

6. Ставер А. М., Кузьмин Г. Е., Нестеренко В. Ф. Экспериментальное исследование ударных волн в пористых средах.— В кн.: Тр. 2-го совещ. по обработке материалов взрывом. Новосибирск, 1982.
7. Эльсгольд Л. Э. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. М.: Наука, 1964.
8. Каменский Г. А. Существование, единственность и непрерывная зависимость от начальных условий решений систем дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом нейтрального типа.— Матем. сборник, 1961, т. 55, № 4.
9. Табак Д., Куо Б. Оптимальное управление и математическое программирование. М.: Наука, 1975.
10. Hooke R., Jeeves T. A. Direct search solution of numerical and statistical problems.— Comm. Assoc. for Comput. Mach., 1961, N 8.
11. Федоренко Р. П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.
12. Андрианкин Э. И. Плоская ударная волна в пластической среде.— В кн.: Исследования по физике и радиотехнике. М.: МФТИ, 1959, № 4.
13. Андрианкин Э. И. Распространение плоских одномерных волн при ударе в пластической среде.— В кн.: Исследования по механике и прикладной математике. М.: МФТИ, 1960, № 5.

Поступила 26/XII 1984 г.

УДК 532.529.5

СТРУКТУРА УДАРНОЙ ВОЛНЫ В СМЕСИ ГАЗА И ПЛАВЯЩИХСЯ ЧАСТИЦ

А. В. Федоров, В. М. Фомин
(Новосибирск)

Процесс плавления твердых частиц, диспергированных в потоке газа, встречается при протекании различных газодинамических явлений в технических устройствах. В частности, при нерасчетных режимах в соплах Лаваля, имеющих в качестве рабочего тела газ с конденсированными продуктами горения топлива, структура возникающей ударной волны (УВ) усложняется по сравнению с УВ, распространяющейся по смеси газа и частиц без учета фазового перехода. Обусловлено это тем, что помимо релаксационного процесса выравнивания температур фаз в течении происходит с конечным временем релаксации переход частиц из твердого состояния в жидкое. Движущая сила этого перехода — отличие концентрации жидкого вещества от ее равновесного значения.

В [1, 2] изучена структура УВ в смеси газа и плавящихся частиц в рамках односкоростной, однотемпературной механики гетерогенных сред с учетом неравновесного процесса плавления.

Случай, когда процесс теплообмена между фазами протекает с конечной скоростью, требует рассмотрения данного вопроса на основе модели, учитывающей различие температур фаз. В то же время, считая частицы достаточно мелкими и предполагая, что они мгновенно увлекаются потоком газа, можно рассчитывать, что предложенная в [3] упрощенная модель течения смеси будет адекватна изучаемому явлению распространения УВ в смеси газа и частиц металла с учетом плавления. Полагаем, что теплота фазового перехода L не зависит от температуры плавления, обусловленной давлением смеси.

1. Постановка задачи определения структуры ударной волны в смеси. Исследование адиабаты Гюгонио. Рассмотрим процесс распространения УВ по смеси газа и твердых частиц. Уравнения, описывающие это явление в сопутствующей УВ системе координат, имеют вид

$$(1.1) \quad \rho u = c_1, \quad p + c_1 u = c_2, \quad e + pv + u^2/2 = c_3,$$

$$p = \frac{\bar{\alpha}RT}{w}, \quad e = \bar{c}_{v1}T + c_*T_2 + L\xi,$$

$$u\xi = \kappa, \quad uT_2 = q, \quad \rho_{22} = \rho_{33} = r$$

(см. обозначения в [3]). Примем функции источников

$$\kappa = -\frac{1}{\tau}(\xi - \xi_e(S, v)), \quad q = -\frac{1}{\tau_1}(T_2 - T), \quad \xi_e = \xi_0 e^{-\frac{L}{c_{v1}}(T^{-1} - T_0^{-1})}$$

Система уравнений (1.1) должна быть дополнена краевыми условиями

$$(1.2) \quad \begin{aligned} u = u_0, v = v_0, T = T_2 = T_0, \xi = \xi_0, \dot{u}, \dots, \dot{\xi} \rightarrow 0, \\ x \rightarrow -\infty, u = u_K, v = v_K, T = T_2 = T_K, \xi = \xi_K, \\ \dot{u}, \dots, \dot{\xi} \rightarrow 0, x \rightarrow +\infty, \end{aligned}$$

где введены величины, отличающиеся индексом k , — параметры течения смеси, соответствующие конечному состоянию. Это состояние представляет собой точку на полностью равновесной адиабате Гюгонио

$$(1.3) \quad \begin{aligned} c_1^2 v^2 / 2 + \bar{c}_{V1} T + pv + L \xi_0 \exp(-L(T^{-1} - T_0^{-1}) / \bar{c}_{V1}) = \\ = \bar{c}_{V1} T_0 + p_0 v_0 + L \xi_0 + c_1^2 v_0^2 / 2, T = pw / \bar{\alpha} R, w = v - \beta. \end{aligned}$$

В [3] приведены типы течения смеси при наличии плавления дискретной фазы — $\Gamma(\tau, \tau_1)$.

О п р е д е л е н и е 1. Адиабату Гюгонио для течения $\Gamma(0, 0)$ назовем полностью равновесной адиабатой, для течений $\Gamma(0, \infty)$, $\Gamma(\infty, 0)$ — частично равновесной.

Представим равновесную адиабату (1.3), определяющую конечное состояние, в виде

$$(1.4) \quad \begin{aligned} A(v) = \bar{c}_V T + pv + c_1^2 v^2 / 2 - \bar{c}_V T_0 - p_0 v_0 - c_1^2 v_0^2 / 2 = \\ = L \xi_0 (1 - \exp(-L(T^{-1} - T_0^{-1}) / \bar{c}_{V1})) = B(v). \end{aligned}$$

Если $B(v) = 0$, то (1.4) дает конечное состояние в течении $\Gamma(\infty, 0)$. Определим его из решения квадратного относительно v уравнения (в которое превращается (1.4) в данном случае):

$$(1.5) \quad \begin{aligned} \frac{1 + \gamma_T}{2(1 - \gamma_T)} c_1^2 v^2 + \left(\frac{\gamma_T}{\gamma_T - 1} c_2 - \beta c_1^2 \frac{1}{\gamma_T - 1} \right) v - \\ - \left[\frac{p_0 v_0 \gamma_T}{\gamma_T - 1} + u_0^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{m_{20} + m_{30}}{\gamma_T - 1} \right) \right] = 0. \end{aligned}$$

Одно из его решений есть v_0 , второе

$$(1.6) \quad v = v_K^{\infty, 0} = v_0 \left[\frac{\gamma_T - 1}{\gamma_T + 1} + \frac{2}{\gamma_T + 1} \left(\frac{m_{10}}{M_{T,0}^2} + m_{20} + m_{30} \right) \right],$$

$$\begin{aligned} M_{T,0}^2 = u_0^2 \left(\frac{\gamma_T p_0 v_0^2}{w_0} \right)^{-1}, \quad \gamma_T = \bar{c}_p / \bar{c}_V, \quad \bar{c}_V = \bar{c}_{V1} + \bar{c}_*, \quad \bar{c}_p = \bar{c}_{p1} + \bar{c}_*, \quad \bar{c}_{V1} = \bar{\alpha} c_{V1}, \\ \alpha = (\rho_{20} + \rho_{30}) / \rho_0, \quad \bar{c}_* = \alpha c_*, \end{aligned}$$

откуда видно, что при $m_{20} + m_{30} \rightarrow 0$ (1.6) совпадает с результатом из газовой динамики, при этом $v_K^{\infty, 0} < v_0$. Таким образом, $A(v)$ имеет вид параболы, перевернутой вниз ветвями.

Рассмотрим функцию $T = T(v) = (c_2 - c_1^2 v) w / \bar{R} (\bar{R} - \bar{\alpha} R)$, которая имеет максимум в точке $v = v_* = v_0 (1 + m_{20} + m_{30} + m_{10} / \gamma_T M_{T,0}^2) / 2$. Можно показать, что $v_* < v_0$ при условии $1 < \gamma_T M_{T,0}^2$. Поскольку $v_* - v_K^{\infty, 0} = \frac{(3 - \gamma_T) m_{10}}{2(1 + \gamma_T)} \left(1 + \frac{1 - 3\gamma_T}{\gamma_T (3 - \gamma_T) M_{T,0}^2} \right) > 0$ при $M_{T,0}^2 > (3\gamma_T - 1) / \gamma_T (3 - \gamma_T) \equiv M_*^2$, то при $M_{T,0}^2 < M_*^2$ $v_* < v_K^{\infty, 0} < v_0$ и в интервале $(v_K^{\infty, 0}, v_0)$ $dT/dv < 0$.

Величина $dB/dv = \exp(-L(T^{-1} - T_0^{-1}) / \bar{c}_{V1}) L dT/dv / \bar{c}_{V1} T^2$ в точке $v = v_0$ положительна, так как $dT/dv > 0$, функция $B(v)$ непрерывна в интервале (v_*, v_0) , поэтому на основании вышеизложенного $A(v)$ и $B(v)$ пересекаются только в одной точке левее $v_K^{\infty, 0}$, т. е. $v_K^{0,0} < v_K^{\infty,0} < v_0$. Результат сформулируем как

У т в е р ж д е н и е 1. При течении равновесной смеси газа и твердых частиц с учетом плавления типа $\Gamma(0, 0)$ конечное состояние u_K, v_K, \dots, ξ_K на адиабате (1.3) находится единственным образом.

Для дальнейшего необходимо упорядочение величин $v_k^{0,0}$, v_* . Оценка $v_k^{0,0}$ в общем случае представляется затруднительной, остановимся на ее приближенном определении. Поскольку $v_0 - v_k \ll 1$ из априорных предположений, последующие операции справедливы с высокой степенью точности.

Ряд Тейлора $B(v) = B_0(T - T_0) + O(T - T_0)^2$, $B_0 = \bar{L}^2 \xi_0 \bar{c}_{v1}$, $\bar{L} = L/\bar{c}_{v1} T_0$; подставляя его в (1.4), получаем аналог (5) для $\Gamma(0, 0)$, решение которого имеет вид (1.6), где вместо γ_T следует использовать $\gamma_0 = c_p^0/c_v^0$, $c_p^0 = \bar{c}_p + B_0$, $c_v^0 = \bar{c}_v + B_0$, $M_{0,0}^2 = (\gamma_0 p_0 v_0^2/w_0)^{-1} u_0^2$. Аналогично изложенному можно показать, что $v_* < v_k^{0,0} < v_k^{\infty,0} < v_0$ при $M_{0,0}^2 < M_*$, M_* определено по γ_0 .

2. Постановка задачи в плоскости (u, ξ) . Исследование особых точек. Формулировка основного результата. Выбирая в (1.1) в качестве искомых функций (u, ξ) , используя конечные соотношения в (1.1), получим

$$(2.1) \quad \frac{du}{dx} = -\frac{ax + bq}{uc} = \mathcal{P}(u, \xi), \quad \frac{d\xi}{dx} = \frac{x}{u} = Q(u, \xi),$$

где $a = (e_{vs}e_\xi - e_{v\xi}e_s)/e_s$; $b = (e_{vs}e_{T_2} - e_{vT_2}e_s)/e_s$; $c = (u^2 - c_f^2)/c_1 v^2$. Особые точки системы (2.1) являются ее положениями равновесия, и, как показано в п. 1, при ограничении на M_0 их две (u_0, ξ_0) , (u_k, ξ_k) . Тогда сформулированная выше задача определения решения (1.1), (1.2) сводится к нахождению решения (2.1), удовлетворяющего условиям стационарности на $+\infty$.

Возможность решения этой задачи зависит от типа особых точек, который найдем на основе анализа корней соответствующего характеристического уравнения

$$(2.2) \quad \lambda^2 + \lambda\sigma + \Delta = 0, \\ \sigma = \mathcal{P}_u + Q_\xi = -(u^2 - c_f^2 + v^2 p_\xi \xi_{e,v})/\tau c_1 v^2 (u^2 - c_f^2) - \\ - (u^2 - c_f^2 + v^2 p_{T_2} T_{2e,v})/\tau_1 c_1 v^2 (u^2 - c_f^2), \Delta = \mathcal{P}_u Q_\xi - Q_u \mathcal{P}_\xi = \\ = (u^2 - c_f^2)(u^2 - c_e^2)/u^2 \tau \tau_1$$

(σ, Δ взяты в начальной и конечной точках). Рассмотрим корни (2.2) при условии $c_e < u < c_f$. Тогда $\Delta < 0$, откуда найдем действительные и различные корни

$$\lambda_{1,2} = (\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 - 4\Delta})/2.$$

Отсюда видно, что при условии $u \in (c_e, c_f)$ особая точка — седло.

Пусть $u > c_f$, $u < c_e$. Аналогично [4] рассмотрим подкоренное выражение $D_2 = \sigma - 4\Delta$ как полином второй степени от $\xi = \tau_1/\tau$:

$$D_2(\xi) = \tau^2 \{ (u^2 - c_e^2)^2 \xi^2 + 2\xi [(u^2 - c_e^2)(u^2 - c_{T_2}^2) - \\ - 2(u^2 - c_f^2)(u^2 - c_e^2)] + (u^2 - c_{T_2}^2)^2 \}, \\ c_\xi^2 = c_f^2 - v^2 p_\xi \xi_{e,v}, \quad c_{T_2}^2 = c_f^2 - v^2 p_{T_2} T_{2e,v}.$$

Его корни определяются в виде

$$(2.3) \quad \xi_{1,2} = \frac{-(u_\xi u_T - 2u_j u_e) + \sqrt{(u_\xi u_T - 2u_j u_e)^2 - u_\xi^2 u_T^2}}{u_\xi^2},$$

где $u_\xi = u^2 - c_\xi^2$; $u_T = u^2 - c_{T_2}^2$; $u_j = u^2 - c_f^2$; $u_e = u^2 - c_e^2$. Дискриминант $D_1 = 4u_j u_e (u_j u_e - u_\xi u_T) = 4(u^2 - c_f^2)(u^2 - c_e^2) p_\xi \xi_{e,v} p_{T_2} T_{2e,v}$.

Установим знак значений $p_\xi, \xi_{e,v}, p_{T_2}, T_{2e,v}$:

$$\frac{\partial T_{2e}}{\partial v} = \frac{p \Phi_2 \Phi_1}{c_{v1} T \Delta_1}, \quad \Delta_1 = \Phi_2 \ddot{\Phi}_1 + \Phi_1 \ddot{\Phi}_2 + \ddot{\Phi}_1 \Phi_2 = D(D + \xi \ln^2(\xi/\xi_p) + 1) > 0,$$

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= \ln(\xi/\xi_p), \quad \xi_p = \xi_0 \exp(L/\bar{c}_{V1}T_0), \quad \ddot{\varphi}_1 = \xi^{-1}, \quad \dot{\varphi}_2 = -D/T_2, \quad \ddot{\varphi}_2 = \\ &= D/T_2^2, \quad D = \bar{c}_* \sqrt{c_{V1}}. \end{aligned}$$

Поэтому $\frac{\partial T_{2e}}{\partial v} < 0$. Величины $\frac{\partial \xi_e}{\partial v} = \frac{p\dot{\varphi}_1\ddot{\varphi}_2}{c_{V1}T\Delta_1} = \frac{pD}{c_{V1}T\Delta_1T_2^2} \ln(\xi/\xi_p)$, $p_{\xi} =$
 $= p \ln(\xi/\xi_p)$, $p_{T_2} = -p \frac{D}{T_2}$.

Отсюда $p_{\xi}\xi_e v p_{T_2} T_{2e,v} = -T_{2e,v} \frac{p^3 D^2}{c_{V1} T \Delta_1 T_2^5} \ln^2(\xi/\xi_p) > 0$ всегда, а $D_1 < 0$
и, следовательно, $D_2 > 0$. Это означает, что корни (9) уравнения для λ
различны и действительны; причем при $\sigma < 0$ $\lambda_2 < \lambda_1 < 0$, при $\sigma > 0$
 $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$.

Представляет интерес упорядочение величин $c_{T_2}^2$, c_{ξ}^2 , для чего находим
ее $c_{T_2}^2 - c_{\xi}^2 = \frac{p^2}{c_{V1} T \Delta_1} \frac{D^2}{T_2^2 \xi} \left(\frac{\xi}{D} \ln \frac{\xi}{\xi_p} - 1 \right)$. Вычисляя ее в равновесных
точках, где $\xi_e = \xi_e(S, v)$, находим $\frac{\xi}{D} \ln^2 \frac{\xi}{\xi_p} - 1 \equiv \xi_0 e^{-(L-\bar{L}_0)} \frac{\bar{L}^2}{D} - 1$. Видно,
что при различных значениях параметров может иметь место $c_{T_2}^2 \leq c_{\xi}^2$.
Реально выбранные значения $m_{1,0}$, ξ_0 таковы, что $c_e^2 < c_{T_2}^2 < c_{\xi}^2 < c_f^2$.

Итак, пусть $u_{0,k} > c_f$, тогда $\sigma > 0$, для всех $u_{0,k}$ данная особая точка
— узел с отрицательными собственными числами. Равенство $\sigma = 0$
достигается соответствующим выбором τ , τ_1 . Если $u_{0,k} < c_{e,0,k}$, то $\sigma < 0$,
что означает, что особая точка — узел с отрицательными собственными
числами $\lambda_{1,2} < 0$. Вышеприведенный анализ позволяет сформулировать

У т в е р ж д е н и е 2. Если значение u , при котором \mathcal{P} и Q обраща-
ются в нуль, принадлежит интервалу (c_e, c_f) , то особая точка уравнений
(7) — седло, если же $u > c_f$ и $u < c_e$, то особая точка — узел с отрица-
тельными собственными числами.

Дальнейший анализ задачи сводится к изучению интегральных кри-
вых, проходящих через особые точки 0 и к, аналогично тому, как это было
проведено в [5]. При этом может возникнуть особенность, заключающаяся
в наличии особой линии $u^2 - c_f^2(u) = 0$. Нетрудно получить явное реше-
ние этого уравнения в виде $u/u_0 = u_m/u_0 \equiv (m_{10} + M_{f,0}^2(\gamma_f + 1 - m_{10}))/$
 $/(1 + \gamma_f) M_{f,0}^2$. Отсюда видно, что значение скорости в звуковой точке $u =$
 $= u_m$, рассматриваемое как функция от $M_{f,0}$, больше единицы при $M_{f,0} <$
 < 1 и меньше в противном случае.

Воспользуемся далее результатом [7], касающимся поведения функ-
ции $u(x)$ в области определения. Нетрудно убедиться, что производная
по T от равновесного значения соответствующего параметра $\xi = \xi_e$, $T_2 =$
 $= T_{2e}$ положительна, поэтому (i) и (ii) из п. 2 работы [7] справедливы и
для нашего случая. Уравнение состояния в пренебрежении объемной кон-
центрацией частиц $m_3 + m_2 \ll 1$ примет вид $pv = RT$. Тогда при условии
(ii) [7] $u_0 < c_{f,0} u(x)$ или монотонно убывает до конечного состояния, или
сначала имеет локальный минимум. Это означает, что $u = u(x)$, умень-
шаясь при $u_0 < c_{f,0}$, не сможет достичь значения $u = u_m$. Причем точка
 u_m достижима, так как на $+\infty$ $\lambda_i < 0$ для $i = 1, 2$. Когда $u_0 > c_{f,0}$ (i),
при непрерывном изменении $u(x)$ найдется точка $u = u_m$, где $du/dx \sim \infty$.
Поэтому вводится разрыв от u_0 к u [7] с последующей зоной монотонности
 $u(x)$ либо с локальным минимумом. В результате можно сформулировать

У т в е р ж д е н и е 3. Решение краевой задачи для системы (7)
существует в классе непрерывно-дифференцируемых функций при усло-
вии $u_0 \in (c_{e,0}, c_{f,0})$. Если же $u_0 > c_{f,0}$, то имеется обобщенное решение
данной краевой задачи, представляющее собой разрыв, дополняемый зо-
ной непрерывного изменения функций $u, v...$

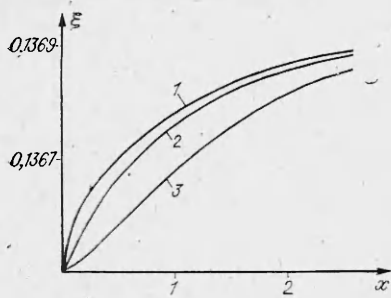


Рис. 1.

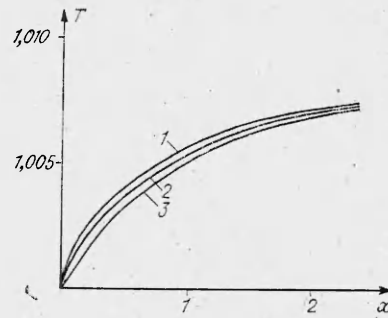


Рис. 2.

3. Пример численного расчета. Обсуждение результатов. Реализованный нами численный алгоритм решения при $u_0 \in (c_{e,0}, c_{f,0})$ заключался в следующем. На основании утверждения 3 в данном случае особая точка — седло, поэтому для достижения равновесного состояния на $-\infty$ нужно выбрать решение линеаризованной системы, соответствующее $\lambda_1 > 0$. Полагая в решении

$$u - u_0 = h_{11}e^{\lambda_1 x}, \quad \xi - \xi_0 = h_{12}e^{\lambda_1 x},$$

где (h_{11}, h_{12}) — собственный вектор, соответствующий собственному числу λ_1 , $u = u_0 - \varepsilon$, находим $x_\varepsilon = (1/\lambda_1) \ln(-\varepsilon/h_{11})$, а затем $\xi_\varepsilon = \xi_0 + h_{12}e^{\lambda_1 x_\varepsilon}$. Далее осуществляется решение задачи Коши для уравнения (2.1) с начальными данными $u = u_0 - \varepsilon, \xi = \xi_\varepsilon, x = x_\varepsilon$. Интегрирование ведется методом [6] до $u = u_K + \varepsilon_1$.

Для $u_0 > c_{f,0}$ определялось значение $u = \tilde{u}$ — скорость смеси за скачком в замороженной УВ, а затем проводилось интегрирование задачи Коши $u = \tilde{u}, \xi = \xi_0, x = 0$. Счет останавливался при $u = u_K + \varepsilon_1$. В качестве безразмерных переменных приняты $u = u/\sqrt{RT_0}, p = p/p_0, \rho = \rho/\rho_{11,0}, p_0 = \rho_{11,0}RT_0, x/x_0, t = t/\tau, x_0 = \sqrt{RT_0}\tau, T = T/T_0, T_2 = T_2/T_0$.

При проведении численных расчетов структуры замороженной УВ исследовалось влияние времени релаксации τ на распределение относительной массовой концентрации ξ по длине волны (рис. 1, кривые 1—3 соответствуют $\tau = 0,01; 0,1; 0,5$). До волны смесь находилась в равновесном состоянии при температуре плавления. Частицы прошли через волну с постоянными параметрами $\xi = \xi_0, T_2 = T_{20} = 1$. Температура газа в УВ увеличилась так, что начался теплообмен непрерывной фазы с дисперсной и в результате плавление частиц в твердой фазе. Плавление происходит по механизму (движущая сила которого — отличие концентрации от ее равновесного значения), характеризуемому временем релаксации τ . Как видно, с уменьшением τ ускоряется процесс перехода ξ к равновесному значению ξ_K . С ростом τ происходит при некотором τ_* насыщение так, что при $\tau > \tau_*$ процесс по ξ можно считать замороженным. Анало-

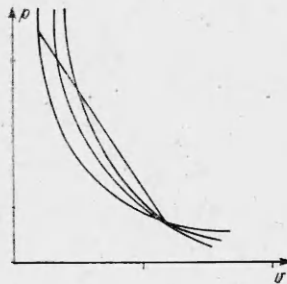


Рис. 3.

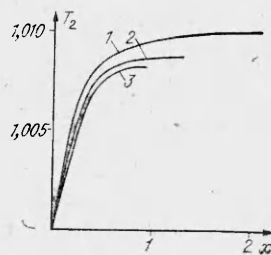


Рис. 4.

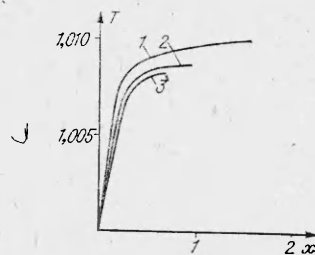


Рис. 5.

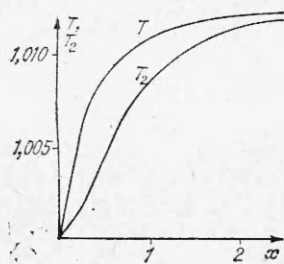


Рис. 6.

гичное поведение и у температуры газа (рис. 2, $\tau_1 = \text{const}$, кривые 1—3 отвечают $\tau = 0,01; 0,1; 0,5$), T_2 менялось в меньшей степени. Это, по-видимому, можно объяснить, что в данном случае ведущую роль играет ξ -процесс, определяемый непосредственно температурой газа. В то же время теплообмен между дискретной и газовой фазами в силу $\tau_1 = \text{const} = 1$ затянута, поэтому температура дискретной фазы слабее реагирует на изменения τ .

Представляет интерес влияние теплоты фазового перехода на картину течения. Рост L приводит к росту температуры фаз в соответствующих точках вдоль зоны релаксации, так как с ростом L уменьшается равновесная скорость звука, т. е. увеличивается неравновесность смеси, характеризующаяся в том числе и увеличением температуры в конце зоны релаксации (рис. 3, где изображено семейство адиабат Гюгонио, зависящих от параметра L). С увеличением теплоты плавления растет давление и, как следствие, температура смеси в конечной точке равновесия. На рис. 4, 5 показана зависимость температуры дискретной и непрерывной фаз вдоль волны (линии 1—3 для $L = 2,5; 1; 0,3$). С уменьшением L ослабляется зависимость профилей температур от изменения теплоты фазового перехода. Это связано с тем, что уменьшение L приводит к ослаблению процесса фазового перехода и в пределе $L \rightarrow 0$ течение смеси будет иметь предельную зону релаксации односкоростной двухтемпературной смеси газа и дискретных частиц.

На рис. 6 приводится профиль температур фаз вдоль зоны релаксации для некоторых характерных значений параметров. Как видно, при торможении смеси в зоне релаксации увеличивается температура газа. При этом температура газа за счет торможения поднимается интенсивнее. Частицы же разогреваются за счет теплообмена с непрерывной фазой, оставаясь холоднее газа. Время релаксации τ_1 при его увеличении приводит, естественно, к замораживанию процесса теплообмена. При $\tau_1 \sim 0$ изменение T, T_2 до конечного значения происходит в пограничном слое, длина которого мало меняется после $\tau_1 < 0,01$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федоров А. В., Фомин В. М., Охунов М. Х. Математическое описание течения смеси газа и жидких (твердых) частиц с учетом кристаллизации (плавления).— В кн.: Тез. конф. по МСС. Ташкент, 1979.
2. Федоров А. В., Фомин В. М., Охунов М. Х. Математическое описание смеси газа и частиц с учетом кристаллизации и плавления. Препринт 8—83 ИТПМ СО АН СССР, 1983.
3. Федоров А. В., Фомин В. М., Чиркашенко Е. П. Качественное исследование уравнений, описывающих квазиподномерное неравновесное течение в каналах.— ПМТФ, 1983, № 1.
4. Nonequilibrium flows. p. 1/Ed. P. P. Wegener, 1979.
5. Рождественский Б. Л., Яненко Н. П. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1968.
6. Gear C. W. The automatic integration of ordinary differential equations.— Comm. ACM, 1971, v. 14, N 13.
7. Clarke J. F., Rodgers J. B. Shock waves in a gas with several relaxing internal energy modes.— J. Fluid Mech., v. 21, pt 4.

Поступила 7/III 1985 г.