

для различных  $M$ ,  $a_0$  и  $x_0$  получается своя форма несущего тела, которая меняется с их изменением. Расчеты также показали, что с ростом  $\gamma$  объем несущих тел увеличивается, а коэффициент подъемной силы крыльев  $II$  и аэродинамическое качество практически остаются неизменными.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Майкапар Г. И. О волновом сопротивлении неосесимметричных тел при сверхзвуковых скоростях // ПММ.— 1959.— Т. 23, вып. 2.
2. Nonweiler T. Aerodynamic problems of manned space vehicles // J. Roy. Aeron. Soc.— 1959.— V. 63.— P. 521.
3. Воронин В. И., Швец А. И. Оптимизация аэродинамических характеристик Л-крыльев на сверхзвуковых скоростях полета // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1984.— № 5.
4. Келдыш В. В. Точные решения для систем с одним и двумя плоскими скачками уплотнения // Инж. журн.— 1961.— Т. 1, вып. 3.
5. Flower J. W. Configurations for high supersonic speeds derived from simple shock-waves and expansions // J. Roy. Aeron. Soc.— 1963.— V. 67.— P. 287.
6. Jones J. G., Woods B. A. The design of compression surfaces for high supersonic speeds using conical flow fields // Rept and Memo/Aeron. Res. Council.— 1963.— N 3539.
7. Kim B. S., Rasmussen M. L., Jischke M. C. Optimization of wave-rider configurations generated from axisymmetric conical flows // J. Spacecraft and Rockets.— 1983.— V. 20, N 5.
8. Воронин В. И., Швец А. И. Несущие тела, построенные на течении за осесимметричными коническими скачками уплотнения // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1986.— № 2.
9. Roe P. L. A momentum analysis of lifting surfaces in inviscid supersonic flow // Techn. Rept/RAE.— 1967.— N 67124.
10. Walkden F., Howie J. M. A new method for calculating the supersonic flow past a body // Techn. Note/RAE.— 1962.— V. 89.
11. Майкапар Г. И. Сравнение волнолетов различной формы // Учен. зап. ЦАГИ.— 1985.— Т. 16, № 4.

Поступила 3/II 1987 г.

УДК 533.6

#### НОВЫЙ КЛАСС МНОГОМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ СЖИМАЕМЫХ СРЕД, ДОПУСКАЮЩИЙ ТОЧНУЮ ЛИНЕАРИЗАЦИЮ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ — СТОКСА

М. А. Демидов, А. П. Михайлов

(Москва)

Как установлено в [1—4], изоэнтропическое сверхсжатие вещества реализуется при росте давления на его границе в режиме с обострением (неограниченное нарастание за конечное время  $t_f$ )

$$(1) \quad p(0, t) = p_0(t_f - t)^{n_s}, \quad n_s = -2\gamma(N+1)/(\gamma+1+N(\gamma-1)),$$

где  $p$  — давление;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $N = 0, 1, 2$  — индекс симметрии.

При изучении граничных режимов с обострением в задачах газовой динамики [5—10], в том числе при учете разнообразных физических процессов [11], показано, что «медленные» режимы с обострением (к ним относятся и (1)) приводят к локализации течений в ограниченной области, безударному сжатию и образованию газодинамических структур [5—12], в «быстрых» режимах локализация отсутствует и сжатие сопровождается возникновением ударной волны, неограниченно усиливающейся при  $t \rightarrow t_f$  [13].

Безусловный интерес представляет изучение безударного сжатия и эффекта локализации для многомерных газодинамических течений, чему и посвящена данная работа.

Рассматриваются многомерные течения вязких сжимаемых сред с однородной пространственной плотностью ( $\rho = \rho_1(t)$ ,  $\eta = 1/\rho = \eta_1(t)$ ,  $\eta$  — удельный объем). Показано, что уравнения Навье — Стокса сводятся при этом к линейным эллиптическим уравнениям Пуассона. На примере одномерного случая определены характеристики всех сред, допускаю-

щих течения с однородной пространственной плотностью. На основе полученных уравнений построены решения, описывающие эффект локализации многомерных газодинамических течений.

Более подробно отдельные вопросы, связанные с исследованием течений с однородной плотностью для уравнений Эйлера и в одномерном случае, изложены в [14, 15].

Уравнение неразрывности

$$(2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$$

( $\mathbf{v}$  — скорость) для непрерывных течений с однородной плотностью ( $\rho = \rho_1(t) = \eta_1^{-1}(t)$ ) приводится к виду

$$(3) \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{1}{\eta_1} \frac{d\eta_1}{dt}.$$

Запишем общее решение уравнения (3):

$$(4) \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \operatorname{rot} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t), \quad (v_0)_i = \alpha_i^k(t) r_k, \quad \operatorname{Tr} \|\alpha_i^k\| = \frac{1}{\eta_1} \frac{d\eta_1}{dt}.$$

Здесь  $N + 1$  — размерность пространства;  $\{r_1, \dots, r_N\}$  — координаты Эйлера;  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  — произвольная вектор-функция.

Считая, что динамическая вязкость газа зависит лишь от плотности  $\mu = \mu(\rho_1(t))$ , воспользуемся уравнениями Навье — Стокса

$$(5) \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + [\operatorname{rot} \mathbf{v}, \mathbf{v}] + \operatorname{grad} \frac{\mathbf{v}^2}{2} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \\ + \left( \mu + \frac{2}{3} \xi \right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{v} + \mu \Delta \mathbf{v} - \operatorname{grad} U$$

( $\xi = \xi(\rho)$  — второй коэффициент вязкости, в общем случае произвольный,  $U$  — потенциал внешних сил).

В силу предположения  $\rho = \rho_1(t)$  и выполнения уравнения (3)  $\operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{v} \equiv 0$  и  $\rho^{-1} \operatorname{grad} p = \operatorname{grad} (\rho \rho^{-1})$ , следовательно, (5) может быть приведено к форме

$$(6) \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + [\operatorname{rot} \mathbf{v}, \mathbf{v}] - \mu(\rho) \Delta \mathbf{v} = -\operatorname{grad} \Psi, \quad \Psi = \frac{p}{\rho_1} + \frac{\mathbf{v}^2}{2} + U.$$

Условие разрешимости  $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \Psi \equiv 0$  дает уравнение для скорости

$$(7) \quad \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{v} + \operatorname{rot} [\operatorname{rot} \mathbf{v}, \mathbf{v}] - \mu(\rho) \operatorname{rot} \Delta \mathbf{v} = 0,$$

которое, согласно (4), определяет фактически вектор-функцию  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ . Потенциал  $\Psi(\mathbf{r}, t)$ , полученный с точностью до несущественной скалярной функции времени  $F_1(t)$ , находится из линейного эллиптического уравнения Пуассона

$$(8) \quad \Delta \Psi = -\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\eta_1} \frac{d\eta_1}{dt} \right) - \operatorname{div} [\operatorname{rot} \mathbf{v}, \mathbf{v}],$$

где удельный объем  $\eta_1$  и скорость  $\mathbf{v}$  входят в правую часть в качестве параметров, которое справедливо и для многомерных течений идеальных сжимаемых сред (описываемых уравнениями Эйлера), так как учет сил вязкости не влияет на его вид.

Анализ существенно упрощается в случае потенциальных течений

$$(9) \quad \mathbf{v} = \operatorname{grad} \Phi,$$

для которых равенство (7) выполняется тождественно, (9) также приводится к линейному уравнению Пуассона

$$(10) \quad \Delta \Phi = \frac{1}{\eta_1} \frac{d\eta_1}{dt},$$

а (8) преобразуется к виду

$$(11) \quad \Delta \Psi = - \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\eta_1} \frac{d\eta_1}{dt} \right).$$

Таким образом, для исследуемых течений интегрирование уравнений Навье — Стокса сводится к решению классических линейных уравнений (10), (11).

Особый интерес представляет выяснение условий реализации течений с однородной пространственной плотностью для различных моделей сплошных сред. Метод определения характеристик всех сред, допускающих течения с однородной плотностью, заключается в следующем.

1. В предположении, что плотность газа однородна ( $\rho = \rho_1(t)$ ) строятся общие явные решения уравнений движения и неразрывности, параметрически зависящие от функции удельного объема  $\eta_1(t)$  (в многомерном случае — решения соответствующих задач для (10), (11)).

2. При произвольных уравнениях баланса энергии в среде явные решения позволяют установить общий функциональный вид характеристик всех сред (уравнения состояния  $\varepsilon(p, \eta)$ ,  $T(p, \eta)$ , коэффициенты теплопроводности  $\kappa(p, \eta)$ , релаксации теплового потока  $\tau(p, \eta)$ , источников  $Q(p, \eta)$  и др.), допускающих течения с однородной плотностью.

3. Для найденных таким образом сред уравнения энергии сводятся к обыкновенным дифференциальным, определяющим временное поведение функции  $\eta_1(t)$  и, следовательно, полный вид полученных решений. Приведем основные результаты. Для адиабатических течений идеальных сред допустимы уравнения состояния

$$(12) \quad \varepsilon(p, \eta) = p\varepsilon_1(\eta) + \varepsilon_2(\eta)$$

( $\varepsilon_1(\eta)$  и  $\varepsilon_2(\eta)$  — произвольные функции). В частности, при  $\varepsilon_1(\eta) = \eta/(\gamma - 1)$ ,  $\varepsilon_2(\eta) \equiv 0$  (12) описывает идеальный совершенный газ, а при  $\varepsilon_1(\eta) = \eta/(\gamma - 1)$ ,  $\varepsilon_2(\eta) = a\eta/(\eta - b)^2$  — газ Ван-дер-Ваальса. Функция  $\eta_1(t)$  определяется из квадратуры

$$(13) \quad t = \pm \frac{1}{N+1} \int \eta_1^{-\frac{N}{N+1}} \left( \exp \left( - \int \frac{d\eta_1}{\varepsilon_1(\eta_1)} \right) + C \right)^{-1/2} d\eta_1, \quad C = \text{const.}$$

Для совершенного теплопроводного газа ( $p = \rho R T$ ,  $\varepsilon = p\eta/(\gamma - 1)$ ) коэффициент теплопроводности

$$(14) \quad \kappa(\eta, T) = T\kappa_1(\eta)$$

( $\kappa_1(\eta)$  — произвольная функция). Удельный объем  $\eta_1(t)$  находится из нелинейного автономного уравнения третьего порядка

$$(15) \quad \kappa_1(\eta_1) = - \frac{1}{N+1} \frac{R^2}{\gamma-1} \eta_1^{-\gamma} \left( \left( \eta_1^{\frac{1}{N+1}} \right)^{\prime\prime} \right)^{-2} \left( \eta_1^{\gamma-\frac{N}{N+1}} \left( \eta_1^{\frac{1}{N+1}} \right)^{\prime\prime} \right)'.$$

В общем случае (теплопроводный газ с источниками) для характеристик вида

$$(16) \quad \begin{aligned} \varepsilon(p, \eta) &= p\varepsilon_1(\eta), \quad T(p, \eta) = pT_1(\eta), \\ \kappa(p, \eta) &= p\kappa_1(\eta), \quad Q(p, \eta) = pQ_1(\eta), \end{aligned}$$

где  $\varepsilon_1(\eta)$ ,  $T_1(\eta)$ ,  $\kappa_1(\eta)$ ,  $Q_1(\eta)$  — произвольные функции, а  $\eta_1(t)$  получаем из уравнения

$$(17) \quad \eta_1''\varepsilon_1(\eta_1) = - (\eta_1')^2/2 - \int \{ (\eta_1'')^2 \eta_1^{-1} T_1(\eta_1) 3\kappa_1(\eta_1) - \eta_1 \eta_1'' Q_1(\eta_1) \} dt.$$

Отметим, что учет эффекта релаксации теплового потока (в рамках модели гиперболического теплопереноса) возможен для коэффициентов  $\tau(p, \eta) = \tau_1(\eta)$ ,  $\kappa(p, \eta) = p\kappa_1(\eta)$  ( $\tau_1(\eta)$ ,  $\kappa_1(\eta)$  — произвольные функции).

Так же можно построить решения для сред с более общими, чем (16), характеристиками (при произвольных функциях  $\varepsilon(p, \eta)$ ,  $\kappa(p, \eta)$ ,  $T(p, \eta)$ ,

$\tau(p, \eta)$  [14]). Уравнения (13), (15), (17) обладают частными решениями степенного вида

$$(18) \quad \eta_1(t) = \eta_0(t_f - t)^\alpha,$$

которые при  $0 < \alpha < 1$  описывают режимы с обострением (для адиабатических течений идеального газа  $\alpha = 2/(\gamma + 1)$ ).

Рассмотрим конкретную постановку краевых задач для (10), (11). Ищутся решения, в которых давление и скорость вещества одновременно обращаются в нуль на некоторой замкнутой границе  $\partial\Omega_2$  (в силу условия  $|\mathbf{v}||_{\partial\Omega_2} = 0$  граница  $\partial\Omega_2$  неподвижна). Задача заключается в определении поля скоростей и давлений во внешней к  $\partial\Omega_2$  области и нахождении распределений давления и скорости на подвижной границе  $\partial\Omega_1(t)$ , соответствующей, например, внешнему поршню, сжимающему газ.

Поставленные краевые задачи для (10), (11) записываются в виде

$$(19) \quad \Delta\Psi = -\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\eta_1}\frac{d\eta_1}{dt}\right), \quad \Psi|_{\partial\Omega_2} = 0, \quad \Delta\Phi = \frac{1}{\eta_1}\frac{d\eta_1}{dt}, \quad \frac{\partial\Phi}{\partial n_2}|_{\partial\Omega_2} = 0$$

( $n_2$  — нормаль к  $\partial\Omega_2$ ). Решение классических задач (19) существует и единственно. Распределение давления на поверхности поршня находится из

$$(20) \quad p(\mathbf{r}, t) = \{\Psi - U(\mathbf{r}, t) - (\text{grad } \Phi)^2/2\}\eta_1(t).$$

В силу независимости краевых условий от времени решения систем (19) строятся методом разделения переменных  $\mathbf{r}$  и  $\eta_1(t)$ :

$$(21) \quad \Psi = -\lambda_2^{-1}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\eta_1}\frac{d\eta_1}{dt}\right)\Psi_2(\mathbf{r}), \quad \Phi = \lambda_1^{-1}\frac{1}{\eta_1}\frac{d\eta_1}{dt}\Phi_2(\mathbf{r});$$

$$(22) \quad \Delta\Phi_2(\mathbf{r}) = \lambda_1, \quad \frac{\partial\Phi_2}{\partial n_2}|_{\partial\Omega_2} = 0, \quad \Delta\Psi_2(\mathbf{r}) = \lambda_2, \quad \Psi_2(\mathbf{r})|_{\partial\Omega_2} = 0.$$

В случае степенной функции  $\eta_1$  (18) давление и скорость вычисляются по формулам

$$(23) \quad \mathbf{v} = \alpha\lambda_1^{-1}(t_f - t)^{-1}\text{grad }\Phi_2(\mathbf{r}), \quad \eta_1(t) = \eta_0(t_f - t)^\alpha,$$

$$p = \eta_0^{-1}\alpha\lambda_2^{-1}(t_f - t)^{-\alpha-2}\{\Psi_2(\mathbf{r}) - (\text{grad }\Phi_2(\mathbf{r}))^2/2\}.$$

Решения (23) — пример локализации многомерных газодинамических процессов при сжатии среды в режиме с обострением. Скорость, плотность и давление газа неограниченно возрастают при приближении к конечному моменту времени  $t_f$  при  $\alpha > 0$ . Газодинамическое движение в силу краевых условий задач (19) локализовано в области между поршнем  $\partial\Omega_1(t)$  и фронтом  $\partial\Omega_2$  (подробнее об эффекте локализации в газовой динамике см. [5—12]).

Дальнейший анализ связан с выделением радиально-симметричных решений систем (22), зависящих лишь от  $r = |\mathbf{r}|$ :

$$(24) \quad \begin{aligned} \Phi_2^1(r) &= \begin{cases} \frac{\lambda_1}{N+1}\frac{r^2}{2} + \frac{C_1}{1-N}r^{1-N} + C_2, & N \neq 1, \\ \frac{\lambda_1}{N+1}\frac{r^2}{2} + C_3 \ln r + C_4, & N = 1, \end{cases} \\ \Psi_2^1(r) &= \begin{cases} \frac{\lambda_2}{N+1}\frac{r^2}{2} - \frac{C_5}{1-N}r^{1-N} + C_6, & N \neq 1, \\ \frac{\lambda_2}{N+1}\frac{r^2}{2} + C_7 \ln r + C_8, & N = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Если граница  $\partial\Omega_1$  — сфера с радиусом  $r_0$ , то формулы (24) (при соответствующем выборе констант  $C_i$ ) дают полное решение задач (19):

$$(25) \quad \begin{aligned} \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{\alpha}{N+1} \frac{1}{t_f - t} r \left( \frac{1}{2} - (r_0/r)^{N+1} \right), \\ p(\mathbf{r}, t) &= \eta_0^{-1} (t_f - t)^{-\alpha-2} \left( \frac{\alpha}{N+1} \frac{r^2 - r_0^2}{2} - \frac{r^2}{2} \times \right. \\ &\times \left. \left( 1 - \left( \frac{r_0}{r} \right)^{N+1} \right)^2 - \frac{\alpha}{N+1} \right) \begin{cases} \frac{r_0^{N+1}}{1-N} (r^{1-N} - r_0^{1-N}), & N \neq 1, \\ \ln(r/r_0), & N = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Наличие теорем сравнения для линейных задач (22) и точных решений (24), (25) позволяет строить широкие классы оценок для (19).

Заметим, что помимо решения задачи о поршне [15] формулы (25) и в более общем случае решения задачи (19) описывают процесс беспределной концентрации вещества и энергии в замкнутой (ограниченной) области пространства. Действительно, пусть  $R_0 > r_0$  — радиус неподвижной границы  $\partial\Omega_1$ , на которой задано значение скорости

$$(26) \quad |\mathbf{v}(R_0, t)| = -\frac{\alpha}{N+1} \frac{1}{t_f - t} R_0 \left( 1 - \left( \frac{r_0}{R_0} \right)^{N+1} \right) \rightarrow \infty, \quad t \rightarrow t_f.$$

Тогда в пространстве между  $R_0(\partial\Omega_1)$  и  $r_0(\partial\Omega_2)$  за конечное время  $t_f$  плотность, давление и скорость вещества неограниченно нарастают (в режиме с обострением). Из (25) следует, что скорость замкнутой границы, связанной с фиксированными частицами вещества (поршня), изменяется по закону

$$(27) \quad v_p(t) = -\frac{\alpha}{N+1} (t_f - t)^{\alpha-1} C_1 (r_0^{N+1} + C_1 (t_f - t)^\alpha)^{-N/(N+1)}$$

( $C_1 > 0$  — константа, определяемая массой сжимаемого газа или начальным положением поршня).

В начале процесса сжатия скорость поршня и, как несложно показать, давление на нем изменяются по закону, соответствующему одномерным решениям в разделяющихся массовых и временных переменных (1) ([1–10],  $N = 0, 1, 2$ ). При  $r_p(t) \rightarrow r_0$  ( $r_p(t)$  — координата поршня) давление на поршне стремится к закону для плоскосимметричных течений (1) ( $N = 0$ ), которые обладают свойством локализации [5, 6, 9, 10].

В заключение отметим, что для течений с однородной плотностью существенно (в силу равенства  $\operatorname{div} \mathbf{v} = (\ln \eta_1)' = f_1(t)$ ) упрощается учет вклада вязких сил в уравнение баланса энергии в среде. Результаты настоящей работы свидетельствуют, что в вязких сжимаемых средах течения с однородной плотностью описываются классическими линейными эллиптическими уравнениями и реализуются эффекты локализации и безударного сверхсжатия.

Авторы признательны С. П. Курдюмову и Н. В. Змитренко за полезные обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Змитренко Н. В., Курдюмов С. П. Автомодельные режимы сжатия плазмы поршнем // Тепло- и массоперенос.— Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1972.— Т. 8.
2. Жданов С. К., Трубников Б. А. Оптимальное сжатие плазмы в Z- и Θ-пинче // Письма в ЖЭТФ.— 1975.— Т. 21, № 6.
3. Змитренко Н. В., Курдюмов С. П. N- и S-режимы автомодельного сжатия конечной массы плазмы и особенность режимов с обострением // ПМТФ.— 1977.— № 1.
4. Каждан Я. М. К вопросу об адиабатическом сжатии газа под действием сферического поршня // Там же.
5. Ануфриева М. А., Демидов М. А., Михайлов А. П., Степанова В. В. Режимы с обострением в задачах газовой динамики // Математические модели, аналитические

- и численные методы в теории переноса.— Минск: Ин-т тепло- и массопереноса АН БССР, 1982.
6. Демидов М. А., Клоков Ю. А., Михайлов А. П. Безударное сжатие конечной массы газа плоским поршнем при произвольном распределении энтропии.— М., 1984.— (Препринт/Ин-т прикл. математики АН СССР; № 151).
  7. Демидов М. А., Клоков Ю. А., Михайлов А. П. Структуры при безударном сферическом сжатии газа с произвольным распределением энтропии.— М., 1985.— (Препринт/Ин-т прикл. математики АН СССР; № 73).
  8. Демидов М. А., Михайлов А. П. Точное решение, описывающее сложные газодинамические структуры // ИФЖ.— 1986.— Т. 51, № 6.
  9. Демидов М. А., Михайлов А. П., Степанова В. В. Локализация и структуры при сжатии газа в режиме с обострением // ДАН СССР.— 1985.— Т. 281, № 1.
  10. Демидов М. А., Михайлов А. П. Эффекты локализации и образования структур при адиабатическом сжатии конечной массы газа в режиме с обострением // ПММ.— 1986.— Т. 50, вып. 1.
  11. Демидов М. А. О построении решений, описывающих эффект локализации в некоторых сжимаемых средах.— М., 1986.— (Препринт/Ин-т прикл. математики АН СССР; № 1).
  12. Михайлов А. П., Степанова В. В. Локализация газодинамических процессов и структуры при сжатии газа в режиме с обострением // ПММ.— 1984.— Т. 48, вып. 6.
  13. Михайлов А. П., Степанова В. В. Об одной автомодельной задаче газовой динамики.— М., 1985.— (Препринт/Ин-т прикл. математики АН СССР; № 162).
  14. Демидов М. А. Течения газа с однородной плотностью по пространству.— М., 1985.— (Препринт/Ин-т прикл. математики АН СССР; № 126).
  15. Демидов М. А., Михайлов А. П. Многомерные течения с однородной плотностью и эффект локализации.— М., 1986.— (Препринт/Ин-т прикл. математики АН СССР; № 53).

Поступила 27/III 1987 г.

УДК 533.17

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СТРУЙ

Г. М. Жинжиков, Н. О. Навлова

(Ленинград)

Интерес к сверхзвуковым пространственным (трехмерным) струйным течениям, т. е. струям, трехмерный характер течения в которых обусловлен формой выходного сечения сопла [1], объясняется их возрастающим прикладным значением, например использованием таких сопел в современных сверхзвуковых самолетах [2], в газоперерабатывающей промышленности [3] и т. д.

Экспериментальных работ по пространственным струйным течениям сравнительно мало; из имеющихся можно отметить [4—6], из которых последняя наиболее полная по объему проведенных исследований.

В данной работе проведено экспериментальное изучение ударно-волновой структуры и распределения параметров в сверхзвуковых недорасширенных струях холодного воздуха ( $T_0 \sim 290$  К), истекающих в атмосферу ( $p_\infty \sim 0,1$  МПа) из звуковых прямоугольных сопел. При этом использовались шлирен-визуализация течения и измерения полных напоров на оси струи. Получены эмпирические зависимости для определения положения центрального скачка в пространственных струях и распределения чисел Маха на оси. Результаты сравниваются с данными [6].

В экспериментах применялись звуковые сопла с прямоугольной формой среза сопла и отношением сторон прямоугольника  $\lambda$ , равным 1, 2, 3, 5 и 10. Это отношение называется ниже удлинением среза сопла. Размер меньшей стороны 6—12 мм. Конструктивно сопла выполнены в форме прямоугольного отверстия в торце цилиндрического стакана с внутренним диаметром 80 мм и имеют профилированный дозвуковой и выравнивающий плоскопараллельный участки длиной  $\sim 4$  мм. Давление торможения  $p_0$  регистрировалось образцовыми манометрами, атмосферное — барометром, степень нерасчетности  $n$  определялась по формуле  $n = p_0/p_\infty((\gamma + 1)/2)^{-\gamma/(\gamma-1)}$  при  $\gamma = 1,4$  с результирующей точностью не хуже 3%. Визуализация ударно-волновой структуры осуществлялась оптическим прибором ИАБ-451 в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, параллельных сторонам среза сопла, с регистрацией на фотопленку и определен-