

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГРАДУИРОВОЧНЫХ КРИВЫХ УСТАНОВОК СВЕРХВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

Д. С. Миринский
(Новосибирск)

В работе [1] рассмотрен принцип самоуплотнения упруго-пластической среды, используемой в двух и многопуансонных аппаратах сверхвысокого давления для передачи давления. При помощи этого принципа удалось достаточно просто решить задачу создания давлений выше 40 *кат* в очень больших объемах. Вместе с тем задача определения давления, созданного в этой среде, значительно усложнилась.

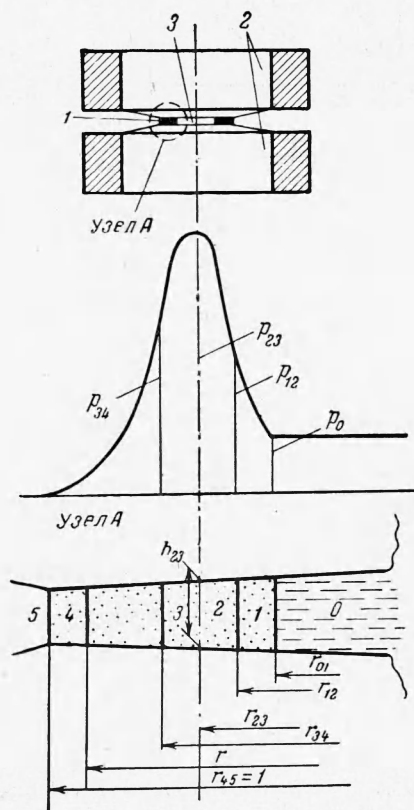
Общепризнанный метод измерения давления основан на использовании градуировочной кривой данного аппарата, полученной экспериментально по реперным точкам. Погрешность этого метода по целому ряду причин [2, 3] достигает 10—30%.

Более точные результаты, однако, можно получить на основе градуировки, основанной на зависимости плавления реперного вещества от давления [4]. Эта зависимость достаточно точно описывается эмпирическим уравнением Симона; в настоящее время его приходится экстраполировать далеко за пределы, доступные экспериментальной проверке. Необходимость такой проверки стала особенно ощутимой после открытия аномалий на кривой плавления ряда веществ [5].

Ниже для измерения давления до 100 *кат* делается попытка построения градуировочной кривой при помощи расчета; рассматривается задача о распределении напряжений в самоуплотняющейся шайбе, сжатой между двумя упругими плоскопараллельными плитами.

Сущность поставленной задачи сводится к следующему. Тонкое кольцо 1 (фиг. 1) сжимается между двумя массивными упругими плоскопараллельными плитами 2, которые имеют форму усеченного конуса с углом при вершине 160—170°. Внутренний объем между плитами и кольцом частично заполнен весьма пластичной средой 3, которая наделена способностью гидростатически передавать давление; поэтому будем ее называть в дальнейшем жидкостью. Материал кольца — упруго-пластическое тело с пределом текучести σ_s — будем для краткости называть средой. Сжимаемость среды и жидкости известна. Требуется рассчитать градуировочную кривую данного аппарата.

Рассмотрим процесс сжатия среды и жидкости при возрастании усилия P . При сближении плит среда сжимается вначале упруго, а затем переходит в пластическое



Фиг. 1

состояние и начинает выжиматься в обе стороны от некоторой нейтральной поверхности. Назовем для определенности линию пересечения этой поверхности с поверхностью плиты нейтральной окружностью. В результате такого течения среды внутренний радиус кольца начинает уменьшаться, а наружный увеличиваться. В силу конической формы плит часть среды, выдавленная за пределы контактной поверхности, воспринимать осевого усилия не будет. Поэтому эффективный наружный радиус кольца можно считать постоянным и равным радиусу контактной поверхности плит.

Назовем зону, из которой среда выжимается к центру, внутренней зоной, а вторую зону, из которой среда выжимается от центра, — наружной зоной. Свободное выжимание среды из внутренней зоны к центру, очевидно, будет происходить до тех пор, пока давление в жидкости равно нулю, т. е. до тех пор, пока внутренний объем полости не станет равным объему жидкости.

Назовем этот момент исходным, а весь этап от начала обжатия до исходного момента — свободным обжатием. Обжатие после исходного момента назовем стесненным.

В обеих зонах среда находится в пластическом состоянии, поэтому условия деформации ее как при свободном, так и при стесненном обжатии остаются неизменными.

Усилие \bar{P} , приложенное к плитам, может быть найдено суммированием сил контактного давления

$$P = 2\pi \int pr dr$$

Зависимость контактных давлений от радиуса может быть найдена из решения дифференциальных уравнений равновесия для осесимметрической деформации

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial R} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial Z} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{R} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial R} + \frac{\tau_{rz}}{R} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial Z} = 0$$

Решение этих уравнений представляет в настоящее время непреодолимые трудности. Поэтому ниже применяется приближенный способ, заимствованный в книге Е. П. Унксова [6]. Будем считать, что нормальные напряжения σ_r , σ_t и σ_z не зависят от Z и, кроме того, $\sigma_r = \sigma_t$. Тогда первое уравнение равновесия может быть проинтегрировано по Z и представлено в виде

$$\frac{d\sigma_r}{dR} + \frac{2\tau}{H} = 0 \quad (1)$$

Величина касательных напряжений τ_{rz} , развивающихся на контактных поверхностях плит, зависит от характера течения среды. В каждой из зон можно наметить три характерные области течения: застоя, торможения и скольжения. В областях застоя, примыкающих с двух сторон к нейтральной окружности, перемещения среды относительно плит столь малы, что касательные напряжения достигают силы сдвига лишь на некотором расстоянии от нее. По условиям симметрии течение среды на нейтральной окружности должно быть $\tau = 0$.

В областях торможения, примыкающих к областям застоя, касательные напряжения достигают силы сдвига. Вследствие этого в среде имеет место течение в тонком слое, контактирующем с плитами.

Наконец, в областях скольжения силы внешнего трения среды о плиты становятся меньше сил внутреннего трения, и среда начинает проскальзывать по контактной поверхности. Если искусственно увеличить коэффициент внешнего трения путем нанесения на поверхность плит тонкого слоя окиси железа, что обычно и делается экспериментаторами, то область скольжения резко уменьшится и при коэффициенте внешнего трения больше 0.58 исчезает. Так как при использовании окиси железа коэффициент внешнего трения становится больше 0.58, то в дальнейших расчетах область скольжения не рассматривается.

Таким образом, на контактной поверхности можно наметить четыре отличные одна от другой области течения. Введем следующую нумерацию областей: 0 — жидкость внутри кольца, 1 — внутренняя область торможения, 2 — внутренняя область застоя, 3 — внешняя область застоя, 4 — внешняя область торможения, 5 — воздух, окружающий среду.

В соответствии с этой нумерацией индексы 0, 1, ..., 4 приписываются всем величинам, относящимся к данной области. Величины, относящиеся к границам между областями, получают двойные индексы.

В расчетах наряду с независимой переменной R используется новая переменная X , связанная с началом отсчета на нейтральной окружности зависимостью $X = R - R_{23}$.

В последующих выкладках используются относительные размеры кольца, равные действительным размерам, поделенным на наружный радиус кольца R_{45} , который согласно условию постоянен

$$r_{45} = 1, \quad r_{01} = \frac{R_{01}}{R_{45}}, \quad h_{23} = \frac{H_{23}}{R_{45}}, \quad x = \frac{X}{R_{45}}$$

Эпюра касательных напряжений в областях застоя принимается линейной

$$\tau_2 = \tau_{s12} x / x_{12}, \quad \tau_3 = -\tau_{s34} x / x_{34} \quad (2)$$

Зависимость силы сдвига среды от среднего напряжения в слое σ принимается линейной

$$\tau_s = \tau^0 (1 - \lambda \sigma), \quad \sigma = 1/3 (\sigma_r + \sigma_t + \sigma_z) \quad (3)$$

Здесь τ^0 — сила сдвига при $\sigma = 0$, λ — пьезокoefficient силы сдвига. Условие пластичности принято в виде

$$(\sigma_r - \sigma_t)^2 + (\sigma_t - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 6\tau_s^2 = 6\tau_s^0^2 \quad (4)$$

Для областей торможения, где $\tau_{rz} = \tau_s$, из (4) следует $\sigma_r = \sigma_z$. С учетом принятой предпосылки $\sigma_r = \sigma_t$ это условие приводит к равенству среднего напряжения радиальному: $\sigma = \sigma_r$. Поэтому из зависимости (3) имеем

$$\tau_s = \tau^0 (1 - \lambda \sigma_r) \quad (5)$$

Для областей застоя, где τ изменяется от 0 до τ_{s12} и τ_{s34} , из условия пластичности следует

$$\begin{aligned} \sigma_{r2} - \sigma_{z2} &= k_2 \tau_{s2}, & k_2 &= \left(3 \left[1 - \left(\frac{\tau_{s12} x}{\tau_{s2} x_{12}} \right)^2 \right] \right)^{1/2} \\ \sigma_{r3} - \sigma_{z3} &= k_3 \tau_{s3}, & k_3 &= \left(3 \left[1 - \left(\frac{\tau_{s34} x}{\tau_{s3} x_{34}} \right)^2 \right] \right)^{1/2} \end{aligned}$$

Так как $\sigma_{z2} = -p_2$ и $\sigma_{z3} = -p_3$, то

$$p_2 = -\sigma_{r2} + k_2 \tau_{s2}, \quad p_3 = -\sigma_{r3} + k_3 \tau_{s3} \quad (6)$$

Для областей торможения уравнение (1) приводится к виду

$$\frac{d\sigma_r}{1 - \lambda \sigma_r} = + \frac{2\tau^0}{h} dx \quad (7)$$

причем верхний знак относится к внутренней зоне, а нижний — к наружной. Для областей застоя уравнение (1) с учетом (2) приводится к виду

$$d\sigma_{r2} = - \frac{2\tau_{s12} x dx}{x_{12} h}; \quad d\sigma_{r3} = \frac{2\tau_{s34} x dx}{x_{34} h} \quad (8)$$

Деформации плит вследствие их массивности приравнены деформациям полупространства под действием среднего контактного давления p . Если принять деформацию плит на радиусе R_{45} за нулевое значение, то деформация на радиусе R может быть аппроксимирована зависимостью

$$W = mpR_{45} \cos \frac{\pi}{2} r \quad \left(m = \frac{2(1 - \mu^2)}{E} \left[1 - \frac{2}{\pi} \right] \right)$$

Относительная высота шайбы на радиусе r , очевидно, равна

$$h = h_{45} + 2mp \cos^{1/2} \pi r$$

Так как радиальная ширина кольца мала по сравнению с единицей, то для его высоты с достаточной точностью можно принять

$$h = h_{23} - \pi m r x$$

Граничные условия для решения уравнений равновесия имеют вид

$$x = x_{45}, \quad \sigma_{r45} = 0; \quad x = x_{01}, \quad \sigma_{r01} = -p_0$$

Для свободного обжатия второе граничное условие, очевидно, имеет вид

$$x = x_{01}, \quad \sigma_{r01} = 0$$

Решения уравнений (7) и (8) с учетом граничных условий имеют вид

$$\sigma_{r1} = \frac{1}{\lambda} \left\{ 1 - (1 + \lambda p_0) \left[\frac{1 - \alpha_{01}}{1 - \alpha} \right]^q \right\} \quad \left(\alpha_{01} = \pi m p \frac{x_{01}}{h_{23}} \right) \quad (9)$$

$$\sigma_{r2} = \sigma_{r12} - \frac{2\tau_{s12}}{\pi m r \alpha_{12}} \left[\ln \frac{1 - \alpha_{12}}{1 - \alpha} + (\alpha_{12} - \alpha) \right] \quad \left(\alpha_{12} = \pi m p \frac{x_{12}}{h_{23}} \right) \quad (10)$$

$$\sigma_{r3} = \sigma_{r34} + \frac{2\tau_{s34}}{\pi m r \alpha_{34}} \left[\ln \frac{1 - \alpha_{34}}{1 - \alpha} + (\alpha_{34} - \alpha) \right] \quad \left(\alpha_{34} = \pi m p \frac{x_{34}}{h_{23}} \right) \quad (11)$$

$$\sigma_{r4} = \frac{1}{\lambda} \left\{ 1 - \left[\frac{1 - \alpha}{1 - \alpha_{45}} \right]^q \right\} \quad \left(\alpha_{45} = \pi m p \frac{x_{45}}{h_{23}} \right) \quad (12)$$

где для краткости записи обозначено

$$(\alpha = \pi m r x / h_{23}, \quad q = 2\lambda \tau^0 / \pi m)$$

Контактные давления определяются соотношениями

$$p_1 = -\sigma_{r1}, \quad p_2 = -\sigma_{r2} + k_2 \tau_{s2}, \quad p_3 = -\sigma_{r3} + k_3 \tau_{s3}, \quad p_4 = -\sigma_{r4} \quad (13)$$

Можно показать, что для реально применяемых сред, у которых $\lambda \tau^\circ \ll 0.2$, имеет место соотношение

$$1 \ll \frac{\tau_{s23}}{\tau_{s12}}, \quad \frac{\tau_{s23}}{\tau_{s34}} \ll 1.08 \quad (14)$$

Это дает право при вычислении k_2 и k_3 считать $\tau_{s2} \approx \tau_{s12}$ и $\tau_{s3} \approx \tau_{s34}$.

Заменяя $\ln(1 - \alpha_{12}) / (1 - \alpha)$ и $\ln(1 - \alpha_{34}) / (1 - \alpha)$ приближенными значениями и учитывая (14), можно упростить (13) и привести их к виду, удобному для практических расчетов

$$p_2 \approx p_{12} [1 - \lambda \tau^\circ f_{12}(x)] - \tau^\circ f_{12}(x), \quad f_{12}(x) = \frac{x_{12}}{h_{23}} \left(1 - \frac{x^2}{x_{12}^2}\right) - \left[3 \left(1 - \frac{x^2}{x_{12}^2}\right)\right]^{1/2} \quad (15)$$

$$p_3 \approx p_{34} [1 + \lambda \tau^\circ f_{34}(x)] + \tau^\circ f_{34}(x), \quad f_{34}(x) = \frac{x_{34}}{h_{23}} \left(1 - \frac{x^2}{x_{34}^2}\right) + \left[3 \left(1 - \frac{x^2}{x_{34}^2}\right)\right]^{1/2}$$

Приближенные значения p_2 и p_3 при $x = 0$ и $x = x_{12}$, $x = x_{34}$ совпадают с точными.

Для определения усилия P , приложенного к плитам, кроме закона распределения контактных давлений необходимо знать размеры кольца для каждого данного момента обжатия: x_{01} , x_{12} , x_{34} , x_{45} , h_{23} , p .

Одним из условий для их определения является уравнение сжимаемости среды, находящейся во внутренней зоне. Если обозначить через γ^* среднюю плотность среды внутренней зоны, то масса среды, находящейся в ней, будет, очевидно, равна

$$M_1 + M_2 = (V_1 + V_2) \gamma^*$$

где M_1 , V_1 и M_2 , V_2 — массы и объемы первой и второй областей

$$V_1 + V_2 = 2\pi \int_{r_{01}}^{r_{23}} r h dr = \pi (r_{23}^2 - r_{01}^2) \left(h_{23} - \frac{1}{2} \pi m p x_{01} \right)$$

Если бы радиус нейтральной окружности r_{23} во время обжатия не изменялся, то уравнение сжимаемости следовало бы записать в интегральной форме

$$M_1 + M_2 = \text{const}$$

Но $r_{23} = 1 - x_{45}$, т. е. изменяется с увеличением p , поэтому уравнение сжимаемости можно записать только в дифференциальной форме; для каждого мгновенного значения $r_{23} = \text{const}$

$$d(M_1 + M_2) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{d(V_1 + V_2)}{V_1 + V_2} = -\frac{d\gamma^*}{\gamma^*} \quad (16)$$

Зависимость средней плотности γ^* от давления принята в виде

$$\gamma^* = \gamma_0^* (1 + b_1 p^*)^{n_1}$$

где b_1 и n_1 — коэффициенты, характеризующие вещество. За среднее давление p^* принято усредненное по поверхности кольца контактное давление p^* , которое может быть выражено через p_0 и p

$$p^* = p_0 + \frac{p - p_0}{1 - r_{01}^2}$$

Второе уравнение — уравнение сжимаемости жидкости — записывается в форме, аналогичной (16)

$$\frac{dV_0}{V_0} = -\frac{d\gamma_0}{\gamma_0}$$

где

$$V_0 = 2\pi \int_0^{r_{01}} r dr h = \pi r_{01}^2 h_{23} (1 - \alpha_{45}) + 8\pi m p r_{01} \sin \frac{\pi}{2} r_{01} - \frac{16}{\pi} m p \left(1 - \cos \frac{\pi}{2} r\right)$$

$$\gamma_0 = \gamma_0' (1 + b_0 p_0)^{n_0}$$

Третье уравнение связывает между собой приращения σ_{r23} , определяемые по формулам второй и третьей областей

$$(d\sigma_{r23})_2 = (d\sigma_{r23})_3$$

Четвертое уравнение связывает между собой среднее контактное давление p и давление жидкости p_0 . Аналитически эта связь выражается сравнительно простым соотношением только для свободного обжатия.

Для стесненного обжатия эта зависимость получается столь сложной, что практически разумнее воспользоваться графиком $p_0 = f(p)$, который строится точка за точкой по мере численного решения системы дифференциальных уравнений. По графику можно определить величину $f'(p)$ и экстраполировать ее на очередной интервал расчета p_0 . Тогда четвертое уравнение можно записать в виде

$$dp = \frac{1}{f'(p)} dp_0$$

Полученные четыре дифференциальных уравнения будут точными в рамках тех предпосылок, которые были заложены в основу расчета.

Недостающие два уравнения составлены лишь на основе аналогий и предположений. Условия деформации среды в обеих зонах как при свободном обжатии, так и при стесненном остаются без изменения. Так как угол внутреннего трения нами принят постоянным, т. е. $\lambda = \text{const}$, то наклон линий скольжения у нейтральной окружности должен остаться без изменения. Это дает право сделать предположение о постоянстве отношений x_{12}/h_{23} и x_{34}/h_{23} . По аналогии с экспериментальными для свинца [6] эти отношения приняты равными

$$x_{12}/h_{23} = -1, \quad x_{34}/h_{23} = 1$$

Дифференцируя их, получаем пятое и шестое уравнения

$$dx_{12} = -dh_{23}, \quad dx_{34} = dh_{23}$$

При свободном обжатии среднее контактное давление невелико, поэтому сжимаемостью среды и деформациями плит можно пренебречь. Тогда решение системы дифференциальных уравнений приводится к виду

$$h_{23}x_{01}^2 (2 + 3x_{01})^{2/3} = \text{const} \quad (17)$$

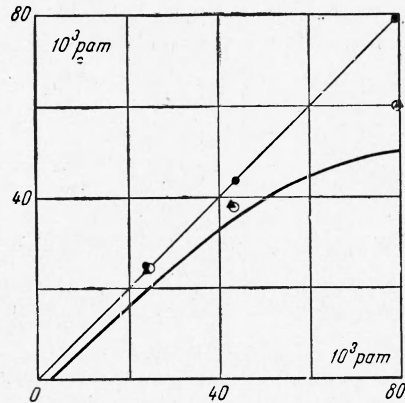
Имея (17) и зная начальный объем жидкости, можно определить значения исходных величин: x_{01}'' , x_{45}'' , h_{23}'' , p'' , P'' .

Решение дифференциальных уравнений для стесненного обжатия производится численными методами.

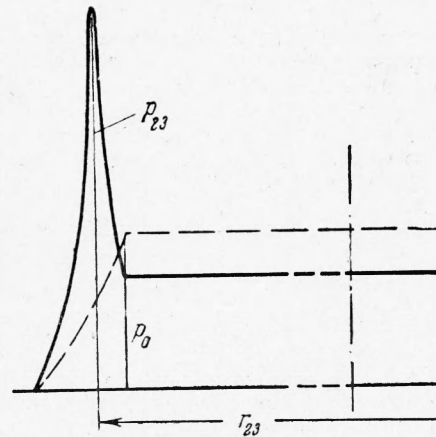
Предлагаемый метод был использован для расчета градуировочной кривой наковален Бриджмена [7].

Результаты расчета приведены на фиг. 2 сплошной линией. Там же для сравнения нанесены реперные точки висмута, таллия и бария по данным Бриджмена [7], полученные на наковальнях по скачку электросопротивления (темные кружочки) и по скачку объема (светлые кружочки), Кеннеди и Ла Мори [8], полученные методом поршневого манометра (точки, представленные треугольниками).

На фиг. 3 приведена эпюра контактных давлений, соответствующая реперной точке висмута. Неоправданно высокое значение p_{23} могло получиться по разным причинам и прежде всего из-за того, что деформации реальных плит меньше деформаций полупространства



Фиг. 2



Фиг. 3

