

Область законности сделанного предположения лежит на фиг. 5 выше прямой (б). Видно, что все просчитанные варианты не нуждаются в уточнении в связи с учетом излучения.

Суммируя вышеизложенное, можно сказать, что принятая модель оболочки достаточно обоснованно оперирует сделанными предположениями.

Проведенные численные эксперименты показали, что ускорение плазменной оболочки в волне разрежения повышает возможности ускорителя, позволяя надеяться на получение импульсных потоков высокотемпературной ( $T \approx 10^7$  К) и относительно плотной ( $n = 10^{17}$  1/см<sup>3</sup>) плазмы. По-видимому, полученные данные могут представить интерес и для исследования процессов в ускорителях с импульсным напуском газа, так как ускорение в них также сопровождается наличием волны разрежения, бегущей навстречу ускоряемой плазме.

Кроме этого, анализ разлета плазмы в волне разрежения может оказаться полезным для выяснения механизма ускорения элементарных частиц в процессах, аналогичных тем, которые происходят на поверхности звезды при выходе на нее мощной ударной волны [6] или при разлете лазерной плазмы с поверхности мишени [7].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Комельков В. С., Кузнецов А. П. и др. Разлет плазменной токовой оболочки.— ПМТФ, 1978, № 5.
2. Комельков В. С., Кузнецов А. П. и др. Динамика плазменной оболочки с вынесенным током.— ПМТФ, 1982, № 2.
3. Комельков В. С., Модзелевский В. И. Коаксиальный ускоритель плотной плазмы.— Физика плазмы, 1977, т. 3, вып. 5.
4. Васильев В. И., Комельков В. С. и др. Устойчивый динамический токовый шнур.— ЖЭТФ, 1960, т. 30, с. 756.
5. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
6. Colgate S. A., Jonson M. H. Hydrodynamic origin of cosmic rays.— Phys. Rev. Lett., 1960, vol. 5, N 6.
7. Басов Н. Г., Бобашев С. В. и др. Спектрометрические наблюдения многозарядных ионов мегавольтных энергий в лазерной плазме.— Письма в ЖЭТФ, 1982, т. 36, вып. 7.

Поступила 31/X 1983 г.

УДК 537.84 : 539.374

#### К МАГНИТОПЛАСТИЧНОСТИ НАМАГНИЧИВАЮЩИХСЯ СРЕД

Н. Д. Слатинский, И. Е. Тарапов

(Харьков)

Одной из актуальных задач современной механики является исследование поведения сплошных сред в сильных электромагнитных полях [1]. При этом большой интерес для исследования представляют среды с сильно выраженными магнитными свойствами, поскольку в таких средах существенную роль играет их взаимодействие с электромагнитным полем посредством ponderomotorных сил и притоков энергии от поля к веществу, обусловленных намагничиванием.

Магнитопластические течения намагничивающихся сред реализуются в элементах технических конструкций, работающих в магнитных полях, которые создают давления, близкие к пределу текучести магнитного материала [2]. Исследование таких течений представляет интерес для порошковой металлургии и обработки металлов большими давлениями [3]. Можно ожидать, что влияние эффекта намагниченности является существенным в материалах, образованных спеканием ферромагнетиков с другими металлами.

Основная система уравнений магнитопластичности без учета эффектов намагничивания получена в [4]. Вывод основных уравнений движения намагничивающихся сред дан в [5].

Предположим в несжимаемой и идеально проводящей среде квазистационарность рассматриваемых процессов и обратимость намагничивания. Для описания пластических течений намагничивающихся сред в электро-

магнитном поле, исходя из [4, 5], получаем замкнутую систему уравнений в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \nabla_k v^k = 0; \\
 (2) \quad & \rho dv^i/dt = \nabla_k P^{ik}; \\
 (3) \quad & \rho T \frac{d}{dt} \left( s + \frac{\mu_0}{\rho} \int_0^H \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_{\rho, H} dH \right) = P_{ik}^{0*} v^{ik} + \operatorname{div} (\lambda \nabla T); \\
 (4) \quad & \nabla_k B^k = 0; \\
 (5) \quad & \partial \mathbf{B} / \partial t = \operatorname{rot} [\mathbf{v}, \mathbf{B}]; \\
 (6) \quad & P_{ik}^{0*} = \eta v_{ik}; \\
 (7) \quad & \frac{1}{2} P_{ik}^{0*} P^{0*ik} = k^2.
 \end{aligned}$$

Здесь  $P_{ik} = P_{ik}^0 + P_{ik}^H$  — полный тензор напряжений, а  $P_{ik}^H = -g_{ik} \left( \mu_0 \frac{H^2}{2} + \mu_0 \int_0^H \left( M - \rho \left( \frac{\partial M}{\partial \rho} \right)_{T, H} \right) dH \right) + H_i B_k$  — его магнитная часть;  $\rho$ ,  $v$ ,  $T$ ,  $s$  — соответственно плотность, скорость, температура и энтропия среды;  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{B}$  — напряженность и индукция магнитного поля;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности; звездочкой обозначен девиатор тензора напряжений среды  $P_{ik}^{0*} = P_{ik}^0 - \frac{1}{3} g_{ik} P_l^l$ ;  $\eta = \frac{k \sqrt{2}}{\sqrt{v_{ik} v^{ik}}}$ ;  $v_{ik} = (1/2)(\nabla_i v_k + \nabla_k v_i)$  — тензор скоростей деформаций. Закон намагничивания задается в общем виде  $\mathbf{M} = M(\rho, T, H)\mathbf{H}/H$ . В том случае, когда намагниченность не зависит от температуры  $M = M(\rho, H)$ , уравнение изменения энтропии отделяется от основной системы (1)–(7) и служит для определения поля температур после нахождения скорости и магнитного поля.

В качестве примера рассмотрим задачу о магнитопластическом течении трубы ( $a, b$  — внутренний и внешний радиусы трубы) при наличии замороженного поля под действием внутреннего и внешнего давлений. Как обычно в теории пластических течений [6], будем пренебрегать в уравнении движения (2) производными по времени и конвективными слагаемыми. Считаем, что материал намагничен до насыщения ( $M = m_0 = \text{const}$ ). Из соображений симметрии в цилиндрической системе координат ( $r, \varphi, z$ ) все величины зависят только от  $r$ , а кроме того,  $P_{r\varphi}^0 = P_{rz}^0 = P_{\varphi z}^0$  и  $v_\varphi = v_z = 0$ . Для определения компонент тензора напряжений имеем

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dr} P_{rr}^0 \pm \frac{P_{rr}^0 - P_{\varphi\varphi}^0}{r} - B_r \frac{dH_r}{dr} - B_\varphi \frac{dH_\varphi}{dr} - B_z \frac{dH_z}{dr} + \frac{d}{dr} B_r H_r + \frac{B_r H_r - B_\varphi H_\varphi}{r} = 0, \\
 P_{\varphi\varphi}^0 - P_{rr}^0 \mp 2k, \quad P_{zz}^0 = P_{rr}^0 \mp k.
 \end{aligned}$$

Выбор знака в этих уравнениях осуществляется в соответствии с геометрией задачи.

Пусть замороженное магнитное поле  $\mathbf{H}_0$  и магнитное поле  $\mathbf{H}$  внутри полости трубы, под действием которого происходит пластическое течение, имеют вид  $\mathbf{H}_0(0, H_{\varphi 0}, H_{z0})$  и  $\mathbf{H}(0, H_\varphi, H_{z0}(a))$ . Считая давление на внешней поверхности трубы равным нулю, имеем граничное условие  $P_{rr}^0(b) = 0$ . Положим  $t = a/b$  и  $q = H_{z0}(a)/H_{\varphi 0}(a)$ . Тогда для величины магнитного поля  $H_\varphi(a)$ , при котором начнется пластическое течение, выполняется соотношение

$$\begin{aligned}
 (8) \quad & \mu_0 \frac{H_\varphi^2(a)}{2} = 2k \ln \frac{b}{a} + \mu_0 \frac{H_{\varphi 0}^2(a)}{a^2} \left( b^2 - \frac{a^2}{2} \right) + 2\mu_0 m_0 \frac{t^2}{a} H_{\varphi 0}(a) \times \\
 & \times \left( \frac{1 + q^2 t^2}{\sqrt{1 + q^2}} - \frac{t}{2} \sqrt{1 + q^2 t^2} \right) + \mu_0 m_0^2 \frac{b^2}{a^2} \left( \frac{1 + q^2 t^2}{1 + q^2} - t \sqrt{\frac{1 + q^2 t^2}{1 + q^2}} \right).
 \end{aligned}$$

Когда замороженное поле отсутствует, течение трубы начинается при условии  $\mu_0 H_\Phi^2(a)/2 = 2k \ln(b/a)$ . Поскольку в (8) выражения в скобках всегда положительны, то замороженное поле всегда препятствует течению. Намагниченность  $m_0 > 0$  усиливает это действие поля.

Рассмотрим течение трубы под действием внешнего магнитного давления. Граничным условием является равенство  $P_{rr}^0(a) = 0$ . Пусть замороженное поле  $\mathbf{H}_0$  и внешнее поле  $\mathbf{H}$  имеют только трансверсальные составляющие, т. е.  $\mathbf{H}_0(0, H_{\Phi 0}, 0)$  и  $\mathbf{H}(0, H_\Phi, 0)$ . Полагая  $H_{\Phi 0}(b) = n$ , получим для величины внешнего поля, при котором начнется пластическое течение, равенство

$$\mu_0 H_\Phi^2(b)/2 = 2k \ln(b/a) - f_{m_0}(t, n),$$

где

$$f_{m_0}(t, n) = \frac{\mu_0}{2} ((1 - 2t^2)n^2 + 2m_0 t(1 - 2t)n + 2m_0^2 t(1 - t)).$$

Для определения тех значений, при которых замороженное поле будет способствовать или препятствовать течению, надо исследовать знак  $f_{m_0}(t, n)$ . Графики функции  $f_{m_0}(t, n)$  при различных значениях параметра толщины  $t$  изображены сплошными линиями на фиг. 1, 2, где представлены случаи:  $0 < t < 1/2$ ,  $t = 1/2$ ,  $1/2 < t < 2/3$  (фиг. 1, а—в соответственно);  $t = 2/3$ ,  $2/3 < t < 1/\sqrt{2}$  (фиг. 2, а, б соответственно); прямая линия на фиг. 2, в соответствует  $t = 1/\sqrt{2}$ , когда  $f_0(1/\sqrt{2}, n) = 0$ , а параболическая линия —  $1/\sqrt{2} < t < 1$ . На фиг. 1, 2 приведены для сравнения штриховыми линиями графики функции  $f_0(t, n)$  для немагнитной среды при различных  $t$ . Отметим существование особых точек  $n_0 = m_0(1 - t)/(2t - 1)$ ,  $n_1 = m_0 t(2t - 1)/(1 - 2t^2)$ ,  $n_2 = 2m_0$ ,  $n_{3,4} = m_0(2t - 1)t + \sqrt{t(3t - 2)}/(1 - 2t^2)$ ,  $n_5 = m_0/\sqrt{2}$  и значения функции

$$f_{m_0}(1/2, n) = f_0(1/2, n) + \mu_0 m_0^2/4 = \frac{\mu_0}{4} (n^2 + m_0^2),$$

$$f_{m_0}(t, n_1) = \mu_0 m_0^2 t(2 - 3t)/2(1 - 2t^2),$$

роль которых существенна при анализе полученных результатов. Имеем следующие случаи: при  $(2/3 < t < 1/\sqrt{2}, n_3 < n < n_4)$ , а также при  $(t = 1/\sqrt{2}, n > n_5)$  и  $(1/\sqrt{2} < t < 1, n > n_3)$  замороженное магнитное поле препятствует пластическому течению.

При  $(t = 2/3, n = n_2)$ ,  $(2/3 < t < 1/\sqrt{2}, n = n_3$  или  $n = n_4)$ ,  $(t = 1/\sqrt{2}, n = n_5)$  и  $(1/\sqrt{2} < t < 1, n = n_3)$  замороженное поле на величину  $\mu_0 H_\Phi^2(b)/2$  не сказывается.

При всех остальных изменениях  $t$  и  $n$  замороженное поле способствует пластическому течению.

Для завершения анализа нужно добавить, что при  $(1/2 < t < 1, n = n_0)$  намагниченность на процесс не влияет, а при  $(1/2 < t < 2/3, n = n_1)$  способствующее течению влияние замороженного поля имеет минимум точно так же, как при  $(2/3 < t < 1/\sqrt{2}, n = n_1)$  препятствующее течение влияние имеет максимум.

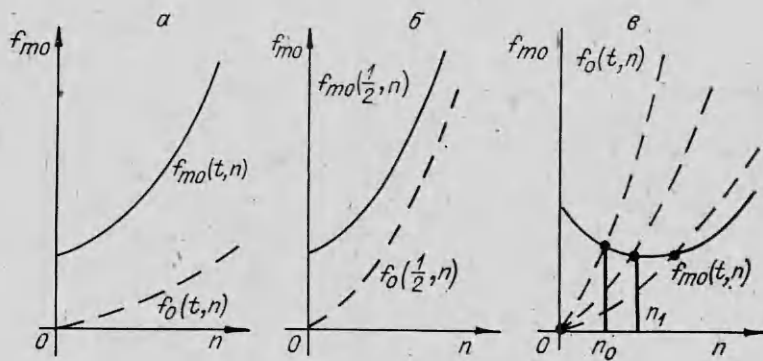
Отметим, что существование значений  $n_0 - n_5$  обнаружено лишь благодаря учету способности материала намагничиваться.

Пусть замороженное поле  $\mathbf{H}_0$  и внешнее поле  $\mathbf{H}$  имеют вид  $\mathbf{H}_0(0, H_{\Phi 0}, 0)$  и  $\mathbf{H}(0, H_\Phi(b)r/b, H_z)$ . Тогда для значения внешнего продольного поля, при котором начинается течение, имеем

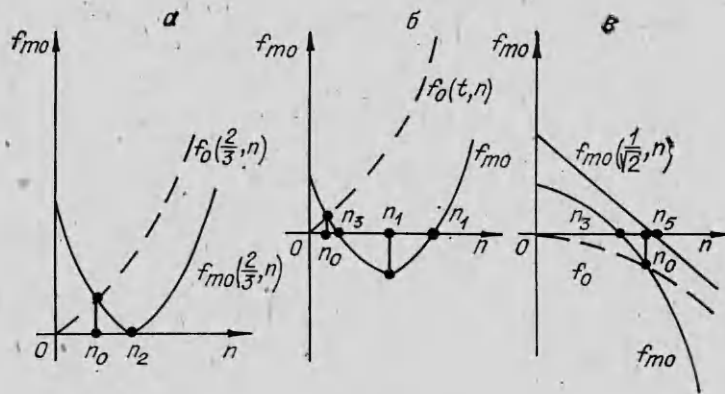
$$\mu_0 \frac{H_z^2(b)}{2} = 2k \ln \frac{b}{a} - g_{m_0}(t, n),$$

где

$$g_{m_0}(t, n) = \mu_0 ((1 - t^2)n^2 + m_0 t(1 - 2t)n + m_0^2 t(1 - t)).$$



Ф и г. 1



Ф и г. 2

Критические значения поля в этом случае равняются

$$n_0 = \frac{m_0(1-t)}{2t-1}, \quad n_1 = \frac{m_0 t(2t-1)}{2(1-t^2)},$$

$$n_2 = \frac{2}{3}m_0, \quad n_{3,4} = \frac{m_0((2t-1)t \mp \sqrt{t(5t-4)})}{2(1-t^2)},$$

$$g_{m_0}\left(\frac{1}{2}, n\right) = \frac{\mu_0}{4}(3n^2 + m_0^2), \quad g_{m_0}(t, n_1) = \frac{\mu_0 m_0^2 t(4-5t)}{4(1-t^2)}.$$

Имеем следующие возможности:

при  $(4/5 < t < 1, n_3 < n < n_4)$  замороженное поле препятствует течению;

при  $(t = 4/5, n = n_2)$  и  $(4/5 < t < 1, n = n_3)$  или  $n = n_4$  замороженное поле на течение не влияет;

при всех остальных значениях  $t$  и  $n$  замороженное поле способствует пластическому течению.

Заменяя на фиг. 1 и 2, а, б  $f_{m_0}(t, n)$  на  $g_{m_0}(t, n)$  и  $2/3$  на  $4/5$ , можно получить качественную картину изменения функции  $g_{m_0}(t, n)$  для всех  $t(0 < t < 1)$  и  $n(n > 0)$  и проследить влияние замороженного поля на течение точно так же, как это сделано в предыдущем примере.

Критические значения  $n_0 - n_4$  обнаружены только благодаря учету способности материала намагничиваться.

Проведенные исследования показывают, что магнитные свойства среды существенно влияют на характер пластического течения. При этом в зависимости от напряженности приложенного магнитного поля намагниченность может как способствовать, так и препятствовать ему. Для типичных материалов (технические сорта железа, мягкая сталь, никель) состояние насыщения, где можно применять закон  $M = m_0$ , наступает в

достаточно слабых полях  $n_h \sim 400$  Э. Соответствующие области, где замороженное поле способствует течению, незначительно сужаются по сравнению с представленными на графиках, а на параметр  $t$  накладывается дополнительное ограничение  $t \leq t_h$ , где для рассматриваемых материалов  $t_h = 0,94-0,98$ . Анализ течения при  $n < n_h$ , когда насыщение намагниченности не достигается и существенную роль играют магнитокалорические эффекты, требует дополнительных исследований.

В заключение отметим, что в предельном переходе к немагнитной среде полученные нами результаты совпадают с результатами [4].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. О перспективных направлениях и задачах в механике сплошных сред.— ПММ, 1976, т. 40, вып. 6.
2. Кольм Г., Фримен А. Сильные магнитные поля.— УФН, 1966, т. 88, вып. 4.
3. Бельий И. В., Фертик С. М., Хищенко А. Т. Справочник по магнитоимпульсной обработке металлов. Харьков: Вища шк., 1977.
4. Демущкий В. П., Половин Р. В. О магнитоэластическом течении.— ПММ, 1969, т. 33, вып. 5.
5. Таранов И. Е. К гидродинамике поляризующихся и намагничивающихся сред.— Магнитн. гидродинамика, 1972, вып. 1.
6. Соколовский В. В. Теория пластичности. М.: Высш. шк., 1969.

Поступила 24/XI 1983 г.

УДК 533.9

### О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ СОПРОТИВЛЕНИИ ШАРА, СОДЕРЖАЩЕГО ИСТОЧНИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ КОНДУКЦИОННОГО ТИПА

В. И. Шатров, В. И. Яковлев  
(Новосибирск)

В [1] были начаты исследования по влиянию электромагнитных объемных сил (ЭОС) на картину обтекания и на величину гидродинамического сопротивления шара. ЭОС создавались электромагнитным источником индукционного типа, расположенным внутри шара и способным привести шар в поступательное движение относительно жидкости. Из представленных в [1] графиков можно заметить один интересный результат, заключающийся в том, что в самодвижущемся режиме коэффициент сопротивления давления почти на порядок меньше своего классического значения при всех исследованных числах Рейнольдса от 50 до 300. Важно выяснить, является ли этот результат случайным и связанным с принятым в [1] режимом работы, когда ЭОС не зависели от исследуемого поля скоростей, или он имеет место при других внутренних источниках. Интересно также проверить предположение о возможности снижения суммарного коэффициента сопротивления при значениях  $Re$ , превышающих 300. Для получения ответов на оставленные вопросы численные исследования были продолжены с использованием кондукционного источника в режимах, когда распределение электрического поля и объемных сил в жидкости зависит от поля скоростей, значение числа Рейнольдса доведено до  $10^3$ . Описанию результатов этих численных экспериментов посвящена данная работа. Показано, что сопротивление давления в самодвижущемся режиме работы внутреннего источника составляет малую долю от полного сопротивления во всех рассмотренных случаях. Подтверждено, что полное сопротивление самодвижущегося шара может быть меньше своего классического значения, поскольку в одном из режимов работы внутреннего источника при  $Re = 1000$  получено снижение сопротивления на 20%. Пример такого течения позволяет утверждать, что ЭОС внутреннего источника обладают способностью снижения гидродинамического сопротивления тел малого удлинения.

Рассматривается шар радиуса  $a$  с внутренним источником электромагнитных полей, находящийся в потоке вязкой несжимаемой жидкости. Скорость потока на бесконечности  $u_0$ , плотность, кинематическая вязкость и проводимость жидкости  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $\sigma$  соответственно. Внутренний источник состоит из магнитной системы и системы секционированных электродов, создающих в жидкости периодические по  $\alpha$  распределения магнитного и электрического полей и связанное с этими полями распределение объем-