

# Численный анализ реконструкции волнового фронта в условиях высокоинтенсивной атмосферной турбулентности

В.В. Лавринов, Л.Н. Лавринова\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 3.06.2019 г.

Реконструкция волнового фронта оптического излучения, искаженного турбулентностью, выполняется на основе метода Гартмана аппроксимацией волновой функции полиномами Цернике по оценкам локальных наклонов и анализируется для высокоинтенсивных турбулентных искажений. С опорой на результаты статистического анализа информации о фазовых искажениях излучения по гартманогамме, сформированной в плоскости приемного устройства, представлен способ, позволяющий уменьшить остаточную ошибку реконструкции, обусловленную наличием высокоинтенсивных фазовых флуктуаций в распределении волнового фронта.

*Ключевые слова:* датчик волнового фронта Шэка–Гартмана, турбулентные искажения оптического излучения; Shack–Hartman wavefront sensor, turbulent distortion of optical radiation.

## Введение

Турбулентная атмосфера обладает большим количеством пространственных неоднородностей и характеризуется широким диапазоном пространственных масштабов флуктуирующих показателей преломления. Их флуктуации приводят к фазовым флуктуациям оптического излучения, оказывающим существенное влияние на работу оптоэлектронных систем. В свою очередь, фазовые флуктуации являются источником флуктуаций интенсивности излучения в плоскости регистрации [1].

Интенсивность фазовых флуктуаций излучения, обусловленных турбулентностью, характеризуется параметром Фрида, введенным для численной оценки уровня искажений волнового фронта излучения, распространяющегося в атмосфере [1], в том числе для оценки «астрономического видения» [2–4], где определены типичные значения параметра Фрида для оптического излучения видимого диапазона.

Визуально влияние высокоинтенсивной атмосферной турбулентности на оптическое излучение в датчике волнового фронта (ДВФ) Шэка–Гартмана выражается в том, что изображения в фокальной плоскости микролинзового растра становятся слабо освещенными или совсем не освещенными, причем освещенность одних и тех же изображений меняется от кадра к кадру, подобно эффекту мерцания изображений фокальных пятен при распространении оптического излучения на горизонтальной трассе [5].

Работа [5] посвящена адаптивной оптической коррекции; в ней в качестве оптического приемника для измерений волнового фронта датчиком Шэка–Гартмана использовался телескоп схемы Максудова–Кассегрена. Изображение одиночной гартманогаммы характеризовалось центральным экранированием, обусловленным конструктивными особенностями телескопа, а при визуализации ряда гартманогамм наблюдались мерцания изображений фокальных пятен. Поэтому координаты центроидов определялись по усредненной гартманогамме посредством алгоритма центрирования с применением порогового значения интенсивности. Сумма значений пикселей в области фокального пятна сравнивалась с минимальной пороговой интенсивностью и интенсивностью насыщения.

Авторы публикации [6], в которой рассматривается адаптивная коррекция излучения от удаленного точечного источника, отмечают, что мерцания изображений фокальных пятен, возникающие на гартманогамме при высокоинтенсивной атмосферной турбулентности, являются актуальной проблемой адаптивной коррекции турбулентных искажений оптического излучения.

Цель проводимых исследований заключается в том, чтобы на основе результатов численных экспериментов, выполняемых с привлечением модели колмогоровской турбулентности с варьированием интенсивности индуцируемых ею искажений излучения и модели ДВФ Шэка–Гартмана, оценить реконструкцию волнового фронта оптического излучения, распространяющегося в условиях высокоинтенсивной атмосферной турбулентности. Основываясь на полученных оценках, мы представляем способ, позво-

\* Виталий Валериевич Лавринов (lvv@iao.ru); Лидия Николаевна Лавринова (lnl@iao.ru).

ляющий уменьшить остаточную ошибку реконструкции волнового фронта, выполняемой по измерениям ДВФ Шэка – Гартмана.

## Сценарий численных экспериментов

Для измерений когерентного и некогерентного излучения широко применяется ДВФ Шэка – Гартмана. Оптическая часть датчика состоит из микролинзового растра и видеокамеры, при этом плоскость светочувствительной матрицы видеокамеры совмещена с фокальной плоскостью микролинз, а сам микролинзовый растр установлен в плоскости выходного зрачка телескопа [7].

Согласно сценарию (рис. 1, а) оптическое излучение проходит через моделируемый турбулентный экран 1 и приходит на входную апертуру телескопа 2 схемы Кассегрена (3 – вторичное, 4 – первичное зеркала). Далее микролинзовый растр 5, размещенный в плоскости выходного зрачка телескопа, разбивает оптическое излучение на парциальные пучки, фокусирующиеся в плоскости светочувствительной матрицы видеокамеры 6, где регистрируется гартманограмма. Анализ гартманограммы, определение локальных наклонов и реконструкция по ним волнового фронта выполняются на компьютере 7.

Линзовому растру размерностью  $16 \times 16$  субапертур в фокальной плоскости видеокамеры соответствует, согласно входной апертуре телескопа круглой формы, гартманограмма из 208 фокальных пятен. С учетом центрального экранирования апертуры телескопа, составляющего 20% от 208 фокальных пятен, число анализируемых изображений фокальных пятен равно 164 (рис. 1, б).

Параметры численной модели датчика, помимо размерности микролинзового растра и диаметра микролинзы (субапертуры), включают в себя фокусное расстояние микролинз и длину дифракции, подобранных таким образом, чтобы изображение фокального пятна в пределах элемента светочувствительной матрицы, соответствующего субапертуре растра, при отсутствии фазовых искажений излучения представляло собой функцию Эйри.

## Описание метода

Результаты измерений ДВФ Шэка – Гартмана представляются в виде координат энергетических центров тяжести фокальных пятен (центроидов), по которым не только реконструируется волновой фронт, но и выполняются предварительные оценки фазовых флуктуаций излучения [8] для управления адаптивной коррекцией турбулентных искажений, учитывающей временную задержку фазосопряженной адаптивной системы [9].

Распределение интенсивности в пределах элемента светочувствительной матрицы видеокамеры позволяет определить координаты центроида с помощью, например, алгоритма взвешенных центров тяжести [7–9], который дает значимый результат независимо от отношения сигнал-шум [10], в особенности для точечных источников [11].

По интенсивности изображения фокального пятна, попадающего в пределы элемента светочувствительной матрицы, определяются координаты центроидов:

$$\begin{aligned} \xi_k &= \frac{\sum_{i=1}^{n_i} i \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}}, \\ \eta_k &= \frac{\sum_{j=1}^{n_j} j \sum_{i=1}^{n_i} I_{ij}}{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $I_{ij}$  – измеренное значение интенсивности пикселя с координатами  $i, j$ ,  $i = 1, 2, \dots, n_i$ ;  $j = 1, 2, \dots, n_j$ ;  $n_i \cdot n_j$  – число пикселей в распределении элемента матрицы;  $k = 1, 2, \dots, N_{\text{sub}}$  – номер элемента;  $N_{\text{sub}}$  – число элементов, анализируемых в плоскости видеокамеры.

Предварительное уменьшение влияния шумовой составляющей достигается применением следящего окна анализа [7]: определяется максимальное значение интенсивности для каждого изображения, и вокруг пикселя с максимальным значением интенсивности формируется окно анализа размером, равным диаметру первого темного кольца дифракционной картины. Окно анализа фиксированного

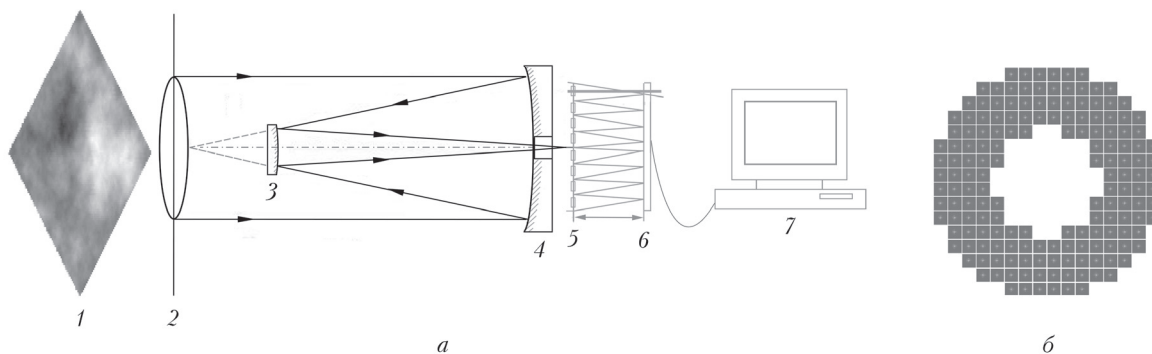


Рис. 1. Сценарий численных экспериментов (а); гартманограмма в плоскости видеокамеры (б)

размера достаточно хорошо оценивает гартманограмму, где изображения фокальных пятен освещены равномерно.

В условиях высокоинтенсивной турбулентности элементы матрицы видеокамеры освещены слабо и информация об излучении может быть представлена практически на уровне шума. В таком случае оценить мощность парциального пучка, попадающего в пределы элемента светочувствительной матрицы, возможно с помощью окна анализа, размер которого зависит от освещенности элемента. Для каждого фокального пятна, в пределах которого оценивается интенсивность парциального излучения, формируется окно анализа размером, выраженным через эффективный радиус [1], вычисленный для конкретного фокального пятна, что позволяет максимально извлечь информацию о световом поле, приходящем на входную апертуру системы.

Информация о световом поле, измеренная датчиком Шэка–Гартмана, представляется в виде совокупности локальных углов наклона [7–9]. Поэтому слабая освещенность элементов матрицы видеокамеры – не единственная проблема, возникающая при коррекции искажений оптического излучения в условиях высокоинтенсивной турбулентности. Однако использование окна анализа, соответствующего эффективному радиусу каждого фокального пятна гартманогаммы, наряду с включением в систему двухкоординатного оптического дефлектора, предельно корректирующего общие наклоны, обусловленные вибрацией системы [12, 13], а также применение алгоритма управления, учитывающего временную задержку системы [8, 9], повысит быстроту действия и точность адаптивной коррекции искажений оптического излучения в условиях высокоинтенсивной турбулентности.

## Основные уравнения

В настоящей работе оптическое излучение характеризуется комплексной функцией вида  $E(x, y) = A(x, y) \exp(i\Phi(x, y)) = \text{Re}(E(x, y)) + i \text{Im}(E(x, y))$  и при численном моделировании задается амплитудным и фазовым распределениями  $A(x, y)$  и  $\Phi(x, y)$ . Амплитудное распределение имеет вид константы с целью обеспечения чистоты эксперимента, обычно оно формируется функцией Гаусса.

Фазовое распределение представляет собой двумерный массив из спектральных отсчетов [2, 8, 9]:

$$\Phi_{K, M} = [F_S(\alpha_{K, M})]^{1/2} \Delta \alpha \exp(i\varphi_{\text{rand}}), \quad (2)$$

где  $F_S$  – спектр фон Кармена;  $\alpha_{K, M} = \Delta \alpha \sqrt{(K^2 + M^2)}$ ,  $K, M$  – индексы, соответствующие узлам расчетной сетки размерностью  $N_{\text{grid}} \cdot N_{\text{grid}}$ ,  $N_{\text{grid}} = 1024$ ;  $\Delta \alpha = 2\pi / (N_{\text{grid}} \Delta \rho)$  – шаг дискретизации по пространственной частоте;  $\Delta \rho$  – расстояние между разнесенными точками с координатами  $\rho = (x, y)$ ;  $\varphi_{\text{rand}}$  – равномерно распределенная фаза Фурье-образа в интервале  $[0; 2\pi]$ .

Изначально плоский волновой фронт задается в виде случайного фазового экрана с определенным набором турбулентных неоднородностей. Турбулент-

ные искажения излучения в пределах инерционного интервала масштабов неоднородностей  $l_0 \ll \rho \ll L_0$ , где  $\rho = (x, y)$ , моделируются спектром фон Кармана для спектральной плотности флуктуаций показателя преломления атмосферы [2, 8, 9]:

$$F_S(\alpha_{K, M}) = 0,489 r_0^{-5/3} (\alpha_{K, M}^2 + \alpha_0^2)^{-11/6} \times \exp(-\alpha_{K, M}^2 / \alpha_m^2), \quad (3)$$

где  $\alpha_0 = 2\pi / L_0$ ;  $\alpha_m = 5,92 / l_0$ ;  $L_0, l_0$  – внешний и внутренний масштабы неоднородностей.

Интенсивность фазовых флуктуаций излучения, обусловленных турбулентностью, характеризуется параметром Фрида  $r_0$ . В наших численных исследованиях параметр Фрида – входной, он варьируется в диапазоне 1–10 см: чем меньше  $r_0$ , тем интенсивнее турбулентные искажения излучения.

Реконструированный по измерениям датчика волновой фронт  $W(x, y)$  в настоящих исследованиях является волновой функцией, аппроксимированной полиномами Цернике  $Z_j(x, y)$ , ортогональными в круге единичного радиуса [14]:

$$W(x, y) = \sum_{j=1}^{N_{\text{basis}}} C_j Z_j(x, y), \quad (4)$$

где  $N_{\text{basis}} = 35$  – число полиномов в разложении волновой функции.

Точность реконструкции волнового фронта на основе измерений датчика оценивается среднеквадратической остаточной ошибкой  $\Delta$  распределения реконструированного волнового фронта  $W(x, y)$  относительно распределения измеряемого волнового фронта  $\Phi(x, y)$  [15]:

$$\Delta = \frac{1}{N_r N_r - 1} \sum_{-N \leq i, j \leq N} [\Phi(x_i, y_j) - W(x_i, y_j)]^2, \quad (5)$$

где  $N_r$  – число значений волнового фронта в распределении размерностью  $N_{\text{grid}} \cdot N_{\text{grid}}$ , нормированных на  $N = N_{\text{grid}} / 2$  и входящих в круг единичного радиуса.

Для отношения  $D / r_0 = 10$ , характеризующего разрешение системы (телескопа) с радиусом входной апертуры  $D = 10$  см и параметром Фрида  $r_0 = 1$  см, остаточная ошибка реконструкции волнового фронта по 35 полиномам Цернике, согласно таблице Нолла [16], равна  $\Delta_{35} = 0,0135(D / r_0)^{5/3} = 0,6286$  рад<sup>2</sup>.

## Анализ влияния интенсивности турбулентных искажений оптического излучения на формирование гартманогаммы в плоскости приемного устройства

Каждое изображение, формируемое микролинзой в фокальной плоскости растра, может быть представлено двумерным распределением интенсивности. Значению интенсивности соответствует пиксель светочувствительной матрицы, угловой масштаб

которого определяется размером элемента матрицы видеокамеры и фокусным расстоянием линзового растра [7].

В плоскости приемного устройства анализируется распределение интенсивности в пределах области, соответствующей субапертуре:

$$I_k(x, y) = \left\{ \left( \operatorname{Re}(E_k(x, y)) \right)^2 + \left( \operatorname{Im}(E_k(x, y)) \right)^2 \right\}^{1/2}. \quad (6)$$

Оценим распределения интенсивности для элементов светочувствительной матрицы на основе статистического анализа одиночной гартманогаммы, вычисляя дисперсию значений интенсивности  $I_{ij}$  в пределах области, соответствующей  $k$ -й субапертуре:

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{n_i n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \langle I_{ij}^2 \rangle - \left\langle \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} I_{ij} \right\rangle^2. \quad (7)$$

На рис. 2 представлены значения дисперсий, вычисленные по распределениям интенсивности на гартманогамме, регистрируемой для одного случайного фазового экрана. При этом варьируется значение радиуса Фрида, характеризующее высокую

(рис. 2, *a*), среднюю (рис. 2, *б*) и низкую (рис. 2, *в*) интенсивность турбулентности искажений.

С увеличением интенсивности турбулентных искажений в моделируемом фазовом экране растет и усредненное по гартманогамме значение дисперсии и разброс ее значений для фокальных пятен этой гартманогаммы.

Рассмотрим более детально распределения интенсивности с наименьшим и наибольшим значениями дисперсии относительно среднего значения, например, для субапертур с номерами  $k = 28$  и  $k = 26$  (см. рис. 2, *a*).

На рис. 3, *a* представлены профили распределений интенсивности, соответствующие 28-й субапертуре растра с дисперсией  $\sigma^2 = 0,0026$  (кривая 2) и 26-й субапертуре с дисперсией  $\sigma^2 = 0,0011$  (кривая 3). Профиль распределения интенсивности — это строка значений двумерного массива размерностью  $N_S \cdot N_S$  с номером  $N_S/2$  для распределения интенсивности фокального пятна для неискаженного оптического излучения. Номер строки анализируемого распределения интенсивности фокального пятна для искаженного оптического излучения, как правило, не совпадает с  $N_S/2$  и соответствует номеру строки с пиковым значением интенсивности.

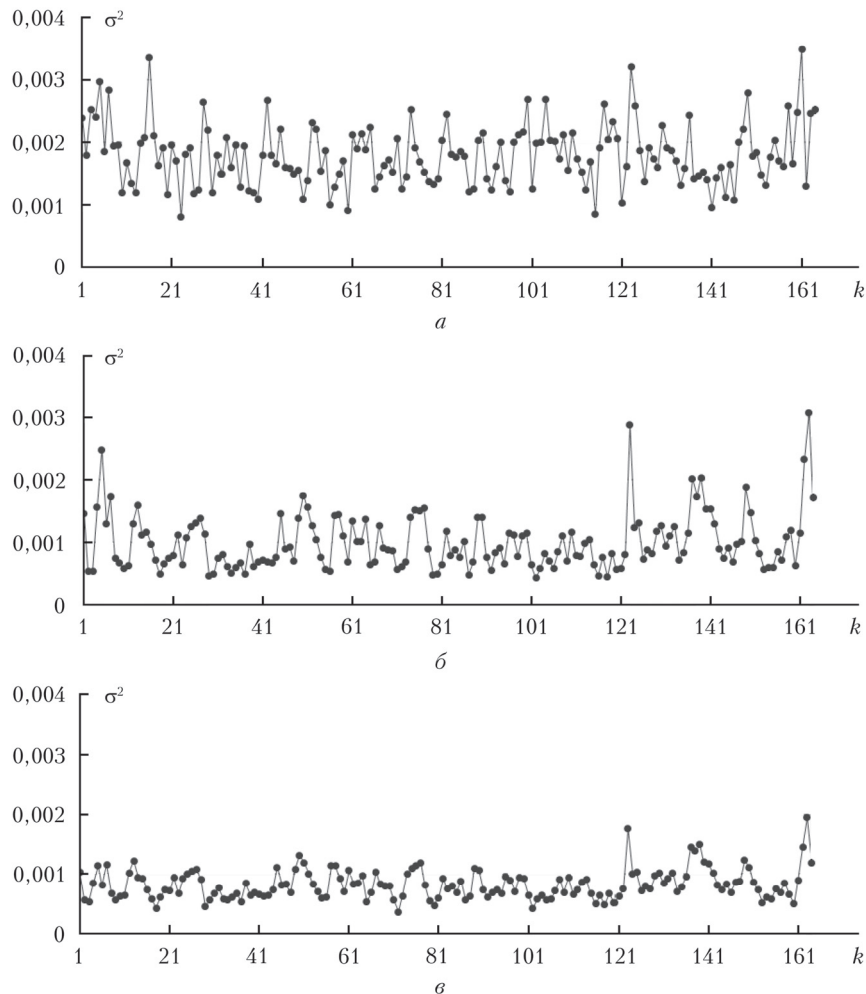


Рис. 2. Значения дисперсий, вычисленные для каждого фокального пятна гартманогаммы при искажении оптического излучения турбулентностью, эмулируемой случайным фазовым экраном (2) с параметром Фрида  $r_0 = 1$  (*a*); 5 (*б*); 10 см (*в*)



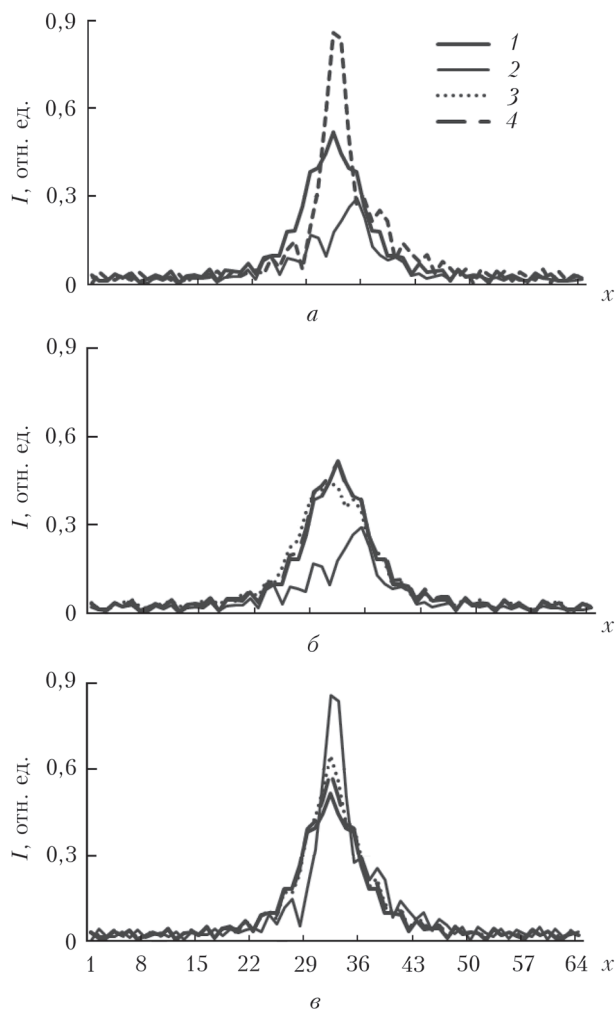


Рис. 3. Профили распределений интенсивности для элементов матрицы в плоскости видеокамеры относительно плоского и искаженного волновых фронтов в зависимости от параметров Фрида:  $a - r_0 = 5$  см;  $б - k = 28$ ;  $r_0 = 1$ ; 5; 10 см;  $в - k = 26$ ;  $r_0 = 1$ ; 5; 10 см; кривая 1 соответствует парциальному пучку с плоским волновым фронтом; 2, 3 и 4 – с волновым фронтом, искаженным турбулентностью

На рис. 3, б и в изображены профили распределений интенсивности, соответствующие субапертурам  $k = 28$  и  $k = 26$ , в зависимости от параметра Фрида: 1, 5 и 10 см (кривые 2, 3, 4). Анализируемые распределения интенсивности нормированы на амплитуду функции Гаусса.

Анализ рис. 3, а показывает, что значения дисперсии для различных распределений интенсивности в пределах области светочувствительной матрицы, соответствующей субапертуре, пропорциональны ее пиковым значениям  $I_{\max}$ , т.е. оценкам двумерных распределений интенсивности: для 28-й субапертуры – 0,3972; для 26-й субапертуры – 0,8581; пиковое значение интенсивности в случае волнового фронта без искажений – 0,5184.

Кривая 2 на рис. 3, а соответствует распределению интенсивности, где присутствуют несколько слабо выраженных различных пиков. Кривая 3 демонстрирует, что в условиях сильных флуктуаций пиковая интенсивность пучка, искаженного турбу-

лентностью, может значительно превысить пиковую интенсивность  $I_{\max}^0$  неискаженного пучка, регистрируемую в фокальной плоскости [17]. С увеличением параметра Фрида значение пиковой интенсивности  $I_{\max}$  для обоих вариантов рассматриваемых распределений стремится к  $I_{\max}^0$  (рис. 3, б, в), при этом номер анализируемой строки распределения интенсивности не меняется.

В алгоритме следящего окна анализа [7] для каждого изображения фокального пятна определяется  $I_{\max}$  и вокруг пикселя со значением  $I_{\max}$  формируется окно анализа размером, равным диаметру первого темного кольца дифракционной картины:  $\psi = 1,22\lambda / D_a$  ( $D_a$  – диаметр микролинзы). На рис. 3, а видны пределы диаметра первого темного кольца и та часть распределения интенсивности, по которой определяются координаты центров. Очевидно, что большая часть информации об интенсивности в распределениях не оценивается. В алгоритме минимизации радиуса фокального пятна [18] предложено определять  $I_{\max}$  и рассчитывать эффективный радиус изображения  $\psi_{\text{ef}}$ .

В случае ДВФ Шэка–Гартмана  $\psi_{\text{ef}}$  определяет область в пределах элемента светочувствительной матрицы, куда попадает большая часть мощности парциального пучка. Именно размеры элемента матрицы, равного радиусу  $\psi_{\text{ef}}$ , характеризуют значения локальных наклонов волнового фронта. Варьирование эффективного радиуса  $\psi_{\text{ef}}$  вокруг пикселя со значением  $I_{\max}$  в зависимости соотношения

$$I_c = \frac{I_{\max}^0}{I_{\max}}, \text{ определяющего величину относительной}$$

пиковой интенсивности, обеспечивает индивидуальный подход к извлечению информации о фазовых искажениях пучка из распределения интенсивности, в пределах отдельно взятого элемента матрицы, соответствующего субапертуре раstra:

$$\psi_{\text{ef}} = \frac{I_{\max}^0}{I_{\max}} \left\{ \left[ \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} I_{ij}} \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} [(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ij})^2 I_{ij}] \right]^{1/2} \right\}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{r}$  – вектор координат пикселя, соответствующего  $I_{\max}$ , в пределах конкретной субапертуры;  $\mathbf{r}_{ij}$  – вектор координат пикселя интенсивностью  $I_{ij}$  в распределении размером  $N_s \cdot N_s$ ;  $N_s$  равно отношению размерности светочувствительной матрицы в пикселях к размерности линзового раstra, в численной модели датчика – отношению  $N_{\text{grid}}$  к  $N_{\text{lens}}$ , т.е. 64 пикселям.

На рис. 4 приведены значения относительной пиковой интенсивности  $I_c$  для фокальных пятен одиночной гартманогаммы при искажении оптического излучения турбулентностью, эмулируемой случайным фазовым экраном (2) с параметром Фрида  $r_0 = 1$  см.

Из рис. 4 следует, что более трети распределений интенсивности на гартманогамме характеризуется соотношением  $\frac{I_{\max}^0}{I_{\max}} > 1$  и их изображения

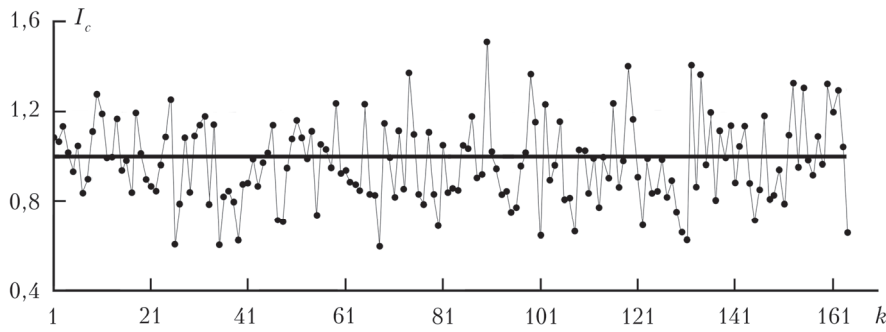


Рис. 4. Значения  $I_c$ , рассчитанные для одиночной гартманогаммы

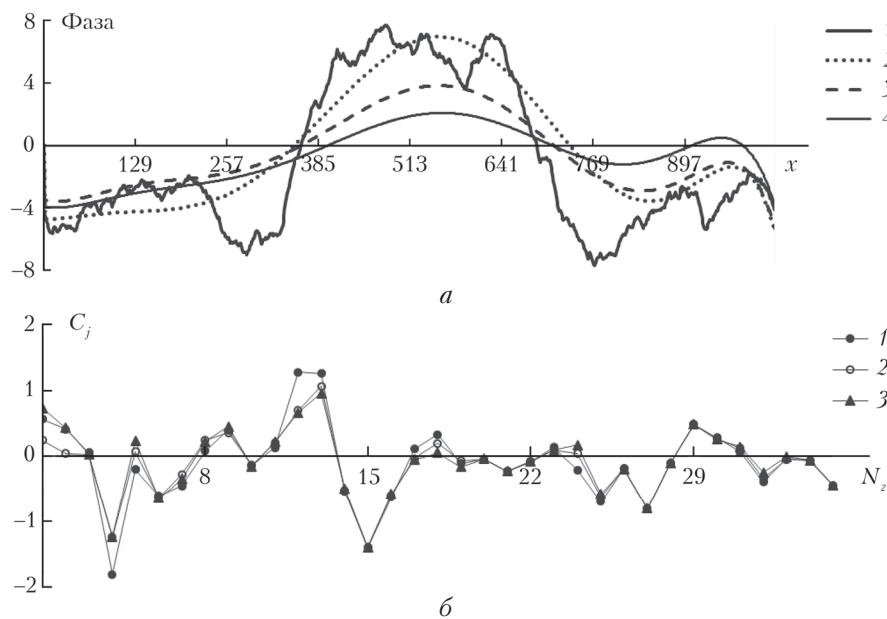


Рис. 5. Профили волновых фронтов моделируемого (кривая 1) и реконструированных датчиком по 208 (кривая 2) и 164 фокальным пятнам (кривые 3 и 4), кривая 3 – с варьированием эффективного радиуса каждого пятна (а); весовые коэффициенты  $C_j$ ; ряд 1 соответствует кривой 2 на рис. 5, а; ряд 2 – кривой 3; ряд 3 – кривой 4 (б);  $r_0 = 1$  см

имеют представление на уровне шума; другая часть соответствует выражению  $\frac{I_{\max}^0}{I_{\max}} < 1$  и изображению на рис. 3, в; незначительная часть имеет изображение, достаточно близкое к распределению парциального пучка с плоским волновым фронтом.

На рис. 5, а изображены профили волновых фронтов (Phase), представляющих строки с номером  $N_{\text{grid}}/2$  двумерных фазовых распределений: моделируемого  $\Phi(x, y)$  с параметром Фрида  $r_0 = 1$  см (кривая 1) и реконструированных  $W(x, y)$  (кривые 2 и 3). Координаты центров тяжести для реконструкции волнового фронта, соответствующего кривой 3, определены с применением варьирования эффективного радиуса (8), которое, очевидно, влияет только на весовые коэффициенты при наклонах (рис. 5, б, где  $N_z$  – номер полинома в разложении (4)).

Усредненная по 50 случайным фазовым экранам среднеквадратическая остаточная ошибка ( $\Delta$ ) реконструкции по 208 фокальным пятнам составляет  $0,6878 \text{ рад}^2$ ; с учетом телескопа схемы Кассегрена, ограничивающего объем регистрируемой в плоскости камеры информации до 164 фокальных пятен,

она равна  $0,7539 \text{ рад}^2$ ; при варьировании эффективного радиуса в пределах субапертуры –  $0,6697 \text{ рад}^2$ .

Значения среднеквадратической остаточной ошибки для 50 различных случайных фазовых экранов представлены на рис. 6.

Оценки реконструкции волнового фронта по 164 фокальным пятнам с варьированием эффективного радиуса для большей части моделируемых случайных фазовых экранов превышают по точности оценки, полученные для тех же экранов без определения эффективного радиуса.

С одной стороны, варьирование эффективного радиуса в пределах элемента светочувствительной матрицы выполняет роль фильтра, подавляющего шумовую составляющую в распределении интенсивности, и обеспечивает характерный для конкретной субапертуры способ извлечения информации об искажениях парциального пучка из распределения интенсивности отдельно взятой области матрицы, соответствующей субапертуре растра, уменьшая таким образом среднеквадратическую остаточную ошибку реконструкции волнового фронта.

С другой стороны, уменьшение эффективного радиуса, определяющего область, содержащую

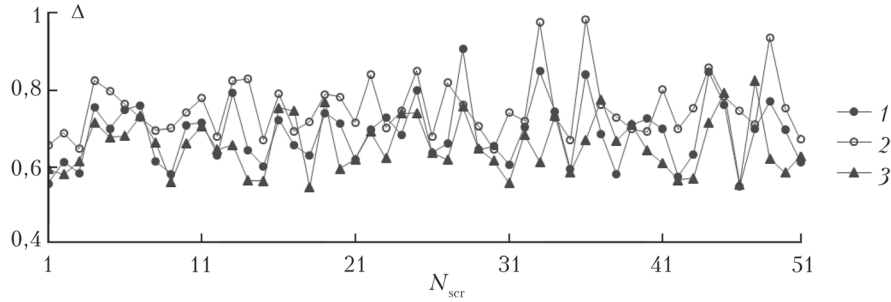


Рис. 6. Значения  $\Delta$  в зависимости от номера случайного фазового экрана; ряд 1 – реконструкция по 208 фокальным пятнам, ряд 2 – по 164 фокальным пятнам без определения эффективного радиуса; 3 – по 164 фокальным пятнам с варьированием эффективного радиуса каждого пятна (8)

большую часть мощности парциального пучка, влечет за собой уменьшение интегральной мощности пучка, используемой для оценки центра тяжести фокального пятна [7–9], и сопровождается увеличением углов наклона волнового фронта (рис. 5, б). Поэтому при коррекции турбулентных искажений излучения адаптивной системой предусмотрена предварительная коррекция наклонов [19, 20], составляющая около 80% вклада в величину среднеквадратической остаточной ошибки [21].

Угол наклона волнового фронта определяется как отношение длины волны к параметру Фрида  $\lambda/r_0$  [21]. Высокоинтенсивная турбулентность характеризуется наименьшим значением параметра Фрида из выбранного интервала, что соответствует наибольшему углу наклона. В плоскости линзового раstra локальный угол наклона, или угол прихода, в пределах субапертуры ограничен отношением  $\lambda/D_a$  и в плоскости видеокамеры измеряется отношением смещения координат центроида измеряемого волнового фронта относительно опорного к фокусному расстоянию линзы [7]:  $\Delta\xi/f$ .

Во избежание ухода изображения фокального пятна за пределы матричной области, соответствующей субапертуре раstra, параметры оптической части датчика подбираются таким образом, чтобы максимальное смещение координат центроидов не превышало одной трети от размера заданной области, равного отношению размерности светочувствительной матрицы в пикселях к размерности линзового раstra [7–9]:  $N_S/3$ . Так, локальный угол наклона в плоскости видеокамеры ограничен отношением  $N_S/3f$ .

В пределах субапертуры флуктуации углов прихода пропорциональны флуктуациям локальных наклонов волнового фронта. Если дисперсия угла прихода в пределах субапертуры зависит от  $r_0$

и имеет вид  $\sigma_\alpha^2 = 0,175 \left(\frac{D_a}{r_0}\right)^{5/3} \left(\frac{\lambda}{D_a}\right)^2$ , где  $\lambda$  – длина

волны, то среднеквадратическое отклонение координаты  $\xi$  выражается как  $\sigma_\xi = 0,418 \frac{\lambda f}{D_a} \left(\frac{D_a}{r_0}\right)^{5/6}$ . Тогда

максимальный угол наклона волнового фронта в пределах области светочувствительной матрицы

зависит от параметров линзового раstra (размера субапертуры, фокусного расстояния микролинзы и размерности линзового раstra), регистрирующего устройства (размерности светочувствительной матрицы и углового размера пикселя), интенсивности турбулентных искажений излучения (параметра

Фрида) и не превышает значения  $0,8 \frac{N_S}{f^2} \left(\frac{D_a}{r_0}\right)^{-5/6}$ .

Это значение обеспечивает уровень формируемых управляющих сигналов для двухкоординатного дефлектора [12, 13], предназначенного для коррекции углов наклона волнового фронта в системах адаптивной оптики на астрономических обсерваториях, системах видения на атмосферной трассе и в сканирующих системах управления лазерным пучком.

## Заключение

Несмотря на большое количество исследований, общая рекомендация для выбора наилучшего способа оценки светового поля, попадающего в пределы субапертуры линзового раstra, и наилучшего размера пикселя в датчике волнового фронта Шэка–Гартмана все еще отсутствует [10].

И если размер пикселя зависит от технологических возможностей разработчиков светочувствительных матриц для видеокамер, то в настоящей работе представлен способ оценки изображения фокального пятна, оптимизированной на основе численных исследований реконструкции волнового фронта с учетом высокой интенсивности турбулентных искажений оптического излучения и конструктивных особенностей оптических элементов системы.

На основе анализа двумерных распределений интенсивности изображений в фокальной плоскости раstra разработан способ определения конкретного размера окна анализа для отдельно взятого изображения фокального пятна на гартманограмме путем вычисления эффективного радиуса каждого изображения и его нормирования на величину относительной пиковой интенсивности.

Использование варьирования эффективного радиуса изображения фокального пятна при оценке интенсивности отдельно взятого парциального пучка

показало, что среднеквадратическая остаточная ошибка реконструкции волнового фронта уменьшается.

Результативную работу адаптивной системы по коррекции высокоинтенсивных турбулентных искажений оптического излучения обеспечит только совместное использование двухкоординатного оптического дефлектора, корректирующего общие наклоны, обусловленные атмосферной турбулентностью и вибрациями системы, а также алгоритма управления, учитывающего временную задержку фазосопряженной адаптивной системы на основе предварительных оценок координат центроидов, в комбинации с представленным методом варьирования эффективного радиуса в пределах каждого элемента светочувствительной матрицы, соответствующего субапертуре линзового раstra.

Выводы и алгоритмы, полученные в проведенных численных исследованиях, будут применены на стенде по распространению лазерного излучения в условиях высокоинтенсивной атмосферной турбулентности.

1. Тараненко В.Г., Шанин О.И. Адаптивная оптика. М.: Радио и связь, 1990. 112 с.
2. Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 211 с.
3. Ботыгина Н.Н., Ковадло П.Г., Копылов Е.А., Лукин В.П., Туев М.В., Шиховцев А.Ю. Оценка качества астрономического видения в месте расположения Большого солнечного вакуумного телескопа по данным оптических и метеорологических измерений // Оптика атмосфер. и океана. 2013. Т. 26, № 11. С. 942–947; Botygina N.N., Kovadlo P.G., Kopylov E.A., Lukin V.P., Tudev M.V., Shikhovtsev A.Yu. Estimation of the astronomical seeing at the Large Solar Vacuum Telescope site from optical and meteorological measurements // Atmos. Ocean. Opt. 2014. V. 27, N 2. P. 142–146.
4. Ковадло П.Г., Лукин В.П., Шиховцев А.Ю. Развитие модели турбулентной атмосферы на астроплощадке Большого солнечного вакуумного телескопа в приложении к адаптации изображений // Оптика атмосфер. и океана. 2018. Т. 31, № 11. С. 906–910; Kovadlo P.G., Lukin V.P., Shikhovtsev A.Yu. Development of the model of turbulent atmosphere at the Large Solar Vacuum Telescope site as applied to image adaptation // Atmos. Ocean. Opt. 2019. V. 32. N 2. P. 202–206.
5. Mackey R., Dainty C. Adaptive optics correction over a 3km near horizontal path // Proc. SPIE. 2017. V. 7108. P. 71080I-1–9.
6. Marchi G. Adaptive optics system for the observation of terrestrial point-like sources: Results and Problems // Proc. SPIE. 2017. V. 7828, P. 78280K-1–11.
7. Лукин В.П., Ботыгина Н.Н., Емалеев О.Н., Корольков В.П., Лавринова Л.Н., Насыров Р.К., Полещук А.Г., Черкашин В.В. Датчик Шэка – Гартмана на основе раstra низкоапертурных внеосевых дифракционных линз // Автометрия. 2009. Т. 45, № 2. С. 88–98.
8. Антошкин Л.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н. Численный анализ эволюции фазовых флуктуаций светового поля на входной апертуре адаптивной оптической системы // Оптика атмосфер. и океана. 2016. Т. 29, № 11. С. 926–933; Antoshkin L.V., Botygina N.N., Bolbasova L.A., Emaleev O.N., Konyayev P.A., Kopylov E.A., Kovadlo P.G., Kolobov D.Yu., Kudryashov A.V., Lavrinov V.V., Lavrinova L.N., Lukin V.P., Chuprakov S.A., Selin A.A., Shikhovtsev A.Yu. Adaptive optics system for solar telescope operating under strong atmospheric turbulence // Atmos. Ocean. Opt. 2017. V. 30, N 3. P. 291–299.
9. Лавринов В.В. Динамическое управление адаптивно-оптической коррекцией турбулентных искажений лазерного излучения // Оптика атмосфер. и океана. 2017. Т. 30, № 10. С. 893–901.
10. Thomas S., Fusco T., Tokovinin A., Nicolle M., Michau V., Rousset G. Comparison of centroid computation algorithms in a Shack – Hartmann sensor // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2006. V. 371, N 1. P. 323–336.
11. Lardiure O., Conan R., Clare R., Bradley C., Hubin N. Performance comparison of centroiding algorithms for laser guide star wavefront sensing with extremely large telescopes // Appl. Opt. 2010. V. 49, iss. 31. P. G78–G94.
12. Antoshkin L.V., Borzilov A.G., Botygina N.N., Emaleev O.N., Konyayev P.A. Deflector for correction of tilts angles of wave front // Proc. SPIE. 2018. V. 10833. P. 108332I.
13. Antoshkin L.V., Borzilov A.G., Lavrinov V.V., Lavrinova L.N. Program–hardware complex for optical beams formation with modeled tilt angels // Proc. SPIE. 2017. V. 10466. P. 104660X.
14. Рукосуев А.Л., Кудряшов А.В., Лылова А.Н., Самаркин В.В., Шелдакова Ю.В. Адаптивная оптическая система для коррекции волнового фронта в реальном времени // Оптика атмосфер. и океана. 2015. Т. 28, № 2. С. 189–195; Rukosuev A.L., Kudryashov A.V., Lylova A.N., Samarkin V.V., Sheldakova Yu.V. Adaptive optics system for real-time wavefront correction // Atmos. Ocean. Opt. 2015. V. 28, N 4. P. 381–386.
15. Артыщенко С.В., Головинский П.А., Чернов Р.А. Восстановление фазы волнового фронта с использованием комплексной нейронной сети // Оптика атмосфер. и океана. 2014. Т. 27, № 10. С. 932–936.
16. Noll R.J. Zernike polynomials and atmosphere turbulence // J. Opt. Soc. Am. 1976. V. 66, № 3. P. 207–211.
17. Шленов С.А., Васильцов В.В., Кандидов В.П. Энергетические характеристики излучения CO<sub>2</sub>-лазера при фокусировке в турбулентной атмосфере в условиях ветровой рефракции // Оптика атмосфер. и океана. 2016. Т. 29, № 3. С. 177–183; Shlenov S.A., Vasiltsov V.V., Kandidov V.P. Energy parameters of CO<sub>2</sub> laser radiation focused in a turbulent atmosphere under wind-dominated thermal blooming // Atmos. Ocean. Opt. 2016. V. 29, N 4. P. 324–330.
18. Ягнятинский Д.А., Ляхов Д.М., Борщевников А.Н., Федосеев В.Н. Алгоритм управления адаптивной оптической системой на основе минимизации радиуса фокального пятна // Оптика атмосфер. и океана. 2016. Т. 29, № 11. С. 949–953; Yagnyatinskiy D.A., Lyakhov D.M., Borshchikov A.N., Fedoseyev V.N. A control algorithm for an adaptive optics system based on the focal spot radius minimization // Atmos. Ocean. Opt. 2017. V. 30, N 2. P. 198–202.
19. Бокало С.Ю., Бокашов И.М., Ляхов Д.М., Пиккулев С.В., Черных А.В. Стабилизация астрономических изображений с помощью управляемого плоского зеркала // Автометрия. 2018. Т. 54, № 1. С. 54–60.
20. Борщевников А.Н., Дементьев Д.А., Леонов Е.В., Ляхов Д.М., Сохарева Г.Н., Черных А.В., Шанин Ю.И., Щупалкин В.И. Управление адаптивной



оптической системой с деформируемыми зеркалами  
низкого и высокого пространственных разрешений  
// Автометрия. 2018. Т. 54, № 3. С. 119–125.

21. *Шанин О.И.* Адаптивные оптические системы коррекции наклонов. Резонансная адаптивная оптика. М.: Техносфера, 2013. 296 с.

*V.V. Lavrinov, L.N. Lavrinova.* **Numerical analysis of wave front reconstruction under conditions of “strong” atmospheric turbulence.**

The reconstruction of a wave front of optical radiation which contains turbulent distortions is carried out on the basis of the Hartmann method by approximating the wave function with Zernike polynomials based on estimates of local inclinations and is analyzed for high-intensity turbulent distortions. Based on the results of statistical analysis of information on phase distortions of radiation using a Hartmannogram formed in the plane of the receiving device, methods have been identified that allow reducing the residual reconstruction error caused by the presence of “strong” turbulence along a radiation propagation path.