

15. Фэй Д., Риддел Ф. Теоретический анализ теплообмена в передней критической точке, омываемой диссоциированным воздухом // Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций.— М.: ИЛ, 1962.
 16. Соседов В. П. Свойства конструкционных материалов на основе углерода: Справочник.— М.: Металлургия, 1975.

Поступила 19/XI 1986 г.

УДК 532.517.4

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУМЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ЩЕЛИ

В. А. Баранников, П. Г. Фрик, В. Г. Шайдунов
 (Пермь)

Пространственные спектры двумерной турбулентной конвекции получены в [1]: энергия пульсации скорости в развитом турбулентном конвективном потоке следует закону $E(k) \sim k^{-11/5}$, а энергия пульсаций температуры — закону $E_T(k) \sim k^{-7/5}$. Там же показана возможность реализации турбулентного течения с такими спектральными зависимостями в вертикальной щели с теплоизолированными границами. Распределение энергии по спектру существенно зависит от условий теплоотдачи на боковых стенках щели. В данной работе рассмотрено течение в щели с идеально теплопроводными стенками. Описана экспериментальная реализация плоского турбулентного течения в подогреваемой снизу конвективной ячейке Хеле — Шоу, образованной хорошо проводящими тепло пластинами с линейным по высоте распределением температуры.

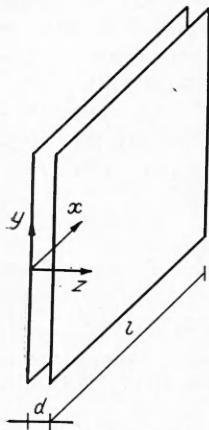


Рис. 1

1. Рассматривается течение несжимаемой вязкой жидкости в плоском вертикальном слое толщиной d с характерным размером $l \gg d$ (рис. 1), с границами бесконечной теплопроводности и вертикальным градиентом температуры $\partial T/\partial y = -a$. Движение считается плоским ($\mathbf{v} \gg (v_x, v_y, 0)$) с заданным профилем скорости и температуры поперек слоя:

$$(1.1) \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}(x, y, t) \sin(\pi z/d), \quad T = -ay + \Theta(x, y, t) \sin(\pi z/d).$$

Подстановка (1.1) в уравнения термогравитационной конвекции в приближении Буссинеска [2] с последующим интегрированием по z от 0 до d приводит к двумерным уравнениям, которые после обезразмеривания принимают вид

$$(1.2) \quad \partial \mathbf{v} / \partial t = -(\pi/4)(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} - \nabla p + \Delta \mathbf{v} - D \mathbf{v} + \xi \text{Gr}(\Theta - y);$$

$$(1.3) \quad \partial \Theta / \partial t = -(\pi/4)(\mathbf{v} \nabla) \Theta + (\Delta \Theta - D \Theta) / \text{Pr} + \mathbf{v} \xi;$$

$$(1.4) \quad \nabla \mathbf{v} = 0.$$

Здесь $\text{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля; $\text{Gr} = g\beta l^4 a/\nu^2$ — число Грасгофа; ν — вязкость; χ — температуропроводность; β — коэффициент теплового расширения; ξ — единичный вектор вдоль оси y ; $D = \pi^2 l^2/d^2$ — трение (вязкое в (1.2) и тепловое в (1.3)) о боковые стенки полости. За единицы измерения длины, времени, скорости и температуры выбраны l , l^2/ν , ν/l , al .

Спектральные характеристики исследуются на основе иерархической модели турбулентной конвекции, построенной в [1] путем проектирования уравнений движения (1.2), (1.3) на специальный базис, описывающий

иерархию вихрей и термиков прогрессивно уменьшающегося масштаба:

$$\mathbf{v} = \sum_{N,n} A_{Nn}(t) \mathbf{v}_{Nn}(x, y), \quad \Theta = \sum_{N,n} C_{Nn}(t) \Theta_{Nn}(x, y).$$

Особенностью базисных функций является то, что функции с различным индексом N , отвечающим за размер вихрей, имеют не перекрывающиеся в пространстве волновых векторов фурье-образы. Увеличение N на единицу соответствует уменьшению размеров вихрей в 2 раза. Индекс n определяет положение конкретного вихря данного масштаба.

Для получения малопараметрической модели уравнения Галеркина для коэффициентов A_{Nn} и C_{Nn} усредняются по индексу n . Получается система для коэффициентов A_N и C_N , выполняющих роль коллективных переменных, отвечающих за возмущения полей скорости и температуры, волновые векторы которых лежат в пределах одной октавы:

$$(1.5) \quad \dot{A}_N = \sum_{M,L} T_{NML} A_M A_L + (K_N - D) A_N + \text{Gr} F_N C_N;$$

$$(1.6) \quad \dot{C}_N = \sum_{M,L} H_{NML} A_M C_L + (K_N - D) C_N / \text{Pr} + P_N A_N,$$

где $K_N = -21,4 \cdot 2^{2N}$; $F_N = 3,3 \cdot 2^N$; $P_N = 0,15 \cdot 2^{-N}$; $T_{NML} = 2^N T_{0,M-N,L-N}$; $H_{NML} = 2^N H_{0,M-N,L-N}$. Таблицы значений элементов матриц T_{0ML} и H_{0ML} , а также все пояснения к выводу модельных уравнений и вычислению матриц можно найти в [1].

Рассматриваемое движение представляет собой одну из немногих возможностей получения двумерного турбулентного течения в лабораторных условиях. Однако способ создания турбулентного конвективного движения накладывает существенный отпечаток на характер процесса, в том числе и на распределение энергии по спектру. Приток энергии описывается членами $\text{Gr} F_N C_N$ в уравнении (1.5) и $P_N A_N$ в (1.6), причем подкачка энергии осуществляется во все масштабы движения. Видоизменяется и влияние вязкости. Основная диссипация энергии происходит за счет трения о боковые стенки, которое одинаково эффективно для движений любого масштаба (члены DA_N и DC_N соответственно в (1.5) и (1.6)).

Если в изотермической турбулентности режимы подобия устанавливаются за счет баланса нелинейных членов, описывающих перераспределение энергии между вихрями различных масштабов, то в рассматриваемом случае режим подобия может быть обеспечен только балансом членов, описывающих подкачку энергии в движение данного масштаба, с диссипативными и нелинейными членами.

Степенные законы для A_N и C_N ищем в виде $A_N = A_0 2^{-\kappa N}$, $C_N = C_0 2^{-\lambda N}$. Чтобы конвективные члены компенсировались трением о боковые стенки, нужно потребовать, чтобы $\text{Gr} F_N C_N \sim DA_N$ и $P_N A_N \sim DC_N / \text{Pr}$, что возможно только при $\lambda = \kappa + 1$. Баланс между притоком энергии от вихрей других масштабов и ее диссипацией требует $T_{NML} A_M A_L \sim DA_N$ и $H_{NML} A_M C_L \sim DC_N$. Это справедливо при $\kappa = 1$ независимо от распределения энергии температурных пульсаций. Баланс нелинейных членов в (1.5) с конвективным $T_{NML} A_M A_L \sim \text{Gr} F_N C_N$ возможен при $\lambda = 2\kappa$, а равновесие нелинейных членов в (1.6) с членом, описывающим генерацию тепловых возмущений вихрями скорости, существующими на фоне линейного распределения температуры $H_{NML} A_M C_L \sim P_N A_N$, требует $\lambda = 2$. Все приведенные соотношения для κ и λ выполняются при $\kappa = 1$ и $\lambda = 2$, т. е. $A_N = A_0 2^{-N}$, $C_N = C_0 2^{-2N}$. Такое распределение амплитуд вихрей отвечает закону «-3» и для спектра пульсаций скорости, и для спектра пульсаций температуры: $E(k) \sim k^{-3}$, $E_T(k) \sim k^{-3}$.

Спектр пульсаций скорости совпадает с известным для изотермической двумерной турбулентности спектром «-3», устанавливающимся в инерционном интервале переноса энтропии, в котором поток энергии по спектру равен нулю. Природа интервала «-3» в рассматриваемом случае иная, но тем не менее поток энергии пульсаций скорости по спектру, обус-

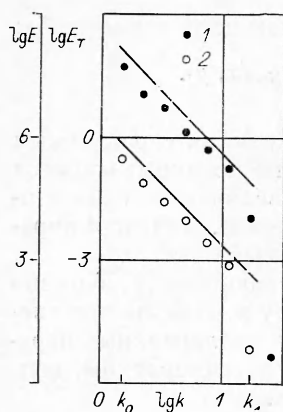


Рис. 2

ловленный взаимодействием троек вихрей, равен нулю. Это значит, что энергия движущейся жидкости диссипирует в тех же масштабах, что и рождается, но существует постоянный поток энтропии от крупномасштабного движения к мелкомасштабному.

На рис. 2 приведены результаты решения системы (1.5), (1.6) для значений параметров, соответствующих описанной ниже экспериментальной модели: $Gr = 1,4 \cdot 10^{10}$, $Pr = 0,7$, $D = 55000$. Точки 1 и 2 — значения E и E_T , k_0 и k_1 — минимальное и максимальное волновые числа, представляющие плоские движения в полости.

2. Экспериментально исследовалось течение воздуха в полости размером $1200 \times 1200 \times 16$ мм. Размеры полости выбраны так, чтобы обеспечить развитое турбулентное течение в плоскости щели при сохранении плоскопараллельного потока с простым профилем поперек слоя.

Решение задачи об устойчивости жидкости в плоском вертикальном слое толщиной d с границами бесконечной теплопроводности и вертикальным градиентом температуры дает спектр критических чисел Рэлея для течений с различными профилями скорости поперек слоя [2] $Ra_m = (\pi^2 m^2 / 4 + k^2)^2$ ($m = 1, 2, \dots$), где Ra — число Рэлея, определенное по полуширине слоя; k — волновое число возмущений вдоль оси x ; индекс m отвечает решению с зависимостью от координаты z вида $\sin(\pi m z / d)$. Для низшей моды ($m = 1$) и бесконечной длины волны возмущений $Ra_1 = 6,09$, а для возмущений с длиной волны, равной удвоенной толщине слоя, $Ra_1 = 24, 36$. Минимальное значение $Ra_2(k = 0)$ равно 97,4.

Для выбранной толщины слоя и характерной для проводившихся опытов наложенной разности температуры 60°C вычисленное по полуширине слоя $Ra = 18$, что позволяет рассчитывать на реализацию плоского течения с профилем вида $\sin(\pi z / d)$, а Ra , найденное по линейному размеру полости и определяющее характер двумерных конвективных течений, при заданных параметрах равно $1,4 \cdot 10^{10}$.

Модель изготовлена из четырех параллельно расположенных дюралюминиевых пластин толщиной 8 мм. Между внутренними пластинами заключена рабочая полость, в которой исследуется движение воздуха. Внешние пластины выполняют роль тепловых экранов. В них создается такое же линейное распределение температуры, как и в основных пластинах, а пространство между ними и внутренними пластинами заполнено стекловатой для предотвращения конвекции. Температура на гранях полости поддерживалась с точностью $0,1^\circ\text{C}$.

Все измерения относятся к нолю температуры и проводились 64 термомпарами, установленными с равномерным шагом вдоль горизонтали в центральном сечении полости и подключенными к термомпарному коммутатору с рабочей частотой 40 Гц. Управление процессом измерений, обработка и выдача результатов осуществлялись с помощью ИВК на базе ЭВМ СМ-4.

На рис. 3 точками отмечены результаты измерений одномерного пространственного спектра пульсаций температуры, полученного усреднением по 300 реализациям, снятым с интервалом 1 мин. Линия соответствует закону спада k^{-3} . Если в однородной изотропной турбулентности степенные зависимости в энергетическом $E(k)$ и одномерном $E_1(k)$ спектрах совпадают, то при измерениях в ограниченной области интенсивность возмущений с длиной волны порядка размеров области в одномерном спектре падает, так как отсутствует вклад более крупномасштабных возмущений за счет маскирующего эффекта [3].

На рис. 4 представлены результаты измерений временного спектра пульсаций температуры в различных точках полости. С выбранной термо-

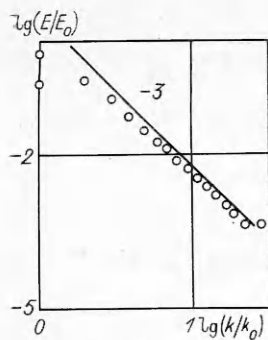


Рис. 3

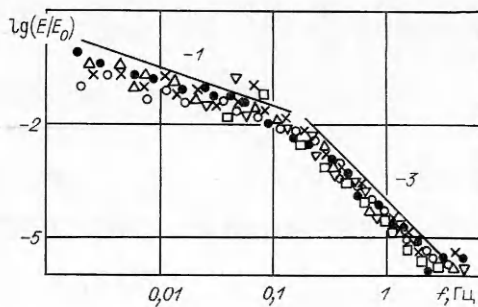


Рис. 4

пары снималось от 5 до 20 реализаций по 1024 точки с периодом выборки от 0,08 до 1,6 с. Среденный по серии измерений спектр выводился на печать и графопостроитель. Результаты, полученные с одной термодпары, помечены на рисунке одинаковыми значками.

В спектре выделяются два интервала. Низкочастотная часть спектра имеет закон спада порядка $E_T(\omega) \sim \omega^{-1}$, а от частот $\sim 0,1$ Гц подчиняется закону $E_T(\omega) \sim \omega^{-3}$. Совпадение степени в высокочастотной части временного спектра со степенью спада пространственного спектра свидетельствует о выполнении для этих масштабов гипотезы Тейлора — мелкомасштабные вихри переносятся крупномасштабным потоком и временной спектр в точке совпадает с пространственным.

Исследовались и пространственно-временные спектры температуры. С этой целью из пространственного спектра выделялись низшие гармоники, записывались их реализации и подвергались временному фурье-анализу. Проведившееся ранее изучение пространственно-временных спектров различных замкнутых конвективных течений показало наличие серий выделенных независимых частот как в надкритических, так и в развитых турбулентных течениях [4]. Исследуемое течение оказалось в этом плане исключением. Измерения пространственно-временных спектров на отрезках времени до 3000 с дали монотонно убывающие с ростом частоты спектры без выделенных частот.

Интересно отметить, что иерархическая модель, позволившая в случае вертикального слоя с теплоизолированными границами получить пространственно-временные спектры с сериями выделенных частот [1], в рассмотренном случае дает устойчивые стационарные решения для пространственных спектров.

Итак, полученные в эксперименте пространственные спектры с хорошо выраженными инерционными интервалами подтверждают возможность реализации развитого плоского турбулентного течения в тонкой вертикальной щели. В то же время в силу резкого убывания спектральной энергии с увеличением волнового числа ($\sim k^{-3}$) турбулентность в ячейке Хеле — Шоу с теплопроводными границами склонна к сильной зависимости от детального строения энергосодержащих вихрей и соответственно от вынуждающих воздействий, приводящих к их образованию, — малого наклона полости, особенностей геометрии в плане, температурных граничных условий на узких гранях и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фрик П. Г. Моделирование каскадных процессов в двумерной турбулентной конвекции // ПМТФ. — 1986. — № 2.
2. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. — М.: Наука, 1972.
3. Турбулентность. Принципы и применения/Под ред. У. Фроста, Т. Моулдена. — М.: Мир, 1980.

4. Баранников В. А., Богатырев Г. П., Зимин В. Д., Кетов А. И., Шайдунов В. Г. Закономерности чередования пиков в спектрах стохастических колебаний гидродинамических систем.— Свердловск, 1982.— (Препринт/Ин-т механики сплошных сред УНЦ АН СССР).

Поступила 25/XII 1986 г.

УДК 532.526.4

РАСПЛЫВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО СЛОЯ СМЕСИ *

В. Е. Неуважаев
(Челябинск)

Изучена задача о расплывании турбулентного слоя смеси, образованного на границе двух несжимаемых сред с постоянными, но разными плотностями. Показано, что при больших временах решение стремится к автомодельному, причем степень автомодельности не может быть определена из анализа размерностей, а находится в процессе решения краевой задачи. Степень есть функция эмпирических постоянных модели. Для ряда параметров построены автомодельные решения и даны графики зависимости степени автомодельности от постоянных модели. В приближении постоянства турбулентной скорости по пространственной переменной получена формула для степени автомодельности, а решение для плотности смеси выражено через интеграл вероятности. Частный случай задачи для однородной среды рассмотрен в [1, 2]. Приводимые там результаты вычислений согласуются с полученными в настоящей работе.

1. Постановка задачи. Пространство заполнено двумя несжимаемыми жидкостями с плотностями ρ_1^0 и ρ_2^0 . Граница раздела проходит по плоскости. Пусть в начальный момент в окрестности границы создается плоский турбулентный слой ширины L_0 , состоящий из смеси обоих веществ. Такое состояние может возникнуть, например, благодаря ускоренному движению границы в интервале времени t_0 при соответствующем знаке ускорения, так что за время t_0 генерируется зона турбулентной смеси шириной L_0 и с некоторой начальной турбулентной скоростью $v(x, t_0)$. В отсутствие источников турбулентности начальный слой смеси расширяется, вовлекая соседние жидкости. Турбулентная энергия, определяемая через характерную турбулентную скорость, при этом затухает, диссипируя в тепло.

Для описания возникающего турбулентного перемешивания будем применять полуэмпирическую модель [3], основанную на уравнении баланса для кинетической энергии турбулентности $v^2/2$, содержащем три постоянные. Уравнения получаются из законов сохранения для несжимаемой жидкости путем замены $\rho = \bar{\rho} + \rho'$, $u = \bar{u} + u'$, $p = \bar{p} + p'$ и соответствующего осреднения с отбрасыванием третьих корреляций и произведений вторых. Из уравнения неразрывности находим $\partial \bar{\rho} / \partial t + \partial \bar{\rho} \bar{u} / \partial x = 0$, $\bar{u} = \bar{\rho}' u' / \bar{\rho}$. Здесь использовано условие несжимаемости $\bar{u} = 0$.

Уравнение для кинетической энергии турбулентности следует из законов неразрывности и сохранения импульса [3, 4]: $(1/2)(\partial \rho v^2 / \partial t + \bar{u} \partial \rho v^2 / \partial x) = -\bar{v} \rho v^3 / l + (5/6) \bar{\rho} v^2 \partial \bar{u} / \partial x$. Применяя к уравнениям гипотезу Прандтля $\rho' u' = -l v \partial \bar{\rho} / \partial x$, имеем

$$(1.1) \quad \partial \rho / \partial t = \partial (l v \partial \bar{\rho} / \partial x) / \partial x;$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial \rho v^2}{2 \partial t} - \frac{l v}{2} \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} \frac{\partial \rho v^2}{\partial x} = -\frac{v \rho v^3}{l} + \beta \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho l v \frac{\partial v^2}{\partial x} \right) + \frac{5 \rho v^2}{6} \left[\frac{\partial \ln \rho}{\partial t} - l v \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial x} \right)^2 \right],$$

где ρ — плотность смеси; $\bar{\rho}$ заменено на ρ . Характерный масштаб турбулентности l связывается линейной зависимостью с эффективной ши-

* Доложено на XI Всесоюзном семинаре по аналитическим методам в газодинамике (Фрунзе, июнь 1985 г.).