

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В РАСТЯГИВАЕМОЙ ПЛОСКОСТИ С КРУГОВЫМ ВЫРЕЗОМ

И. И. Бугаков

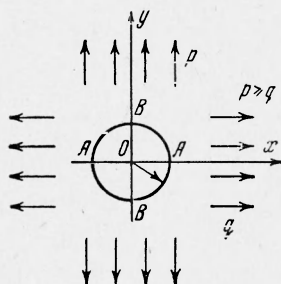
(Ленинград)

Приводятся некоторые результаты исследования оптическим методом концентрации напряжений в «опасных» точках A растягиваемой плоскости с круговым вырезом (фиг. 1) в условиях установившейся ползучести. Установлена зависимость величины коэффициента концентрации напряжений в «опасных» точках от механических свойств среды и характера напряженного состояния «на бесконечности». Результаты исследования пригодны по аналогии и для пластической среды с упрочнением.

Теоретическое решение задачи (фиг. 1) в осесимметричном случае, когда напряжения на бесконечности равны ($p = q$), получено А. Г. Костюком [1] для среды, следующей степенному закону упрочнения

$$\epsilon_i = B s_i^m \quad (s_i = \sqrt[3]{\frac{1}{2} \sqrt{s_{\alpha\beta} s_{\alpha\beta}}}) \quad (1)$$

Здесь ϵ_i — интенсивность деформации сдвига, s_i — интенсивность касательного напряжения, $s_{\alpha\beta}$ — компоненты девиатора напряжения, B и m — постоянные материала.



Фиг. 1

Приближенное решение задачи при $p = q$ получил В. И. Розенблюм [2], используя потенциал Треска — Сен-Венана. Решение для среды Рамберга — Осгуда дали Будянский и Мангасарян [3].

Попытки решить задачу в случае одноосного растяжения ($q = 0$) сделаны в [4-6].

Экспериментальное решение задачи при $q = 0$ по схеме, отличающейся от принятой здесь, дано в [7-10].

Задача (фиг. 1) решалась методом фотоползучести [11] при помощи моделей из двух сортов технического прозрачного целлулоида, различавшихся «возрастом». Целлулоид 1 имел «возраст» полтора года, целлулоид 2 — полгода. Из проведенных ранее опытов над целлулоидом при двусосном растяжении [12] вытекает, что в состоянии установившейся (вернее, квазиустановившейся [13,11]) ползучести справедлива зависимость

$$\epsilon_i = \varphi(t) s_i \exp(b s_i) \quad (2)$$

Здесь t — время, b — постоянная материала. Для небольших интервалов напряжения применима более простая зависимость (1), причем B — функция t .

Были проведены одноосные испытания образцов из материала моделей при постоянных нагрузках и той же температуре 20°C , при которой исследовались модели.

Испытания показали, что для целлулоида 1 постоянная $b = 0.011$, для s_i в интервале от 85 до 210 кг/см^2 можно принять $m = 2.2$.

Для целлулоида 2 постоянная $b = 0.016$, для s_i в интервале от 100 до 180 кг/см^2 можно принять $m = 3$.

Модели имели форму креста [14], применявшегося в исследовании свойств целлулоида при двусосном растяжении [12] и при экспериментальном решении задачи (фиг. 1) в случае $p = q$, $m = 2.5$ [11].

В средней части крестов, имеющих размеры $60 \times 60 \text{ мм}$, было сделано отверстие диаметром 7 мм, толщина моделей была равна 4 мм.

Модели растягивались в загрузочном устройстве, позволяющем прикладывать к ветвям креста постоянные напряжения p и q независимо одно от другого. Вследствие продольных прорезей в ветвях креста в средней его части при отсутствии отверстия создается практически однородное статически определимое напряженное состояние.

В опытах для p и q были приняты следующие значения:

$p \text{ кг/см}^2 =$	100	114	114	100
$q \text{ кг/см}^2 =$	0	38	76	100
$\alpha = q/p =$	0	1/3	2/3	1

Во всех опытах интенсивность касательных напряжений «на бесконечности»

$$s_i^\infty = \sqrt{p^2 - pq + q^2}$$

была равна 100 кг/см^2

Оптическая разность хода δ измерялась методом Сенармона [1] в плоскополяризованном свете с длиной волны 546 мкм. Полученные для обеих точек A результаты осреднялись. Переход от δ к главному напряжению $\sigma_1 = \sigma_*$ в точке A осуществлялся при помощи изохронных кривых в координатах δ, σ_1 . Названные кривые строились по результатам измерений δ в упоминавшихся одноосных испытаниях образцов из материалов моделей. Проведенные ранее исследования показали, что такой способ перехода к напряжениям достаточно надежен [1], погрешность определяется технической стороной эксперимента.

Коэффициенты концентрации напряжений k в A вычислялись по формуле

$$k = \sigma_* / p$$

Поляризационно-оптические измерения показали, что перераспределение напряжений практически заканчивается для целлюлоида 1 примерно через 25 час, для целлюлоида 2 — через 5 час после нагружения моделей. В дальнейшем модели находятся в состоянии установившейся ползучести. Приводим экспериментальные значения k для названного состояния.

$\alpha = 0$	$1/3$	$2/3$	1	
$k = 2.00$	1.82	1.67	1.50	целлюлоид 1
$k = 1.72$	1.57	1.43	1.30	целлюлоид 2

Значения k показаны на фиг. 2 кружками, темными точками обозначены результаты [1] для $\alpha = 1, m = 2.2$ и $m = 3$; при этом линия 1 соответствует значениям $s_0 = 0, m = 1$; линии 2 — целлюлоиду, 1 — значениям $s_0 = 1.1, m = 2.2$; 3 — целлюлоиду 2; $s_0 = 1.6, m = 3$; линия 4 — $s_0 \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty$.

Можно считать, что теоретические и экспериментальные значения k для $\alpha = 1$ практически совпадают. Хорошее согласие с данными [1] было получено ранее для $\alpha = 1, m = 2.5$ [14].

Введем безразмерный параметр $s_0 = bs_i^\infty$.

При $m = 1$ поле напряжений совпадает с полем напряжений в соответствующей линейно упругой задаче [13], и имеет место [15] зависимость $k = 3 - \alpha$, показанная на фиг. 2 линией 1.

Аналогичная ситуация имеет место при $s_0 = 0$, так как тогда $b = 0$, уравнение (2) становится линейным относительно связи ε_i и s_i .

При $m > 1, s_0 > 0$ коэффициент k по-прежнему линейно связан с α (фиг. 2).

При $m \rightarrow \infty, s_0$ развивается «предельное состояние ползучести». Если невозможны области жесткого смещения (например, при $\alpha = 1$), поле напряжений в «предельном состоянии ползучести» совпадает при любом значении внешних нагрузок с предельным идеально пластическим состоянием [13]. Решение [16] идеально пластической задачи при $\alpha = 1$ дает $k = 1$. Решение аналогичных задач при $\alpha < 1$ нам неизвестно. Однако есть основания считать, что $k = 1$ при всех возможных α (горизонтальная ось на фиг. 2).

Аналогичная картина имеет место и при $s_0 \rightarrow \infty$.

Для коэффициента концентрации напряжений в точках A получаются простые аппроксимационные формулы

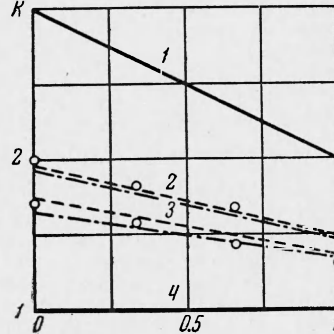
$$k = 1 + \frac{2 - \alpha}{1 + s_0}, \quad k = 1 + \frac{2 - \alpha}{m} \quad (3)$$

Первая формула используется в случае применения зависимости (1) и вторая — в случае применения зависимости (2).

При $s_0 = 0$ и $s_0 \rightarrow \infty$ и аналогично при $m = 1$ и $m \rightarrow \infty$ формулы (3) становятся точными. Применение их при конечных значениях $s_0 > 0$ и $m > 1$ приводит к хорошим результатам (фиг. 2, соответственно штриховые и штрих-пунктирные линии).

Вторая формула (3) представляет обобщение предложенной А. Г. Костюком зависимости $k = 1 + 1/m$ для $\alpha = 1$, хорошо согласующейся с точным решением

$m = 1$	1.67	3	5	∞	
$k = 2$	1.62	1.35	1.21	1	[1]
$k = 1 + 1/m = 2$	1.60	1.33	1.20	1	



Фиг. 2

При $\alpha \geq 2/3$ интенсивность касательных напряжений в моделях находится в интервалах, в которых справедливы принятые значения m . При α в интервале $0 < \alpha < 2/3$ у точек B (фиг. 1) имеется локальная зона с низким уровнем s_1 . Значения m в ней отличаются от принятых. Хорошее согласие вычислений по второй формуле (3) с результатами эксперимента означает, что это обстоятельство мало влияет на величину k в A и что, следовательно, применение (1) при $\alpha < 2/3$ приводит к удовлетворительным результатам.

Далее, при $\alpha < 1/3$ у точек B имеется в условиях упругости и ползучести локальная зона сжимающих тангенциальных напряжений. Предполагается, что свойства среды при растяжении — сжатии одинаковы или что имеющееся различие свойств при растяжении — сжатии не влияет на величину k в A .

Есть основания предполагать, что формулы (3) справедливы и при $\alpha < 0$, в частности в случае чистого сдвига ($q = -p$, $\alpha = -1$).

Формулы (3) применимы для приближенного вычисления коэффициентов концентрации напряжений в «опасных» точках турбинных дисков с малыми отверстиями. Роль напряжений p и q играют радиальное и тангенциальное напряжения в точках диска, где расположены отверстия, но без учета последних.

Наибольшие растягивающие напряжения действуют на контуре выреза не при всех значениях s_0 и m . Начиная с некоторого значения s_0 и m , «опасные» точки смещаются внутрь области в направлении $0x$ (фиг. 1). Однако наибольшее растягивающее напряжение в них, по-видимому, незначительно отличается от напряжения в A . Так, в случае осесимметричной задачи для «предельного состояния ползучести» «опасные» точки расположены на радиусе $r \approx 2.07a$ (a — радиус выреза), действующее в них напряжение больше напряжения на контуре выреза на 15% [16]. В проведенных опытах наибольшее растягивающее напряжение наблюдалось на контуре выреза.

Поступила 29 II 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Костюк А. Г. О равновесии кольцевой пластинки при степенном законе упрочнения. ПММ, 1950, т. 14, вып. 3.
2. Розенблюм В. И. О приближенных уравнениях ползучести. Изв. АН СССР, ОТН. Механика и машиностроение, 1959, № 5.
3. Budiansky B., Mangasarian O. L. Plastic stress concentration at a circular hole in an infinite sheet subjected to equal biaxial tension. J. Appl. Mech., 1960, vol. 27, No. 1.
4. Budiansky B., Vidensek F. J. Analysis of stresses in plastic range around a circular hole in a plate subjected to uniaxial tension. NACA Techn. Note, 1955, No 3542.
5. Филиппов А. П. Влияние ползучести на концентрацию напряжений в пластинке с круглым отверстием. Сб. «Исследования по вопросам устойчивости и прочности». Изд. АН УССР, 1956.
6. Marin J. Creep stresses and strains in an axially loaded plate with a hole. J. Franklin Inst., 1959, vol. 268, No. 1.
7. Frocht M. M., Thomson R. A. Studies in photoplasticity. Proc. 3. US Nat. Congr. Appl. Mech., 1958.
8. Mönch E., Loreck R. A study of the accuracy and limits of application of plane photoplastic experiments. Photoelasticity. Proc. Int. Symposium (Chicago, 1961). Pergamon press, 1963.
9. Durelli A. J., Sciammarella C. A. Elastoplastic stress and strain distribution in a finite plate with a circular hole subjected to unidimensional load. J. Appl. Mech., 1963, vol. 30, No. 1.
10. Ахметзянов М. Х. Исследование концентрации напряжений в пластической области при помощи фотоупругих покрытий. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1963, № 1.
11. Бугаков И. И. Исследование метода фотоползучести. Сб. «Исследования по упругости и пластичности», 1. Изд. ЛГУ, 1961.
12. Бугаков И. И. Ползучесть целлулоида при простом нагружении. ПМТФ, 1962, № 5.
13. Качанов Л. М. Теория ползучести. Физматгиз, 1960.
14. Бугаков И. И. Об аппаратуре для исследования ползучести пластмасс. Сб. «Исследования по упругости и пластичности», 1. Изд. ЛГУ, 1961.
15. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд-во АН СССР, 1954.
16. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. Гостехтеориздат, 1956.