результаты иллюстрируют влияние инжекции легко-го реакционноспособного газа в основание ближнего следа за плоским обратным уступом на структуру течения и интенсивность протекания химических реакций. Схема течения при числе $Re = 3000$ представлена на рис. 1, где приведено векторное поле скорости в начальный момент времени. Число Рейнольдса определено по условиям на плоскости симметрии течения и размеру уступа. Параметры потоков на входе в канал соответствуют случаю «сильного» вдува звуковой струи водорода ($p_{н1} \approx 0,5$ атм, $T_{н1} = 300$ К) вдоль плоскости симметрии ближнего следа, образуемого сверхзвуковым потоком воздуха ($M_{н2} = 4,2$, $p_{н2} = 0,0123$ атм, $T_{н2} = 650$ К). Струя топлива в этом канале расширяется подобно сверхзвуковому потоку, проходящему через веер волн разрежения. Скачок уплотнения, создаваемый кромкой донного среза, отражается от верхней стенки канала и вместе со слабым рекомпрессионным скачком «изолирует» донную область таким образом, что статическое давление в ней резко падает.

Стационарная картина подобного течения представлена на рис. 2 изолиниями статического давления. Повторное сжатие потока происходит в основном на периферии следа в косом скачке уплотнения, и инжектируемый поток остается сверхзвуковым в пределах всей расчетной области ближнего следа ($z/H = 5$; H — высота уступа). Отметим, что в описываемом расчетном случае топливо с верхней стенки канала не подавалось. Химические реакции протекают в областях сжатия потока, где достигается достаточная степень завершенности процесса смешения. Положение зон тепловыделения иллюстрируют распределения статической температуры смеси, представленные на рис. 3. Такая схема подачи топлива в принципе противоположна подходу, используемому в экспериментах для уменьшения донного сопротивления, так как интенсивность тепловыделения явно недостаточная для эффективного сжатия сверхзвукового потока.

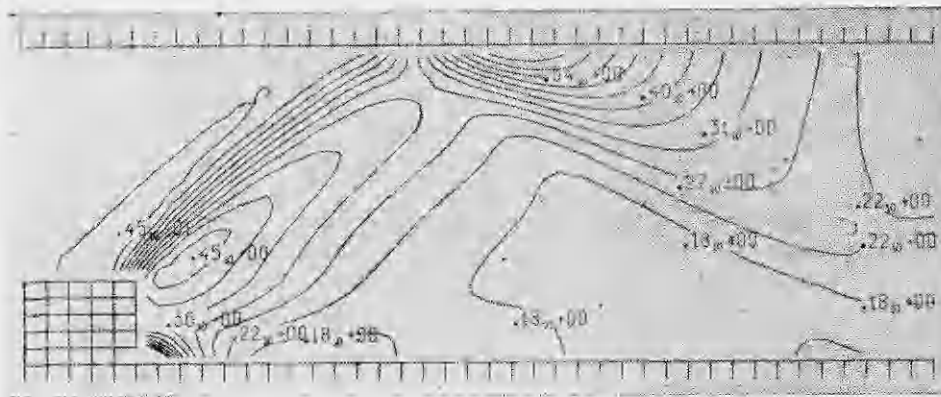


Рис. 2. Изолинии статистического давления стационарного поля плоского течения (в некоторых относительных единицах; время 0,450).

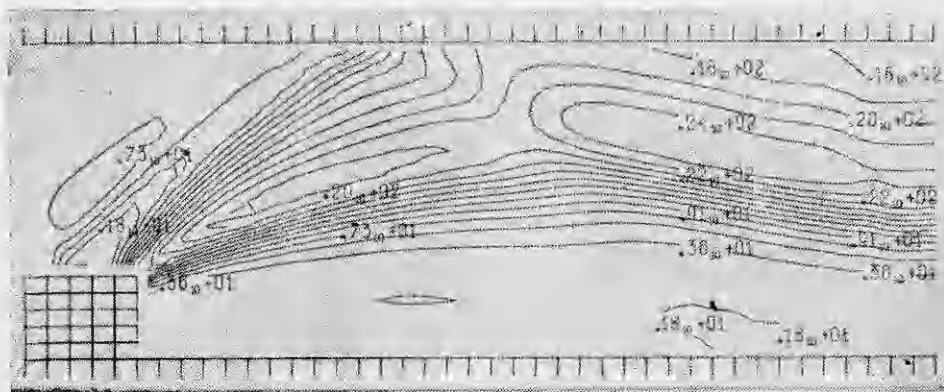


Рис. 3. Изолинии статистической температуры стационарного поля плоского течения (в K/100; время 0,550).

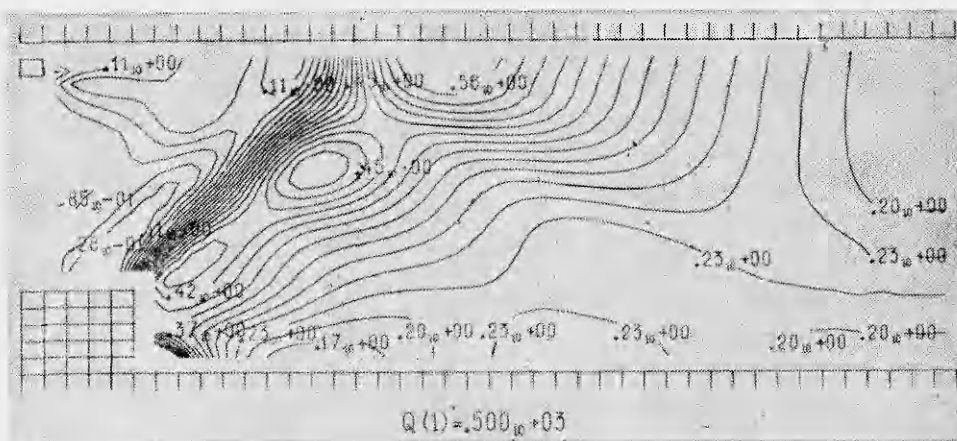


Рис. 4. Изолинии статистического давления в промежуточный момент, времени (время 0,400).

Для реализации термического сжатия потока численно моделировалось течение, возникающее при подаче дополнительного топлива путем вдува звуковой холодной струи водорода со степенью перасчетности, равной 5. Рис. 4, 5, на которых представлены распределения статического

Приведенные численные результаты свидетельствуют об информативности численных методов при анализе сложных явлений смесеобразования и горения в сверхзвуковом потоке.

Автор признателен Г. В. Климчик за помощь в графической обработке результатов расчетов и П. К. Третьякову за полезные обсуждения.

Поступила в редакцию 8/VI 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. В. К. Баев, А. Ф. Гаранин, П. К. Третьяков. ФГВ, 1975, 11, 859.
2. Л. В. Гогиш, Г. Ю. Степанов. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979.
3. E. S. Campbell, R. M. Fristrom. Chem. Reviews, 1958, 58, 2, 173.
4. У. Ривард, Т. Батлер, О. Фармер. Численное решение задач гидромеханики. М.: Мир, 1977.
5. V. K. Baev, V. I. Golovichev et al. Numerical Modelling of a Chemically Driven H_2 - HCl Transfer Laser. Paper presented at the VIII-th ICOGER, Heat and Mass Transfer Institute. Minsk, USSR, 24–28 August 1981.
6. В. М. Ковеня, Н. Н. Яценко. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.

О ЧИСЛЕ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ОДНОМЕРНОГО ПРОТОЧНОГО ХИМИЧЕСКОГО РЕАКТОРА С РЕАКЦИЕЙ ТИПА АВТОКАТАЛИТИЧЕСКОЙ

*В. С. Берман, Ю. С. Рязанцев, В. М. Шевцова
(Москва)*

Определение областей изменения характерных параметров, в которых возможна неединственность стационарных режимов,— один из фундаментальных вопросов математической теории химических реакторов, так же как и теории теплового взрыва и теории распространения пламени. Этому вопросу посвящено большое количество исследований (например, [1–6]). Анализ оказывается сравнительно простым лишь в случае реакторов полного перемешивания и полного вытеснения. В первом случае число стационарных режимов определяется числом решений алгебраического или трансцендентного уравнения [7], во втором — режим всегда оказывается единственным, так как соответствующая математическая задача есть задача Коши и имеет единственное решение [8]. В более общем случае реактора с продольным перемешиванием даже в случае одномерного приближения и одной химической реакции решение вопроса о числе стационарных решений двухточечной краевой задачи, описывающей тепло- и массообмен в реакторе, как правило, не может быть получено асимптотическими методами.

Во многих работах для реакторов с продольным перемешиванием предлагались различные приближенные критерии существования единственного стационарного режима (например, [9–11]). Однако область применимости и точность этих критериев весьма ограничены. В связи с этим при определении числа стационарных режимов работы химических реакторов с продольным перемешиванием большое значение приобретают численные методы. Примером достаточно полного многопараметрического численного анализа существования и числа стационарных режимов являются работы [12–14], в которых рассматривался одномерный проточный реактор с продольным перемешиванием с реакцией первого порядка.

В данной работе путем численного анализа проведено полное исследование вопроса о числе стационарных решений для одномерного изотермического проточного реактора с продольным перемешиванием в случае одной химической реакции, когда скорость химической реакции зависит от концентрации по закону

$$f(c) = k_1 c / (1 + k_2 c)^2,$$