

ЛИТЕРАТУРА

1. Temkin S., Dobbins R. A. Measurement of attenuation and dispersion of sound by an aerosol // J. Acoust. Soc. Amer.— 1966.— V. 40, N 5.
2. Cole J. E., Dobbins R. A. Measurements of attenuation and dispersion of sound by a warm air fog // J. Atmospheric Sci.— 1971.— V. 28, N 2.
3. Marble F. E., Candel S. M. Acoustic attenuation in fans and ducts by vaporization of liquid droplets // AIAA J.— 1975.— V. 13, N 5.
4. Davidson G. A. Sound propagation in fogs // J. Atmospheric Sci.— 1975.— V. 32, N 11.
5. Gumerov N. A., Ivandaev A. I., Nigmatullin R. I. Sound waves in monodisperse gas-particle or vapour-droplet mixture // J. Fluid Mech.— 1988.— V. 193.— P. 53.
6. Губайдуллин Д. А. Акустические возмущения в парогазокапельных смесях с малым массовым содержанием капель // Современные проблемы теплофизики.— Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1987.
7. Губайдуллин Д. А. О влиянии тепломассообмена на распространение звуковых волн в парогазокапельных системах // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика.— 1987.— № 3.
8. Губайдуллин Д. А., Ивандаев А. И. Скорость и затухание звука в парогазокапельных системах. Роль тепломассообменных процессов // ПМТФ.— 1987.— № 3.
9. Губайдуллин Д. А., Ивандаев А. И. Влияние фазовых превращений на распространение звука в туманах. Сопоставление теории с экспериментом // ПМТФ.— 1990.— № 6.
10. Губайдуллин Д. А., Ивандаев А. И. Характерные времена процессов взаимодействия фаз и их влияние на дисперсию и абсорбцию акустических волн в парогазокапельных системах // ТВТ.— 1991.— Т. 29, № 1.
11. Губайдуллин Д. А., Ивандаев А. И. Динамика импульсных волн малой амплитуды в парогазокапельных системах // ПМТФ.— 1991.— № 2.
12. Шаганов В. Ш. О распространении малых возмущений в парогазокапельной среде // ТВТ.— 1987.— Т. 25, № 6.
13. Гумеров И. А., Ивандаев А. И. Распространение звука в полидисперсных газозвзвесах // ПМТФ.— 1988.— № 5.
14. Нигматуллин Р. И., Ивандаев А. И., Губайдуллин Д. А. Эффект немопотошной зависимости диссипации звука от концентрации капель в акустике газозвзвесей // ДАН СССР.— 1991.— Т. 316, № 3.
15. Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред.— М.: Наука, 1987.— Ч. 1.
16. Фуке Н. А. Механика аэрозолей.— М.: Изд-во АН СССР, 1955.

г. Казань, г. Тюмень

Поступила 26/II 1992 г.

УДК 532.529.6

П. К. Волков

ВЛИЯНИЕ ДВИЖЕНИЯ СРЕДЫ ПУЗЫРЯ НА ВСПЛЫТИЕ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ТРУБКАХ

1. Введение. При моделировании всплывающих в жидкости пузырей, как правило, для упрощения задачи предполагается, что внутри пузыря среда покоится и для описания состояния такой среды вполне достаточно одной константы — термодинамического давления газа в пузыре p_g . В случае всплытия газовых или воздушных пузырей в тяжелой жидкости это вполне оправданно, поскольку отношение плотностей и вязкостей газа и жидкости $\ll 1$, а значит, среда в пузыре легкая и трение газа о жидкость на границе пузыря мало и не оказывает существенного влияния на всплытие. Данное предположение подтверждается многочисленными экспериментами. Однако для паровых пузырей, например во фреонах, отношение плотностей уже порядка 0,1 и расчет задачи по модели пузыря может быть недостаточно хорошим.

2. Постановка задачи и алгоритм решения. В настоящей работе в предположении, что среда в пузыре — вязкая несжимаемая жидкость (капля другой жидкости), исследуется всплытие при $\rho_1/\rho_2 = 0,1$ в трубках в стесненных условиях для $\lambda = 0,8$. Здесь ρ_1, ρ_2 — плотность среды внутри и вне капли; $\lambda = a/R_k$; a — радиус эквивалентной по объему сфе-

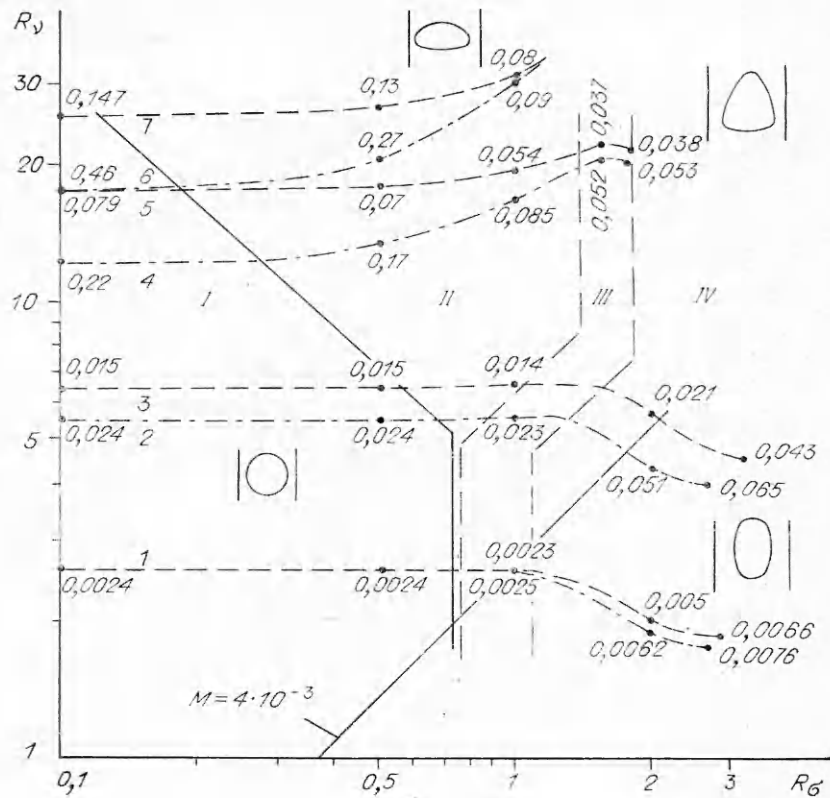


Рис. 1

ры; R_κ — радиус трубки. В этом случае капля занимает более половины сечения трубки и, таким образом, особенности течения внешней жидкости (а значит, и внутри капли) определяются характером перетока ее через узкий зазор между стенками трубки и капли. При меньших λ , как показывают расчеты всплывающего пузыря [1], влияние стенок мало, при больших λ оно усиливается.

Движение внутри и вне капли описывается уравнениями Навье — Стокса. На границе раздела сред Γ ставятся условия согласования [2]: равенство скоростей и касательных напряжений. Нормальные напряжения имеют скачок на величину капиллярного давления. Алгоритм численного решения задачи строится аналогично [1] и подробно описан в [3]. Результаты серий расчетов представлены на диаграмме (рис. 1) с координатами $R_\sigma = a / (\nu_2^2 / g)^{1/3}$, $R_v = a / (\sigma / \rho_2 g)^{1/2}$, так что каждая среда всплытия изображается на ней прямой линией, поскольку $R_\sigma / R_v = (g \rho_2^3 \nu_2^4 / \sigma^3)^{1/6} = M^{1/6}$, где M зависит только от физических констант среды всплытия (g — ускорение свободного падения, σ — коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела сред, ν_1, ν_2 — кинематическая вязкость капли и внешней жидкости). Из-за большого числа безразмерных параметров [3] (используются $Re_1 = u_2 a / \nu_1$, $Re_2 = u_2 a / \nu_2$ — числа Рейнольдса внутреннего и внешнего течений, $We = \rho_2 u^2 2a / \sigma$ — число Вебера) обобщение результатов провести очень трудно. Тем не менее приведенные на рис. 1 линии постоянных значений чисел Рейнольдса и числа Фруда ($Fr = u^2 / ga$) на них, несущего полную информацию о скорости всплытия u , показывают общие закономерности течений и степень влияния среды капли на процесс всплытия. Здесь при $Re_1 = 0,4$ линии 1, 3, 5, 7 отвечают $Re_2 = 0,4; 4; 40; 100$, а линии 2, 4, 6 при $Re_1 = 60$ соответствуют $Re_2 = 4; 40; 100$. Расчеты ведутся по We при заданных Re_1, Re_2 от $We = 0$, когда капля — сфера. С ростом We форма капли изменяется.

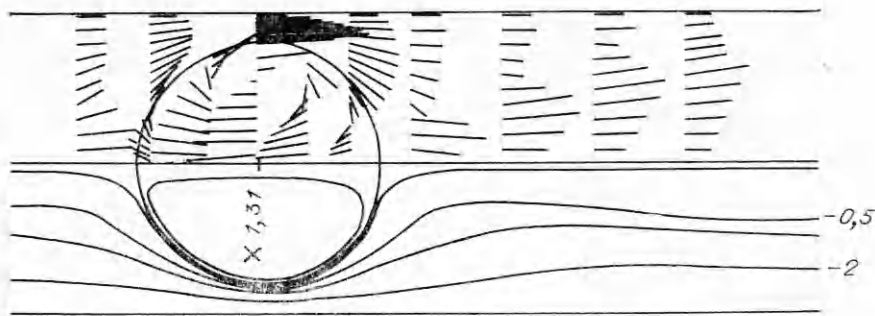


Рис. 2

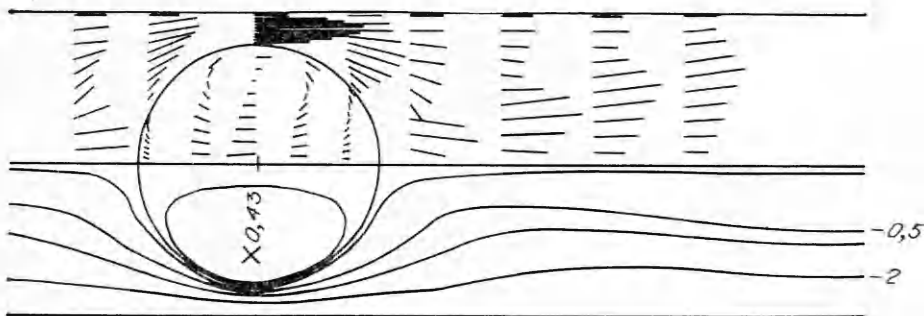


Рис. 3

3. Всплытие слабдеформированных капель. Область I на рис. 1, очерченная справа сплошной ломаной линией, — область сферических и малодеформированных капель (отношение горизонтального к вертикальному размеру $\leq 1,03$). Значения Fg практически постоянны при фиксированных Re_1 , Re_2 с ростом We . Область I построена по данным расчетов для $Re_1 = 60$ и практически совпадает с аналогичной для пузырей [1]. При $Re_1 = 0,4$ верхняя наклонная линия области I поворачивается вправо на $15-20^\circ$.

Изучим особенности всплытия сферических капель. При $\lambda = 0$ известно точное решение уравнений Навье — Стокса для $Re_2 \ll 1$ (сферический вихрь Хилла [4]), не зависящее от среды капли. Здесь при $We = 0$ имеем сферу с $a = 2$ и выполненное краевое условие для нормальных напряжений [3]. Можно ожидать, что при некоторых Re_2 и $\lambda > 0$ сохранится эта «автомодельность» всплытия капли относительно ее среды. Расчеты по We с $Re_1 = 0,4$ и 60 при малых Re_2 практически совпадают — линия I на рис. 1 отвечает $Re_2 = 0,4$. Внутри капли происходит интенсивное вихревое движение, как на рис. 2 (сплошные линии — изолинии функции тока в системе координат, связанной с каплей, черточки — векторы скорости по сечению трубы). Максимальное значение скорости внутри капли сравнимо со скоростью перетекаемой жидкости в узком зазоре между стенкой трубы и поверхностью капли. При $R_0 = 0,1$ для линии I (рис. 1) $M \approx 3 \cdot 10^{-9}$, а значение M для капли M_k изменяется от 10^{-19} для $Re_1 = 60$ до $3 \cdot 10^{-12}$ для $Re_1 = 0,4$; на правой границе области I ($R_0 = 0,8$) $M \approx 10^{-3}$, а $M_k = 2 \cdot 10^{-15}$ и 10^{-6} соответственно.

С ростом Re_2 решения при $Re_1 = 60$ и $0,4$ различаются: кривые 2 и 3 для $Re_2 = 4$ на рис. 1. Однако в структуре течений существенных изменений не произошло, картины очень похожи на рис. 2. При $Re_2 = 40$ различие для $Re_1 = 60$ и $0,4$ (кривые 4 и 5 на рис. 1) еще больше увеличилось. Стали заметными изменения в картинах течений. Так, если при $Re_1 = 60$ отличия от рис. 2 наблюдаются в сторону некоторого увеличения длин векторов скорости в области границы капли с обеих ее сторон, то для $Re_1 = 0,4$ имеем существенное уменьшение интенсивно-

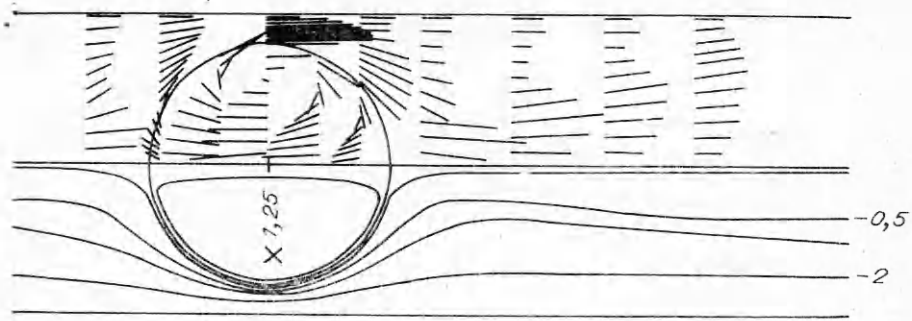


Рис. 4

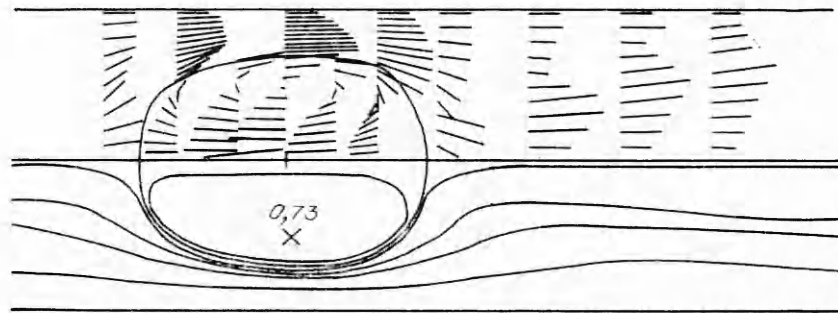


Рис. 5

сти вращения вихря в капле (локальный максимум функции тока стал $\approx 0,4$). Максимальное значение скорости в капле уже меньше скорости всплытия (рис. 3, $We = 0,0058$, $R_\sigma = 0,2$, $R_v = 17,5$, $Fr = 0,074$, $M = 10^{-13}$, $M_k = 2 \cdot 10^{-7}$). Изменилось распределение скорости в узком зазоре: около капли на внешней стороне происходит существенное замедление потока жидкости.

Линии 6 и 7 на рис. 1 соответствуют решениям при $Re_2 = 100$. Соотношение картин течений для малых и больших Re_1 примерно такое же, как для $Re_2 = 40$. Характерный вид течения для $Re_1 = 60$ показан на рис. 4 ($We = 0,024$, $R_\sigma = 0,17$, $R_v = 17,7$, $Fr = 0,45$, $M = 1,8 \cdot 10^{-13}$, $M_k = 10^{-15}$). Значения M при $R_\sigma = 0,1$ для $Re_2 = 100$, $Re_1 = 60$ и $Re_2 = 40$, $Re_1 = 0,4$ практически совпадают, с ростом R_σ ($\leq 0,2$) структуры течений, значения Fr различаются незначительно. Таким образом, рис. 3 и 4 служат иллюстрацией влияния среды капли на процесс всплытия: M , R_σ , R_v (а следовательно, и размеры капли) примерно одинаковы, значения M_k отличаются более чем на 8 порядков. Скорость всплытия капли с меньшим M_k (рис. 4) в 2,4 раза выше, чем у капли жидкости того же объема с большим M_k (рис. 3). Кстати, здесь возможна легкая проверка правильности нахождения определяемого параметра Fr . Квадратный корень из отношения чисел Фруда (отношение скоростей всплытия) должен быть равен отношению чисел Рейнольдса Re_2 внешней жидкости, если данные отвечают одной и той же точке на рис. 1. В этом случае погрешность $\leq 3,6\%$, что находится в пределах допустимой точности вычисления Fr из равенства силы трения на поверхности капли архимедовой силе.

Тот факт, что данные для постоянных значений Re_1 и Re_2 в области I практически не зависят от R_σ (линии 1—7 параллельны оси R_σ), говорит о том, что всплытие определяется соотношением вязких сил и не зависит от поверхностного натяжения. Капиллярные силы здесь превосходят силы динамического взаимодействия и сохраняют форму капли сферической.

4. Всплытие деформированных капель в трубе. С увеличением We капля вытягивается поперек направления всплытия (область II на рис. 1). При этом происходит уменьшение зазора между поверхностью капли и стенкой трубы, что приводит к увеличению неравномерности в скорости по сечениям трубы. В вязких средах с достаточно большими M ($>10^{-5}$) этот процесс «быстро стабилизируется» и влияние стенок трубы начинает сказываться, приводя к вытягиванию вперед носовой части капли (область III), а затем назад кормовой части (область IV). Таким образом, в области IV капля деформируется, вытягиваясь вдоль трубы, с увеличением зазора между ее поверхностью и твердой стенкой. Область перестройки процесса деформации капли III достаточно узкая, и в ней становятся существенными все параметры. Линии постоянных значений чисел Рейнольдса имеют здесь локальный максимум, в области IV монотонно убывают, выходя при $R_\sigma > 2$ снова на константы. Значения Fr при движении вдоль этих линий с увеличением R_σ уменьшаются, достигая локального минимума в области III, а затем снова растут. Рис. 2 ($Re_1 = 0,4$, $Re_2 = 0,4$, $We = 0,0048$, $Fr = 0,0023$, $R_\sigma = 1$, $R_v = 2,58$, $M = 3,7 \cdot 10^{-3}$, $M_k = 3,7 \cdot 10^{-6}$) соответствует области III. На рис. 5 ($Re_1 = 0,4$, $Re_2 = 0,4$, $We = 0,11$, $Fr = 0,0066$, $R_\sigma = 2,88$, $R_v = 1,82$, $M = 15,8$, $M_k = 0,016$) представлена картина течения в области IV при выходе линии постоянных Re_1 , Re_2 на константу (см. рис. 1). Капля имеет вытянутую (как снаряд) форму с тупой носовой частью (начинает уплотняться с $R_\sigma > 2$) и волнообразной кормовой. Далее по R_σ продвинуться не удалось. Граница капли волнообразно изменялась на итерациях ее расчета. Решения для разных We при $Re_1 = 60$ ($Re_2 = 0,4$) в целом имеют те же закономерности деформации поверхности, но расположены несколько ниже при $R_\sigma > 0,8$ (см. рис. 1). Капля по сравнению с $Re_1 = 0,4$ менее вытянута, интенсивность движения среды внутри нее выше. При $R_\sigma = 2,52$ на боковой поверхности капли, за точкой локального максимума функции тока, появляется вмятина и далее на итерациях расчета граница остается волнообразной — стационарное решение не получено.

Расчеты для $Re_2 = 4$ с $Re_1 = 60$ и $0,4$ (линии 2 и 3 на рис. 1) изображаются на диаграмме кривыми, которые можно совместить параллельным переносом. Это область значений гидродинамических параметров, когда индивидуальные особенности сред сохраняются и проявляются с изменением геометрии капли (решения для линии 3 соответствуют средам с одинаковыми динамическими вязкостями). Картины течений при $Re_1 = 60$, $We = 0,05$ ($Fr = 0,023$, $R_\sigma = 1,05$, $R_v = 5,6$, $M = 4,4 \cdot 10^{-5}$, $M_k \sim 10^{-11}$) и $Re_1 = 0,4$, $We = 0,028$ ($Fr = 0,014$, $R_\sigma = 1$, $R_v = 6,55$, $M = 1,2 \cdot 10^{-5}$, $M_k = 1,2 \cdot 10^{-4}$) очень похожи на рис. 2 при несколько меньшей интенсивности движения жидкости в капле с $Re_1 = 0,4$ (максимум функции тока равен 1,16).

При $R_\sigma \geq 2$ капля вытянута вдоль трубы. Рис. 6 соответствует $Re_1 = 60$, $We = 0,4$ ($Fr = 0,05$, $M = 0,01$, $M_k \sim 10^{-10}$, $R_\sigma = 1,98$, $R_v = 4,28$), а рис. 7 — $Re_1 = 0,4$, $We = 0,18$ ($Fr = 0,022$, $M = 0,0023$, $M_k = 0,023$, $R_\sigma = 2,05$, $R_v = 5,65$). При дальнейшем увеличении We ($We = 0,85$, $R_\sigma = 2,57$, $R_v = 3,95$, $M = 0,075$, $M_k = 10^{-9}$) длина капли при $Re_1 = 60$ осталась той же, что и на рис. 6, увеличилась волна в кормовой части и слегка расплюсился нос (как на рис. 5). В структуре течений особых изменений нет. При $Re_1 = 0,4$ ситуация другая: при $R_\sigma = 2,55$ ($We = 0,46$, $Fr = 0,035$, $M = 0,022$, $M_k = 0,22$) капля значительно вытянулась, практически не меняя носовой и кормовой частей. Уменьшилась интенсивность движения жидкости внутри нее и сдвинулась назад точка локального максимума функции тока, равного 0,53. На рис. 8 ($We = 0,85$, $Fr = 0,043$, $R_\sigma = 3,15$, $R_v = 4,5$, $M = 0,11$, $M_k = 1,1$) показан вид течения, отвечающий выходу линии 3 (рис. 1) на постоянный уровень. На боковой поверхности капли появился участок, параллельный стенке, в кормовой — характерное утолщение.

В жидкостях с $M < 10^{-5}$ всплывающие капли деформируются, вытягиваясь поперек трубы, в значительно большем диапазоне значений We

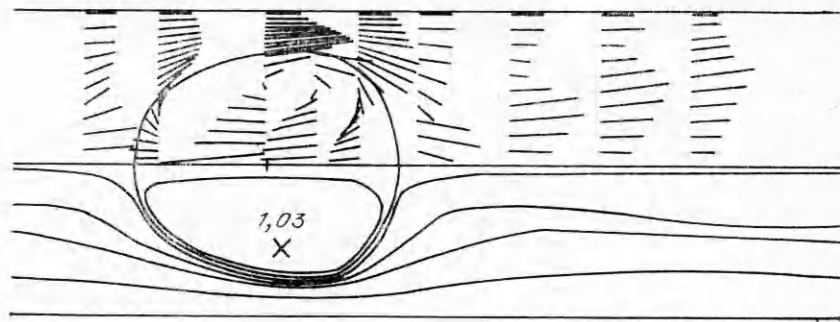


Рис. 6

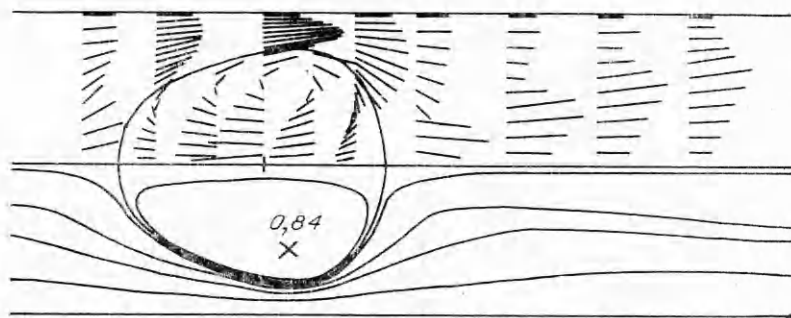


Рис. 7

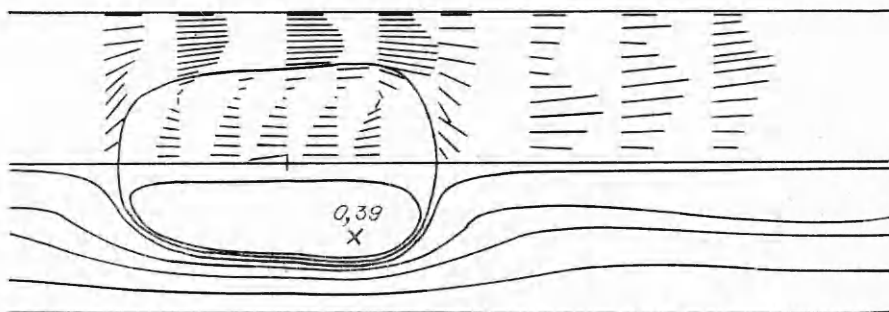


Рис. 8

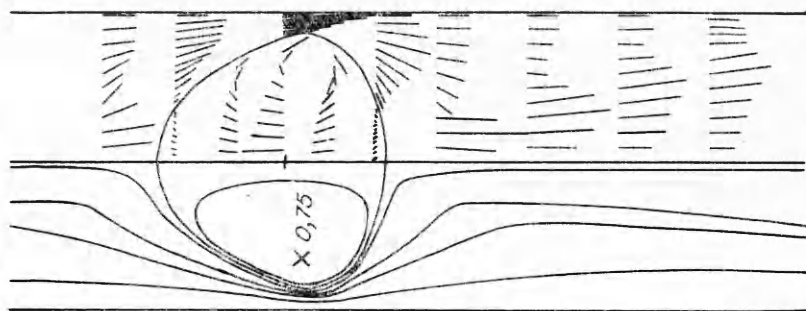


Рис. 9

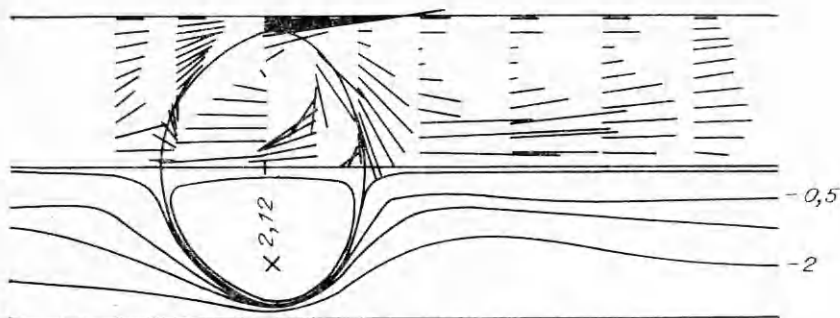


Рис. 10

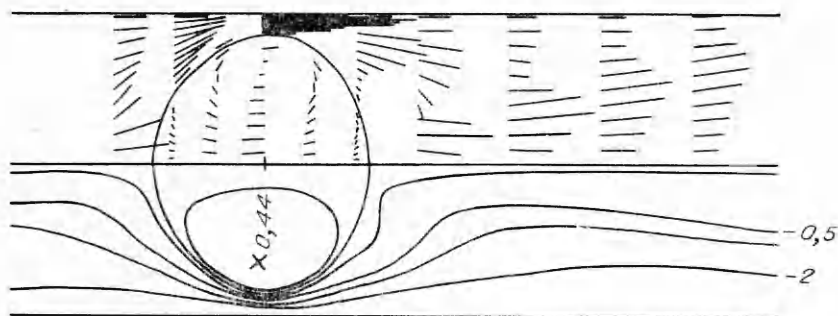
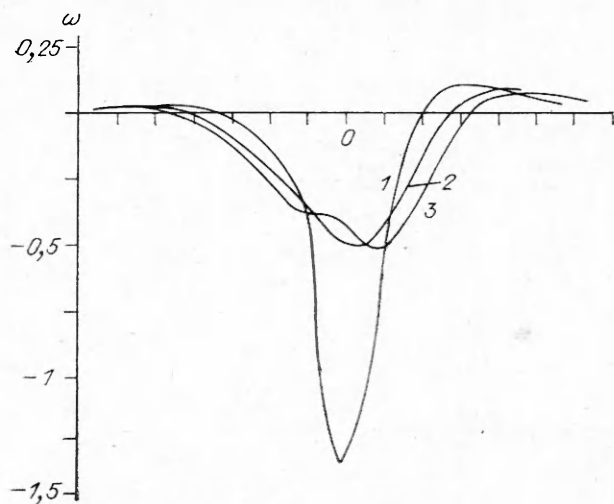


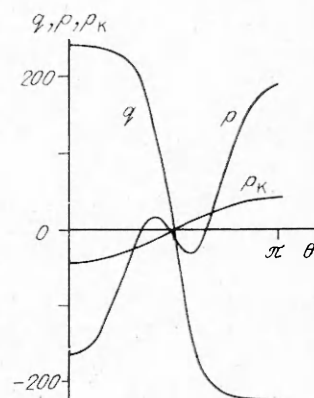
Рис. 11

(область II, рис. 1). Линии постоянных значений Re_1 и Re_2 в области сферических пузырей разошлись еще больше (см. рис. 1, линии 4, 5 и 6, 7), что говорит о существенном влиянии среды капли на ее всплытие. С увеличением We линии 4 и 5, 6 и 7 начинают сближаться, разность значений Fr на них уменьшается и достигает наименьших величин в области III, где происходит перестройка процесса деформации и капля начинает вытягиваться вдоль оси трубы. На рис. 9 ($Re_1 = 0,4$, $Re_2 = 40$, $We = 0,26$, $Fr = 0,04$, $R_s = 1,84$, $R_v = 21,7$, $M = 3,6 \cdot 10^{-7}$, $M_k = 3,6 \cdot 10^{-2}$) представлена характерная картина течения при переходе в область IV. Капля имеет клинообразную форму, аналогичную пузырю в этой же области значений параметров R_s , R_v (см. [1], рис. 7, б). В носовой и кормовой частях ее жидкость практически не движется, так что на внешней стороне реализуется условие прилипания, как на неподвижной стенке. При больших R_s поверхность капли изменяется нестационарно.

Данные для $Re_2 = 100$ с $Re_1 = 60$ и $0,4$ (линии 6 и 7, рис. 1) сближаются с ростом R_s . Значения Fr на них уменьшаются и при $R_s = 1$ отличаются на $\sim 12\%$. На рис. 10 показан вид течения для $Re_1 = 60$, $We = 0,19$ ($Fr = 0,086$, $R_s = 1,04$, $R_v = 30,66$, $M = 1,5 \cdot 10^{-9}$, $M_k \sim 10^{-11}$). Внутри капли имеется интенсивный вихрь, вне ее у стенки трубы — застойная зона, а по поверхности движется жидкость, обтекая каплю и создавая за ней у оси струю. Структура течения сильно напоминает картину около всплывающего пузыря [1]. При $Re_1 = 0,4$ существенно изменился вид течения (рис. 11, $We = 0,17$, $Fr = 0,066$, $R_s = 1,14$, $R_v = 33,45$, $M = 1,5 \cdot 10^{-9}$, $M_k = 6 \cdot 10^{-3}$). Внутри капли происходит слабое вихревое движение, во внешнем течении в кормовой части линии тока отходят от ее поверхности, что говорит об образовании здесь застойной зоны, которая впоследствии может привести к отрыву потока. Данные рис. 10 и 11 расположены на рис. 1 рядом и соответствуют внешней жидкости с близкими значениями M . Размеры капель отличаются менее чем на 10% , а $M_k \sim 10^{-11}$ и $6 \cdot 10^{-3}$. Таким образом, рис. 10 и 11 могут служить иллюстрацией влияния среды капли на процесс всплытия ее в одной и той же жидкости.



Р и с. 12



Р и с. 13

5. Трение на стенке трубы и давление на поверхности капли. Всплытие капли в трубе с покоящейся жидкостью происходит за счет перетока части жидкости сверху вниз через узкий зазор между стенками капли и трубы. Важная функция, характеризующая эффективность всплытия, — распределение трения τ на стенке трубы. Поскольку $\tau = -2\omega/Re_2$, то знание вихря ω на стенке позволяет определить потери, проинтегрировав это соотношение по поверхности трубы. Геометрический смысл определенного интеграла — площадь под кривой. Поэтому, имея графики ω , легко оценить величину работы, которая тратится на преодоление трения жидкости о стенки, и вклад в нее различных участков трубы.

Поскольку капля всплывает в трубе с покоящейся жидкостью, то трение на стенках не равно нулю только в створе ее и на некотором расстоянии от нее. На рис. 12 показаны графики ω : цифры 1—3 соответствуют рис. 2, 5, 8. Кривая 1 отвечает слабodeформируемой сфере, распределение ω имеет несимметрию относительно прямой $\theta = \pi/2$. За каплей существует область положительных значений ω , указывающая на торможение здесь жидкости. При больших Re_2 положительные и отрицательные пики растут. Проведем сопоставление значений ω на рис. 3 и 4, отвечающих всплытию капель одинакового объема разных жидкостей в одной и той же внешней. Минимальные значения ω равны -10 и $-7,7$. Для размерных величин ω (для отрицательных пиков), поскольку обезразмеривание проведено по скорости всплытия, имеем

$$\frac{\omega_{60}}{\omega_{0,4}} = \sqrt{\frac{Fr_{60}}{Fr_{0,4}} \frac{\omega'_{60}}{\omega'_{0,4}}} = \sqrt{6 \frac{7,7}{10}} \approx 1,9,$$

где индекс у ω , Fr означает принадлежность к решению с таким же Re_1 ; ω' — безразмерная величина. Так как $\tau \sim \rho_2 v_2 \omega$, то $\tau_{60}/\tau_{0,4} \approx 1,9$, величина пика трения на стенке при всплытии капли жидкости с $M_k \approx 10^{-15}$ больше в 1,9 раза, чем при всплытии капли с $M_k \approx 10^{-7}$, но скорость всплытия у первой больше в 2,4 раза.

Аналогичное соотношение для рис. 10 и 11 дает $\omega_{60}/\omega_{0,4} \approx 1,37$ (в этом случае на диффузорном участке графики ω близки, величины пиков равны -30 и -25). Здесь скорости всплытия капель мало различаются.

Общие потери при всплытии капли складываются из двух слагаемых: трения перетекаемой жидкости о стенки трубы и о каплю. В случае больших Re_1 потери на капле несущественны, значения Fr , ω на стенке, формы капли и структуры течений близки к решениям для пузы-

ря. При малых Re_1 , как показывает сравнение рис. 10 и 11, 3 и 4, на капле реализуется условие прилипания на неподвижной (или частично подвижной) границе. Трение жидкости о каплю уже значительное (даже возможен отрыв, см. рис. 11), так что суммарные затраты на переток жидкости становятся большими.

Изменение распределения вихря по мере деформации поверхности капли можно проследить, сопоставляя рис. 2 и 5 и кривые 1 и 2 на рис. 12, которые отвечают одинаковым значениям Re_1 и Re_2 . При вытягивании капли вдоль оси трубы расширяется зазор между ней и трубой — величина пика ω убывает. Если поверхность имеет участок, параллельный стенке трубы, то в графике ω возникает «полочка». Наличие вмятины (или выступа) приводит к появлению неоднородности у ω (кривая 3 рис. 12 отвечает рис. 8). Таким образом, небольшие искажения формы капли (изменение зазора по сечениям) отражаются в распределении вихря ω , а значит, и трения τ на стенке.

Важная гидродинамическая характеристика — давление p . При решении задач обтекания тел заданной формы в переменных ψ , ω давление p вообще не входит в постановку задачи и определяется по найденным ψ , ω с фиксированием p в некоторой точке области течения. Как правило, восстанавливается функция обобщенного давления q — алгебраическая сумма p и потенциала силы тяжести. Этого оказывается вполне достаточно, поскольку сила тяжести играет пассивную роль. Расхождение в давлении возникает только на этапе сопоставления расчетных данных с экспериментальными в конкретной жидкости и может проявиться в сдвиге функций p на константу.

В данной постановке давление входит явно в краевое условие на поверхности капли и отыскивается из исходных уравнений движения в едином итерационном цикле. Движущей силой процесса всплытия выступает сила тяжести, в коэффициент которой входит значение Fr , определяемое при решении задачи. Таким образом, давление несет в себе информацию о равенстве активндействующих сил (Fr находится из условия равновесия сил Архимеда и трения внешней жидкости о каплю) и о сохранении объема капли (определяется $Pd = (p_\infty - p_r) 2a/\sigma$, a задано).

На рис. 13 представлены графики давления на поверхности сферической капли для $Re_1 = 60$, $Re_2 = 0,4$, $We = 0,0001$ ($R_c = 0,16$, $R_v = 2,5$), картина течения которой близка к приведенной на рис. 2. Здесь q , p — обобщенное давление и давление в жидкости на внешней стороне капли, p_k — давление на внутренней стороне Г. Число Фруда мало, поэтому в q основной вклад идет от потенциала силы тяжести ($\sim R \cos \theta / Fr$); p уже не является монотонным. В области узкого зазора развиваются большие градиенты скорости (ускорение жидкости в конфузурной части и замедление ее в диффузорной) и у функции p появляются локальные максимум и минимум. Давление в капле p_k отвечает гидростатическому, хотя внутри капли довольно развитое течение, — следствие малости параметра ρ_1/ρ_2 , являющегося коэффициентом при расчете p_k . Графики для давлений при $Re_1 = 0,4$, $Re_2 = 0,4$, $We = 0,0001$ практически совпадают с рис. 13, кроме начального и конечного участков, где есть небольшое отклонение в сторону увеличения амплитуды колебания.

Рис. 14 и 15 отвечают данным рис. 3 и 4 для сферических капель одинакового объема разных жидкостей в одной и той же жидкости. Характер графиков давлений для более вязкой капли такой же, как на рис. 13, но с функцией p , имеющей порядок значений, как у p_k , — следствие торможения внешней жидкости около капли. Рис. 15 отвечает «случаю пузыря»: трение на поверхности мало, давление в кормовой части капли возрастает. Значения функции p_k маленькие, и практически она постоянна, кроме окрестности точки $\theta = \pi/2$, где меняет знак.

Деформация поверхности, сужение зазора приводят к перераспределению функций давления, появлению в области зазора узких пиков (рис. 16 соответствует данным рис. 10). Присутствие более вязкой среды

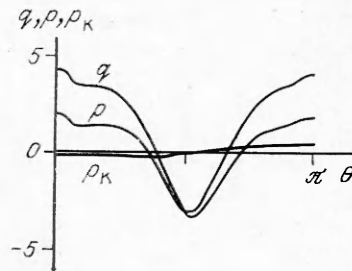
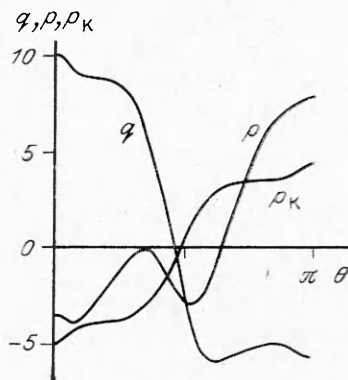


Рис. 15

Рис. 14

в капле сглаживает эти пики. Таким образом, рис. 10, 11, 16 демонстрируют влияние среды капли на давление при ее всплывании.

Вытягивание капли вдоль оси трубы приводит к изменению структуры распределения давлений. У функции p участок немонотонности растянулся на всю боковую поверхность капли, амплитуда колебаний ее уменьшилась. Функция p_k близка к p и существенно отличается от нее только в окрестности лобовых точек. На рис. 17 представлены графики давлений, отвечающие рис. 5. Немонотонное поведение p_k и p в области передней лобовой точки связано с тем, что здесь встречаются два потока жидкости — внутри капли и вне — и затем растекаются вдоль границы, образуя плоскую лобовую часть, если их динамические напоры примерно одинаковы.

6. Обсуждение результатов. Проведенные многочисленные расчеты показали, что при $Re_1 = 60$ закономерности деформации капель и значения Fg совпадают с аналогичными для пузыря [1]. При этом M_k изменяются от 10^{-16} ($Re_2 = 100$) при $We = 0,01$ (сфера) до 10^{-11} при $We = 0,19$ (деформированная капля) и от 10^{-19} ($Re_2 = 0,4$) при $We = 0,0001$ до 10^{-11} при $We = 0,01$; значения M имеют порядок соответственно $\sim 10^{-14}$ и 10^{-9} при $Re_2 = 100$ и $\sim 10^{-8}$ и 10 при $Re_2 = 0,4$. Решения для $Re_1 > 60$ в рассматриваемом промежутке значений We (или R_σ) будут отвечать средам капли с еще меньшими M_k . Поскольку отношение ρ_1/ρ_2 фиксировано, это означает, в частности, что данные соответствуют средам капли с еще меньшей вязкостью (следовательно, и трением на поверхности Γ).

Расчеты с $Re_1 = 0,4$ отвечают всплыванию более вязких капель в диапазоне значений M_k от 10^{-15} ($Re_2 = 100$) при $We = 0,02$ (сфера) до $0,006$ при $We = 0,17$ (деформированная капля) и от $\sim 10^{-12}$ ($Re_2 = 0,4$) при $We = 0,00004$ до $0,16$ при $We = 0,11$; значения M изменяются от 10^{-16} (сферические капли) при $Re_2 = 100$ до $M = 16$ («продолговатые снаряды») при $Re_2 = 0,4$.

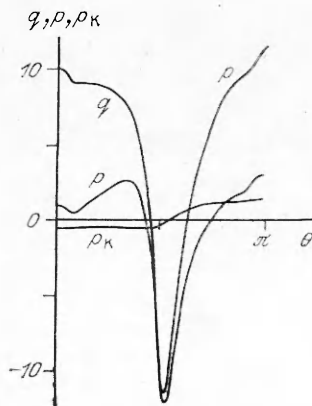


Рис. 16

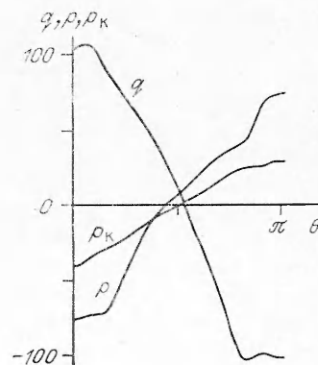


Рис. 17

Данные для больших M_k , чем указано выше, соответствуют расчетам с $Re_1 < 0,4$. Физически это отвечает более вязким средам капли (в пределе с недвигающейся жидкостью), так что во внешнем течении скорость жидкости на поверхности зануляется. Решения, отвечающие фиксированному Re_2 с $Re_1 < 0,4$, располагаются на рис. 1 несколько выше, чем для $Re_1 = 0,4$. Таким образом, по данным рис. 1 с учетом диаграммы из [1] для пузыря можно построить изолинии числа Фруда для конкретной жидкости капли и проследить особенности всплытия в других заданных жидкостях. Размеры капель, для которых получены решения, достигают 2—3 величин капиллярной постоянной внешней жидкости.

В области сферических капель для $Re_2 < 1$ имеется «автомодельность» процесса всплытия относительно среды капли и гидродинамического параметра R_c : линии постоянных значений Re_1 , Re_2 , изолинии Fr параллельны оси R_c . В области деформированных капель наблюдаются два типа их поведения. При $Re_2 < 1$ (или для жидкостей с $M > 10^{-3}$) имевшаяся «автомодельность» нарушается — раздвоение линии 1 на рис. 1. Для больших Re_2 (для сред всплытия с $M < 10^{-6}$) деформация капель приводит к уменьшению влияния индивидуальных особенностей среды капли на скорость всплытия: данные для сред капли со значениями M_k , отличающимися на 5—7 порядков, сближаются. Между этими двумя классами жидкостей имеется промежуточная зона с M от $\sim 10^{-6}$ до 10^{-4} , где линии постоянных Re_1 , Re_2 практически параллельны (линии 2 и 3).

Сближение линий 4 и 5, 6 и 7 можно объяснить тем, что по мере деформации капель появляются предпосылки к образованию вторичных течений с замкнутыми линиями тока около стенки трубы за каплей и в кормовой части около ее поверхности. Наличие застойных зон стирает индивидуальные особенности течения, обусловленные средой капли, и приводит к «автомодельности» скорости всплытия относительно жидкости капли.

Расчеты показывают, что если M_k среды капли меньше M внешней жидкости, то реализуется течение, как около всплывающего пузыря; в противном случае движение около границы раздела сред существенно заторможено.

Для всплывающих в трубе пузырей было показано [5], что в области, где пузырь деформируется, вытягиваясь вдоль оси трубы, он всплывает по закону «снарядного режима» ($\lambda = 0,8$), т. е. скорость всплытия не зависит от его размера. Учитывая как количественное совпадение диаграмм, так и качественное, можно утверждать, что в области IV (рис. 1) в жидкостях с $M > 10^{-4}$ капли с эквивалентным радиусом, большим капиллярной постоянной δ_c , в стесненных условиях всплывают по закону «снарядного режима». В средах при $M < 10^{-4}$ это происходит для капель с радиусом, большим $2\delta_c$.

Движение среды в капле не изменило правой границы области перестройки процесса деформации III по сравнению со случаем пузыря. Левая граница сдвинулась, так что область III стала уже. Таким образом, учет движения среды в пузыре приводит к увеличению области сферических пузырей в жидкостях с большими M , а значит, в трубах при $R_k < \delta_c$ увеличение его размеров может приводить к остановке пузыря вследствие его «жесткости». Сужение области III и сдвиг ее верхней части вправо также могут служить объяснением остановки пузыря в капиллярных трубках с жидкостью с малыми M [6]: пузырь деформируется, вытягиваясь поперек трубки, происходит ее «запирание».

Значения M для жидкостей, в которых процесс перестройки деформации существенно увеличен, возросли примерно на порядок по сравнению со всплытием пузыря (наклонная часть области III).

Таким образом, учет движения среды в пузыре (расчеты при малых ρ_1/ρ_2) существенно влияет на скорость всплытия его в трубке и на структуру течения жидкости около него.

