

УДК 532.5+519.63

## **Оптимизационное проектирование ротора гидротурбины по критериям эффективность–прочность\***

**Д.В. Банников, Д.В. Есипов, С.Г. Черный, Д.В. Чирков**

*Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск*

E-mail: cher@ict.nsc.ru

Система оптимизационного проектирования рабочего колеса гидротурбины [1] расширяется включением экономичных методик расчета потерь энергии во всей проточной части гидротурбины и напряженно-деформированного состояния лопасти. Потери энергии находятся на основе моделирования пространственного турбулентного потока и инженерных полуэмпирических формул. Напряженно-деформированное состояние определяется из решения линейной задачи упругости для изолированной лопасти, нагруженной гидродинамическим давлением, методом граничных элементов. С помощью предложенной системы решается задача проектирования рабочего колеса турбины мощностью 640 МВт, дающего заданную зависимость КПД от режима работы турбины (критерий эффективности). При этом возникающие в нем напряжения не превосходят критического значения (критерий прочности).

**Ключевые слова:** гидротурбина, численное моделирование, оптимизация, гидродинамические потери энергии, прочность.

### **ВВЕДЕНИЕ**

В работе [1] предложен метод автоматического проектирования лопасти рабочего колеса (РК) гидротурбины (ГТ), основанный на последовательности расчетов трехмерных течений невязкой несжимаемой жидкости в вариациях геометрии рабочего колеса и поиске с помощью генетического оптимизационного алгоритма такой формы лопасти, которая обеспечивает минимум заданных целевых функционалов. Использование уравнений Эйлера для расчетов течения позволило существенно сократить время этих расчетов и, соответственно, решения оптимизационной задачи. Тем не менее, корректный расчет потерь энергии и, следовательно, КПД в рамках модели невязкой жидкости невозможен. Поэтому в работе [1] формулировались критерии, позволяющие косвенно уменьшать потери энергии в проточном тракте за счет формирования заданной кинематики потока и тем самым увеличивать КПД.

В настоящей работе при оптимизационном проектировании для каждой геометрии лопасти осуществляется непосредственный расчет потерь энергии на основе комбинированной методики, при этом результирующая оптимальная геометрия обеспечивает их минимум. Комбинированная методика состоит в том, что в направ-

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 08-01-00364-а).

ляющем аппарате (НА) и рабочем колесе потери энергии находятся на основе расчета пространственного потока в рамках модели турбулентного течения. В остальных элементах — спиральной камере (СК), статоре (СТ) и отсасывающей трубе (ОТ) — они оцениваются по инженерно-эмпирическим зависимостям, полученным обобщением экспериментальных данных. Такой подход позволяет за короткое время определять КПД всей гидротурбины. С использованием предложенной комбинированной методики были рассчитаны универсальные характеристики (УХ) различных гидротурбин, которые хорошо согласовались с экспериментальными.

Для проектирования рабочего колеса, у которого напряжение не превосходит критических значений, в настоящей работе предлагается постановка задачи расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) РК и сформулированы прочностные ограничения на основе критерия Мизеса [2]. На основе метода граничных элементов [3] разработан оригинальный численный алгоритм для определения НДС рабочего колеса, находящегося под действием гидродинамических, гравитационных и центробежных сил.

Решена задача оптимизационного проектирования рабочего колеса гидротурбины мощностью 640 МВт, одновременно удовлетворяющего требованиям к его прочностным и энергетическим характеристикам.

### ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Течение вязкой несжимаемой жидкости в направляющем аппарате и РК описывается нестационарными пространственными уравнениями Рейнольдса, имеющими вид

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial(v_i v_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ v_{eff} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] + f_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где  $\hat{p} = p / \rho + 2k / 3$ ,  $f_1 = x_1 \omega^2 + 2v_2 \omega$ ,  $f_2 = x_2 \omega^2 + 2v_1 \omega$ ,  $f_3 = g$ ,  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ,  $\omega$  — угловая скорость вращения РК вокруг оси  $x_3$ ,  $\omega = 0$  для направляющего аппарата. Стандартная  $k$ - $\varepsilon$  модель турбулентности с логарифмическим законом пристеночной функции использовалась для вычисления эффективной вязкости  $v_{eff}$  и кинетической энергии турбулентности  $k$ . Стационарное решение находилось как предельное решение нестационарной задачи при  $t \rightarrow \infty$ .

### ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Численный метод решения уравнений (1), (2) основан на введении искусственной сжимаемости в модель путем добавления производной по времени от давления в уравнение неразрывности (1). Уравнения дискретизируются неявным методом конечных объемов с использованием MUSCL схемы 3-го порядка для конвективных членов и центрально-разностной схемы 2-го порядка для вязких членов. Производные по времени в модифицированных уравнениях с искусственной сжимаемостью уравнениях (1) и (2) аппроксимируются направленными разностями 1-го порядка. В настоящей работе решаются только стационарные задачи и эти производные по времени играют роль итерационных слагаемых. Итерации по  $t$  проводятся до тех пор, пока не будет получено стационарное решение. Линеаризованная система дискретизированных уравнений решается с помощью LU разложения [1].

## НАПОР И КПД ГИДРОТУРБИНЫ

По известным полям течения в гидротурбине может быть вычислен напор жидкости  $H$ , равный разности полных энергий потока в сечениях перед входом в СК и на выходе из ОТ:

$$H = E_{СК,вх} - E_{ОТ,вых}, \quad (3)$$

$$E = \frac{1}{Q} \int_S \left( \frac{p}{\rho g} - x_3 + \frac{|v|^2}{2g} \right) (\mathbf{v} \cdot d\mathbf{S}), \quad (4)$$

где  $Q$  — расход жидкости.

С другой стороны напор  $H$  может быть представлен в следующем виде:

$$H = \Delta h + H_{РК}, \quad (5)$$

где  $\Delta h$  — сумма потерь энергии во всех элементах ГТ

$$\Delta h = \Delta h_{СК} + \Delta h_{СТ} + \Delta h_{НА} + \Delta h_{РК} + \Delta h_{ОТ}, \quad (6)$$

$H_{РК}$  — полезный напор, отводимый РК на вал генератора, который определяется следующим образом:

$$H_{РК} = \frac{M_{РК}\omega}{gQ}, \quad M_{РК} = \int_S (\mathbf{r} \times (pd\mathbf{S} - \boldsymbol{\tau}_w d\mathbf{S})) \mathbf{a}, \quad (7)$$

$M_{РК}$  — гидродинамический момент, вращающий лопасти относительно оси вращения РК, задаваемой вектором  $\mathbf{a} = (0,0,1)$ ,  $\boldsymbol{\tau}_w$  — напряжение трения вязкой жидкости, интегрирование ведется по всем твердым стенкам РК.

С учетом вышесказанного КПД ГТ может быть определен следующим образом:

$$\eta = H_{РК}/H. \quad (8)$$

## КОМБИНИРОВАННАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ

Пусть задана геометрия проточной части (ПЧ) ГТ, через которую протекает жидкость с расходом  $Q$ . РК вращается с угловой скоростью  $\omega$ , а НА открыт на величину  $a_0$ . Требуется определить потери энергии во всех элементах гидротурбины, момент  $M_{РК}$  и полный напор  $H$ .

Предлагается следующая методика, объединяющая моделирование вязкого течения в НА и РК для непосредственного определения потерь энергии в них и инженерно-эмпирические формулы для определения потерь в СК, СТ и ОТ.

Потери энергии в спиральной камере и статоре оцениваются по формулам:

$$\Delta h_{СК} = \zeta_{СК} \frac{v_{СК}^2}{2g}, \quad \Delta h_{СТ} = \zeta_{СТ} \frac{v_{СТ}^2}{2g}, \quad (9)$$

где  $\zeta_{СК}$ ,  $\zeta_{СТ}$  — коэффициенты потерь [4, 5],  $v_{СК}$ ,  $v_{СТ}$  — характерные скорости на входе в СК и СТ.

Потери энергии в НА  $\Delta h_{НА}$ , РК  $\Delta h_{РК}$  и момент  $M_{РК}$  (7) вычисляются из расчета пространственного вязкого течения в этих элементах:

$$\Delta h_{НА} = E_{НА,вх} - E_{НА,вых}, \quad \Delta h_{РК} = E_{РК,вх} - E_{РК,вых} - \frac{M_{РК}\omega}{gQ}. \quad (10)$$

Потери в ОТ определяются по формуле

$$\Delta h_{\text{от}} = \zeta_{\text{от}} \frac{c_m^2}{2g} + \frac{c_u^2}{2g}, \quad (11)$$

где  $\zeta_{\text{от}}$  — коэффициент потерь в ОТ [5, 6],  $c_m$ ,  $c_u$  — средние расходная и окружная составляющие вектора абсолютной скорости на входе в ОТ, которые берутся из расчета течения в рабочем колесе.

#### КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ

Расчет течения проводится в одном межлопаточном канале направляющего аппарата и одном межлопастном канале рабочего колеса. На твердых стенках ставится условие прилипания потока. На границах протекания жидкости из одного канала в другой ставится условие периодичности. На границе обмена между НА и РК происходит осреднение потока в окружном направлении.

При моделировании течений в гидротурбине общеупотребительной постановкой входных–выходных условий является постановка расход–давление, в которой во входном сечении задается расход и угол входа потока или распределение вектора скорости, в выходном сечении — распределение давления. При этом во входном сечении задается расход и угол входа потока или распределение вектора скорости, в выходном сечении — распределение давления. При использовании указанных краевых условий напор жидкости  $H$  определяется после моделирования потока.

Однако в задачах проектирования формы проточной части ГТ, расчетного построения УХ, моделирования переходных процессов и др. [1, 5, 6] расход жидкости заранее неизвестен и должен определяться с тем условием, чтобы напор  $H$  равнялся заданному значению.

При использовании краевых условий расход–давление определить расход  $Q^*$ , соответствующий заданному напору  $H^*$  можно по следующему алгоритму. Проводится два гидродинамических расчета для разных значений расходов жидкости  $Q_1$  и  $Q_2$ . Вычисляются соответствующие напоры  $H_1$  и  $H_2$ . Строится линейная аппроксимация зависимости  $Q(H)$  и находится расход  $Q_3 = Q(H^*)$ , для которого проводится гидродинамический расчет и определяется напор  $H_3$ . Если  $|H^* - H_3| < \delta$ , то искомый расход найден, иначе строится линейная аппроксимация  $Q(H)$  по значениям  $Q_2$  и  $Q_3$ . Шаги алгоритма повторяются до получения требуемой точности определения напора  $\delta$ . Обычно алгоритм сходится за один шаг, то есть расход  $Q_3$  дает требуемый напор с достаточной степенью точности. Таким образом, требуется провести три гидродинамических расчета для определения расхода, соответствующего заданному значению напора.

При решении задачи проектирования с использованием краевых условий расход–давление напор  $H$  явно не фиксируется и, вообще говоря, может отклониться от заданного режимного его значения. Поэтому его сохранение формулируется в виде ограничения оптимизационной задачи [1]. В процессе оптимизационного проектирования рассчитывается невязкое течение в одном РК. По насчитанному полю скорости находится  $H_{\text{РК}}$ . Остальная составляющая напора станции  $H$  — потери  $\Delta h$  (6), по различным оценкам [5, 6] в оптимальном режиме работы гидротурбины составляют порядка 5 % самого напора. Поэтому для сохранения заданного напора станции  $H$  накладывается ограничение на напор  $H_{\text{РК}}$  в виде неравенства

$$|H_{\text{РК}} - 0,95H| < \varepsilon, \quad (12)$$

где  $\varepsilon$  — малая величина.

В настоящей работе предлагаются краевые условия, которые позволяют по заданному напору  $H$  определять расход жидкости, проходящий через ГТ, одновременно с нахождением поля течения. Во входном сечении направляющего аппарата задается угол входа потока и его энергия

$$E_{\text{НА,вх}} = H - \Delta h_{\text{СК}} - \Delta h_{\text{СТ}}, \quad (13)$$

где  $\Delta h_{\text{СК}}$ ,  $\Delta h_{\text{СТ}}$  определяются по формулам (9). В выходном сечении РК задается условие радиального равновесия для давления [1] и энергия жидкости

$$E_{\text{РК,вых}} = \Delta h_{\text{ОТ}}, \quad (14)$$

где  $\Delta h_{\text{ОТ}}$  определяется по формуле (11).

Использование краевых условий (13)–(14) позволяет исключить ограничение (12) из постановки оптимизационной задачи, поскольку напор станции в этом случае задается явно.

### ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ О НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОМ СОСТОЯНИИ ЛОПАСТИ РАБОЧЕГО КОЛЕСА

В полной постановке задачи расчета напряженно-деформированного состояния рабочего колеса рассматривается один циклически повторяющийся сектор РК, состоящий из обода, ступицы и лопасти (рис. 1). Сектор РК находится под действием центробежной, гравитационной и гидродинамических сил. Расчет НДС лопасти РК проводится в рамках уравнений линейной теории упругости. С помощью метода граничных элементов [3] выписываются граничные интегральные уравнения, которые дискретизируются изопараметрическими элементами с линейной аппроксимацией величин на каждом из них. Пример разбиения поверхности на элементы приведен на рис. 1. С помощью метода коллокации строится система линейных уравнений, которая решается с помощью метода GMRES. В результате решения задачи на поверхности лопасти определяются векторы нагрузок и смещений.

Для оценки прочностного качества лопасти используется критерий возникновения пластических деформаций Мизеса. Этот критерий утверждает, что необратимые изменения материала возникают в случае, если максимальные эквивалент-

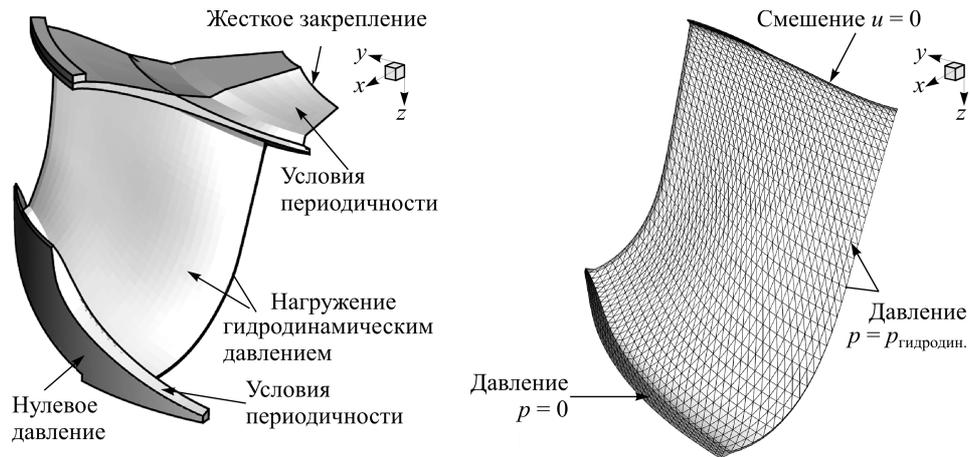


Рис. 1. Граничные условия в полной (слева) и упрощенной (справа) постановках задачи определения НДС РК. Разбиение поверхности лопасти на граничные элементы.

ные напряжения в материале превышают предел текучести  $\sigma_c$ . Эквивалентные напряжения  $\sigma$  определяются по формуле

$$\sigma = 0,5\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)}, \quad (15)$$

где  $\sigma_{ij}$  — компоненты тензора напряжений.

При проектировании РК необходимо, чтобы максимальные эквивалентные напряжения  $\sigma_{\max} = \max(\sigma)$  в материале удовлетворяли условию

$$\sigma_{\max} < \alpha\sigma_c, \quad (16)$$

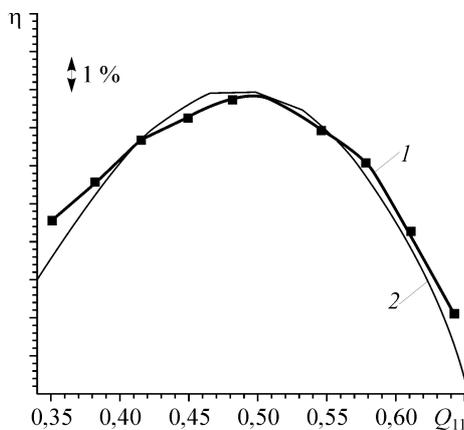
где  $\alpha < 1$  — зависит от требований к запасу прочности.

В работе расчет НДС проводится для изолированной лопасти, втулочный торец которой заземлен, торец обода свободен от напряжений, рабочая и тыльная поверхности лопасти нагружены гидродинамическим давлением (см. рис. 1, справа). Исключение из расчетной области обода и ступицы позволяет существенно сократить время расчета, что особенно важно в задачах оптимизационного проектирования. Влияние обода и ступицы на напряжения в лопасти учитываются следующим образом. Проводятся по одному расчету НДС РК в полной и упрощенной постановках и вычисляются величины  $\sigma_{\max, \text{полн}}^* = \max(\sigma_{\max, \text{полн}})$  и  $\sigma_{\max, \text{упр}}^* = \max(\sigma_{\max, \text{упр}})$ . Критерий (16) при расчете в упрощенной постановке переписывается следующим образом:

$$\sigma_{\max, \text{упр}} < \alpha\sigma_c + (\sigma_{\max, \text{упр}}^* - \sigma_{\max, \text{полн}}^*). \quad (17)$$

#### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТНОГО ПОСТРОЕНИЯ УНИВЕРСАЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Предлагаемая комбинированная методика позволяет проводить расчет потерь энергии и расхода с приемлемой степенью точности. Для демонстрации этого и оценки погрешностей в определении КПД и расхода проведено расчетное построение универсальных характеристик прототипа известной турбины, имеющей мощность 640 МВт, напор 194 м, диаметр РК 6,77 м. Была проведена серия расчетов разных эксплуатационных режимов, в которых открытие направляющего аппарата  $a_0$  варьируется в пределах  $\pm 20\%$  от  $a_{0, \text{опт}}$  соответствующего режиму максимального КПД. Приведенная частота вращения РК  $n_{11, \text{опт}}$  задавалась



69 об/мин. Для каждого значения  $a_0$  из указанного выше диапазона по комбинированной методике определялись расход  $Q$  и КПД  $\eta$ . Коэффициенты потерь в (9) полагались равными  $\zeta_{\text{СК}} = 0,04$ ,  $\zeta_{\text{СТ}} = 0,05$ , в (11) —  $\zeta_{\text{ОТ}} = 0,15$ . На рис. 2 представлены сравнения рассчитанных и экспериментальных КПД

Рис. 2. Зависимость КПД прототипа от приведенного расхода: 1 — расчет, 2 — эксперимент.

от приведенного расхода  $Q_{11}$  при  $n_{11} = n_{11, \text{опт}}$ . В отклонении КПД получена максимальная ошибка менее 0,5 % на режимах, близких к оптимальным, и менее 1,5 % — на не оптимальных режимах. В сравнении с экспериментальными данными расход недооценен в области малых расходов на 2 % и менее 0,5 % для остальных рассмотренных режимов.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЛОПАСТИ РАБОЧЕГО КОЛЕСА ПО КРИТЕРИЯМ ЭФФЕКТИВНОСТЬ–ПРОЧНОСТЬ

Целью оптимизационного проектирования являлось нахождение геометрии РК, дающей зависимость КПД от расхода максимально приближенной к желаемой  $\eta_0(Q)$  (рис. 3) и имеющей прочностные характеристики не хуже, чем у исходного прототипа. В процессе поиска такой геометрии для каждой вариации формы исходного прототипа по комбинированной методике на трех режимах работы ГТ определялись значения расхода  $Q_i$  и КПД  $\eta_i$ . Геометрия, дающая наименьшие значения функционала

$$F = |\eta_0(Q_1) - \eta_1| + |\eta_0(Q_2) - \eta_2| + |\eta_0(Q_3) - \eta_3|, \quad (18)$$

являлась искомой. Каждый из трех режимов работы ГТ задавался фиксированным напором  $H_0$ , частотой вращения РК  $n_{11, \text{опт}}$  и открытием НА  $a_0$ :  $a_{01} = 0,85a_{0, \text{опт}}$ ,  $a_{02} = a_{0, \text{опт}}$  и  $a_{03} = 1,28a_{0, \text{опт}}$ . У прототипа рассчитанные для заданных открытий приведенные расходы составили  $Q_{11,1} = 0,42$ ,  $Q_{11,2} = 0,49$  и  $Q_{11,3} = 0,6$  соответственно.

Для сохранения прочностных характеристик не хуже, чем у прототипа ставилось ограничение (17) при  $\alpha = 1/3$ . Параметры, входящие в (17), рассчитанные у прототипа, составили  $\sigma_{\text{max,полн}}^* = 110$  МПа и  $\sigma_{\text{max,упр}}^* = 350$  МПа. Для стали марки 08X15H4ДМЛ  $\sigma_c = 650$  МПа.

Геометрия РК варьировалась 16 параметрами, изменяющими угловые координаты срединной поверхности лопасти. В результате анализа 15 поколений по 60 геометрий в каждом генетический оптимизационный алгоритм [1] нашел оптимальное решение. На рис. 3 представлены сравнения зависимостей КПД от расхода для исходного РК, полученного в результате решения оптимизационной задачи, и кривая  $\eta_0(Q)$ . В результате оптимизированная геометрия обладает увеличенным КПД на оптимальном режиме и режиме максимальной мощности, при этом на режиме неполной загрузки КПД понизилось на 0,8 %. На рис. 4 представлены распределения эквивалентных напряжений по поверхности лопасти. Оптимизированная геометрия имеет максимальные напряжения  $\sigma_{\text{max,упр}}^* = 340$  МПа.

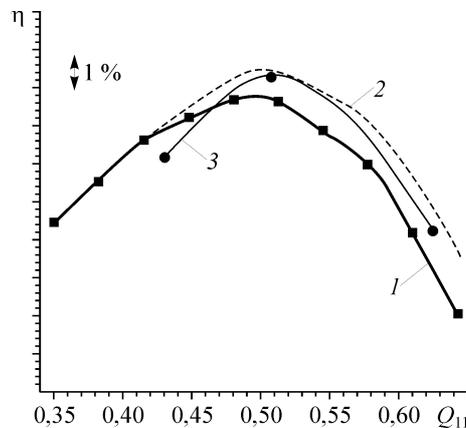


Рис. 3. Зависимости КПД: 1 — прототип, 2 — желаемая зависимость  $\eta_0$ , 3 — оптимизированная геометрия.

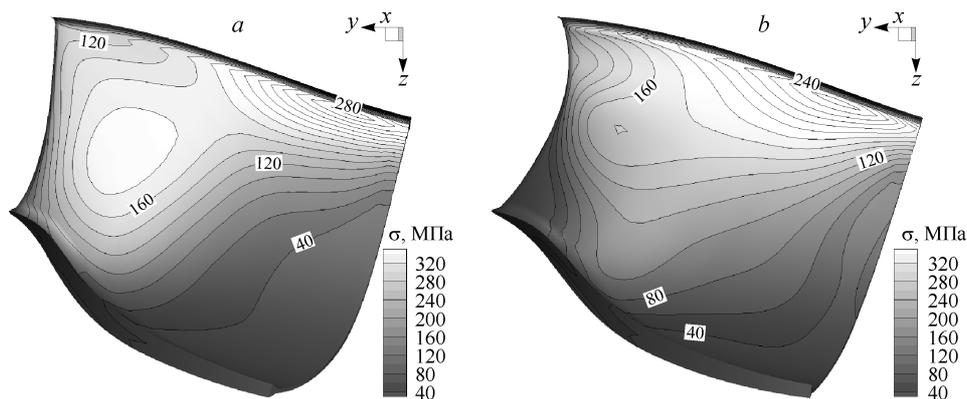


Рис. 4. Распределение эквивалентных напряжений (тензора Мизеса) по рабочей стороне лопасти прототипа (слева) и оптимизированной геометрии (справа).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлен подход к проектированию геометрии РК, основанный на постановке и решении задачи минимизации значений целевого функционала при наличии нелинейных ограничений. Предложенный в работе целевой функционал позволяет автоматически выбирать геометрии РК, дающие заданную зависимость КПД от режимных параметров. КПД ГТ рассчитывается по экономичной комбинированной методике, которая дает результаты, хорошо совпадающие с экспериментальными. Ограничением оптимизационной задачи являлись статические напряжения, возникающие в лопасти РК, величина которых не должна превосходить критического значения. В результате решения оптимизационной задачи удалось получить геометрию РК, с улучшенными энергетическими и прочностными характеристиками по сравнению с исходным прототипом.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черный С.Г., Чирков Д.В., Лапин В.Н., Скороспелов В.А., Шаров С.В. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 202 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука. 1984. Т. 2. 560 с.
3. Aliabadi M. H. The Boundary element method. applications in solids and structures. Vol. 2. New Jersey: Wiley. 2002.
4. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М. – Л.: ГЭИ, 1960. 63с.
5. Этинберг И.Э., Раухман Б.С. Гидродинамика гидравлических турбин. Л.: «Машиностроение» (Ленингр. отд-ние). 1978. 280 с.
6. Топаж Г.И. Расчет интегральных гидравлических показателей гидромашин. Л.: Издательство Ленинградского университета. 1989. 208 с.

*Статья поступила в редакцию 17 мая 2010 г.*