УДК 539.63

ОСОБЕННОСТИ ЭВОЛЮЦИИ ПЛОСКИХ И СФЕРИЧЕСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН В ПЛОТНЫХ СРЕДАХ

А. Л. Бугримов

Военная академия им. Ф. Э. Дзержинского, 103074 Москва

На основе закона сохранения количества движения вещества в ударно-волновом импульсе пилообразной формы построены соотношения, описывающие эволюцию плоских и сферических слабых ударных волн в плотных средах. По мере удаления от центра места зарождения сферического ударно-волнового импульса зависимости, описывающие его эволюцию, асимптотически переходят в аналогичные зависимости, описывающие эволюцию плоского импульса.

В работе [1] использование только лишь закона сохранения массы и физических соотношений в форме Тэта позволило установить закон распределения массовой скорости за фронтом ударной волны (УВ) и оценить ширину области сжатия твердого материала в УВ. Учет затухания и «расплывания» УВ осуществлен в работах [2, 3] методом наложения двух процессов: распространения скачка уплотнения ступенчатой формы и «преследования» этого скачка волной разрежения.

Размерность задачи вносит коррективы в картину эволюции УВ. Это отражается, в частности, в том, что в трехмерном пространстве затухание УВ значительно интенсивнее, чем в одномерном случае [4, 5]. Интуитивно ясно, что «конечность» протяженности УВ-импульса также должна оказывать определенное влияние на картину его эволюции, однако вопрос этот не рассматривался.

Настоящая работа посвящена исследованию эволюции плоских и сферических слабых УВ-импульсов пилообразной формы. При этом затухание и «расплывание» импульсов определяются, в отличие от работ [2–5], требованием выполнения закона сохранения количества движения вещества в УВ-импульсе.

Рассмотрим УВ-импульс пилообразной формы (рисунок), распространяющийся в направлении оси Ox. Начало координат выбрано так, чтобы оно совпадало с положением тыльной части импульса, движущейся со скоростью звука c_0, в начальный момент времени $t = 0$. В слабой УВ относительное изменение любого параметра есть величина малая. Поэтому если Z — некий параметр (размерный или безразмерный), то в первом приближении можно записать следующие зависимости.

1. Скорость фронта УВ [3]:

$$D = c_0 + D_Z Z_{\text{ф}}, \tag{1}$$

где $Z_{\text{ф}}$ — значение параметра Z на фронте УВ. Если в качестве Z берется массовая скорость, то уравнение (1) является просто ударной адиабатой.

2. Массовая скорость вещества за фронтом УВ [3]:

$$u = u_Z Z. \tag{2}$$

3. Волна сжатия имеет пилообразную форму, определяемую в начальный момент времени (см. рисунок) соотношением

$$Z = Bx, \quad 0 \leqslant x \leqslant L; \quad Z_{\text{ф}} = BL, \tag{3}$$

а в момент времени t — соотношением

$$Z = B\beta(t)x, \quad 0 \leqslant x \leqslant L\lambda(t); \qquad Z_{\text{ф}} = B\beta(t)L\lambda(t). \tag{4}$$

4. Плотность материала в УВ-импульсе равна

$$\rho = \rho_0(1 + \rho_Z Z). \tag{5}$$

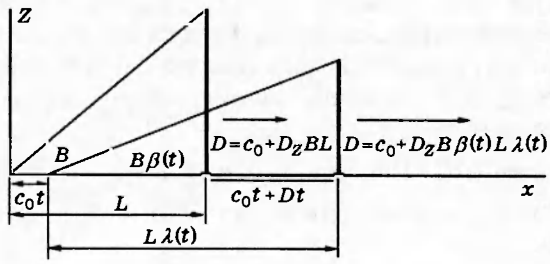

Схема эволюции УВ-импульса

В соотношениях (1)–(5) c_0 — скорость звука в невозмущенном веществе, плотность которого ρ_0; D_Z, u_Z, ρ_Z — постоянные, определяемые уравнением состояния вещества; B — постоянная, определяющая форму УВ-импульса в начальный момент времени; $0 \leqslant \beta(t) \leqslant 1$ — функция, определяющая вырождение УВ-импульса, $\beta(0) = 1$; L — длина импульса в начальный момент времени; $1 \leqslant \lambda(t)$ — функция, определяющая «расплывание» импульса, $\lambda(0) = 1$.

Количество движения вещества в УВ-импульсе в выбранной системе координат определяется интегрированием по переменному объему:

$$P(t) = \iiint\limits_{V(t)} \rho u \, dV = \int\limits_{c_0 t}^{c_0 t + L\lambda(t)} \rho_0 (1 + \rho_Z B(t) x) u_Z B(t) x \, dx, \qquad (6)$$

при этом учтено, что сечение объема $V(t)$ единичное. Отсюда после проведения соответствующих преобразований получаем

$$P(t) = \rho_0 u_Z \Big(\frac{1}{2} B \beta(t) L^2 \lambda^2(t) + \frac{1}{3} \rho_Z B^2 \beta^2(t) L^3 \lambda^3(t) \Big). \qquad (7)$$

Учитывая, что в начальный момент времени

$$P(0) = \rho_0 u_Z \Big(\frac{1}{2} B L^2 + \frac{1}{3} \rho_Z B^2 L^3 \Big), \qquad (8)$$

и соблюдая требование постоянства значения импульса, из (7) и (8) имеем

$$\beta(t)_{1,2} = \frac{-3\lambda(t) + \sqrt{9\lambda(t) + 8\rho_Z BL[3 + 2\rho_Z BL]\lambda(t)}}{4\rho_Z BL\lambda^3(t)}, \qquad (9)$$

причем перед корнем исходя из физического смысла поставлен плюс. В соотношении (9) $\lambda(t)$ в силу (1) и (4) зависит от функции $\beta(t)$. Действительно, скорость фронта УВ-импульса равна производной координаты фронта (верхнего предела интегрирования в формуле (6)) по времени:

$$c_0 + D_Z B \beta(t) L \lambda(t) = c_0 + L\dot{\lambda}(t), \qquad (10)$$

откуда с учетом равенства $\lambda(0) = 1$ следует, что

$$\ln \lambda(t) = D_Z B \int\limits_0^t \beta(s) \, ds. \qquad (11)$$

Соотношения (9) и (11) служат для исследования процесса эволюции УВ-импульса численными методами. Качественный анализ удобно провести иным способом. С этой целью продифференцируем соотношение (7) по времени и в полученном соотношении используем связь (10) для замены $\lambda(t)$, после чего получим

$$\dot{\beta}(t) = -2D_Z B \, \frac{1 + \rho_Z BL\beta(t)\lambda(t)}{1 + 4/3\rho_Z BL\beta(t)\lambda(t)} \, \beta^2(t). \qquad (12)$$

Проанализируем динамику изменения УВ-импульса с помощью соотношения (12). С этой целью вначале проанализируем поведение дробной части этого выражения.

Очевидно, что $\beta(t)\lambda(t) \leqslant 1$, поскольку амплитуда УВ-импульса, определяемая формулой (4), с течением времени уменьшается, а $\rho_Z BL\beta(t)\lambda(t) = \rho_Z Z = \Delta\rho/\rho_0 \ll 1$, поскольку сжимаемость рассматриваемых материалов мала и УВ слабые.

Таким образом, функция, определяемая дробной частью выражения (12), при изменении начальной интенсивности ($Z = BL$) УВ-импульса принимает значения в пределах

$$\frac{3}{4} \leqslant \nu(t) = \frac{1 + \rho_Z BL\beta(t)\lambda(t)}{1 + 4/3\rho_Z BL\beta(t)\lambda(t)} \leqslant 1. \qquad (13)$$

Следует ожидать, что решение уравнения (12) в аппроксимационном смысле может быть представлено в виде

$$\beta(t) = \frac{1}{1 + kD_Z Bt}, \qquad \frac{3}{2} \leqslant k \leqslant 2, \qquad (14)$$

где k — некоторое число из указанного интервала.

Подставляя (14) в (11), получим выражение для функции, описывающей изменение относительной степени «расплывания» импульса:

$$\lambda(t) = \sqrt{1 + kD_Z Bt}. \qquad (15)$$

Совместное использование соотношений (10), (14) и (15) позволяет оценить расстояние, пройденное фронтом УВ за время t:

$$S(t) = \int\limits_0^t D d\tau = c_0 t - \frac{2L}{k} \, (1 - \sqrt{1 + kD_Z Bt}\,). \qquad (16)$$

В соотношение (12) входят параметр D_Z, определяемый свойствами среды, и параметр B, характеризующий крутизну УВ-импульса. Согласно соотношению (12) импульс, обладающий большей крутизной, затухает интенсивнее.

Проанализируем эволюцию сферического УВ-импульса. Необходимо учесть, что эволюция сферического УВ-импульса должна зависеть в том числе и от удаления импульса от центра сферы X_0. В этом случае количество движения вещества в импульсе определяется соотношением, аналогичным соотношению (6):

$$P(t) = 4\pi \int\limits_{X_0+c_0t}^{X_0+c_0t+L\lambda(t)} \rho_0(1+\rho_Z B(t)(x-X_0-c_0t))\times$$
$$\times\, u_Z B(t)(x - X_0 - c_0t)x^2dx =$$
$$= 4\pi \int\limits_0^{L\lambda(t)} \rho_0(1+\rho_Z B(t)x)u_Z B(t)x(x-X_0-c_0t)^2dx. \quad (17)$$

Получение итогового выражения, хотя оно громоздкое, не представляет труда. Поступая так же, как ранее при выводе формулы (12), но рассматривая полученное соотношение применительно к начальному моменту времени, получим выражение

$$\dot\beta(0) = -2D_Z B\Big[2+2\rho_Z BL+\frac{4c_0}{3D_Z LB}+\rho_Z\frac{c_0}{D_Z}+$$
$$+F_1(X_0/L)\Big]\Big/\Big(1+\frac{8}{5\rho_Z BL}+F_2\frac{X_0}{L}\Big), \quad (18)$$

где

$$F_1\left(\frac{X_0}{L}\right) = \frac{X_0}{L}\Big((2+2\rho_Z BL)\frac{X_0}{L}+$$
$$+4+\frac{2c_0}{D_Z BL}+4\rho_Z BL+\rho_Z\frac{4c_0}{3D_Z}\Big),$$
$$F_2\Big(\frac{X_0}{L}\Big) = \frac{X_0}{L}\Big(\Big(2+\frac{8}{3}\rho_Z BL\Big)\frac{X_0}{L}+\frac{8}{3}+4\rho_Z BL\Big).$$

Соотношение (12), характеризующее динамику затухания плоского УВ-импульса, для начального момента времени дает выражение

$$\dot\beta(0) = -2D_Z B\,\frac{1+\rho_Z BL}{1+4/3\rho_Z BL}. \quad (19)$$

Динамика «расплывания» плоского и сферического УВ-импульсов в начальный момент времени одинакова. В соответствии с соотношением (10) она определяется формулой

$$\dot\lambda(0) = D_Z B.$$

Как и следовало ожидать, наряду с геометрическими (B, L) факторами УВ-импульса и свойствами материала среды (D_Z, B) на динамику изменения импульса оказывает влияние его положение в начальный момент времени. Так, например, соотношение (18) показывает, что динамика затухания импульса, порожденного дальше от центра (при большем значении X_0), слабее. Более того, при достаточно большом X_0, очевидно, соотношение (18) в точности соответствует (12), если рассматривать эти соотношения применительно к начальному моменту времени. При малых значениях X_0 знаменатель соотношения (18) практически не отличается от знаменателя соотношения (12).

Для численных оценок в качестве параметра Z выберем давление p, а физические соотношения — в форме Тэта [6]:

$$p = A\Big[\Big(\frac{\rho}{\rho_0}\Big)^m - 1\Big], \quad (20)$$

где A, m — экспериментально определяемые параметры. Тогда параметры, используемые в (1)–(5), будут выражаться соотношениями

$$D_Z = c_0\,\frac{m+1}{4mA}, \quad \rho_Z = \frac{1}{mA}, \quad u_Z = \frac{c_0}{mA}. \quad (21)$$

В качестве примера рассмотрим УВ-импульс с параметрами $B = 10^{12}$ Па/м, $L = 10^{-2}$ м, распространяющийся по образцу из стали, для которой параметры соотношения (20) равны $A = 55\cdot 10^9$ Па, $m = 3{,}0$, $c_0 = 5\cdot 10^3$ м/с [5]. Тогда с учетом ограничений для функций $\beta(t)$ и $\lambda(t)$ динамика затухания плоского УВ-импульса в начальный момент времени характеризуется, согласно соотношениям (19) и (21), величиной порядка $\dot\beta(0) = -10^5$ с$^{-1}$.

Знаменатель соотношения (18), если это соотношение рассматривать для малых X_0, практически не отличается от знаменателя соотношения (12). Слагаемые в числителе оцениваются величинами порядка

$$\frac{4c_0}{D_Z LB} = \frac{16mA}{(m+1)LB} \approx 50, \quad 2\rho_Z BL \leqslant 0{,}1,$$
$$\rho_Z\frac{c_0}{D_Z} = \frac{4}{m+1} \leqslant 1{,}0,$$

поэтому множитель, заключенный в скобки, равен ≈ 50, и во столько же раз больше начальная скорость затухания рассматриваемого сферического УВ-импульса по сравнению с плоским.

Приведенные оценки показывают, что сферический УВ-импульс затухает значительно интенсивнее, чем плоский. Это позволяет предположить, что оценка чувствительности взрывчатых материалов к высокоскоростному удару ограничивается в экспериментальном плане нахождением критических значений давления и диаметра очага воздействия [7], поскольку возбуждение взрывчатого превращения малыми (в пределе — точечными) очагами затруднено чисто энергетическими причинами вследствие интенсивного затухания.

Таким образом, получены зависимости, описывающие эволюцию плоского и сферического УВ-импульсов в плотных средах. По мере удаления места зарождения сферического УВ-импульса от центра зависимости, описывающие его эволюцию, асимптотически переходят в аналогичные зависимости, описывающие эволюцию плоского импульса.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бугримов А. Л.** К вопросу об определении ширины области сжатия твердого материала в УВ // Физика горения и взрыва. 1991. Т. 27, № 5. С. 140–143.
2. **Мержиевский Л. А.** Ударные волны в конденсированных средах. Новосибирск: НГУ, 1982.
3. **Бугримов А. Л., Колотилов А. В., Рыков О. Р.** Эволюция слабых ударных волн в плотных средах // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 2. С. 139–143.
4. **Коробейников В. П.** Задачи теории точечного взрыва. М.: Наука, 1985.
5. **Овсянников Л. В.** Лекции по основам газовой динамики. М.: Наука, 1981.
6. **Ионов В. Н., Огибалов П. М.** Прочность пространственных элементов конструкции. М.: Высш. шк., 1974.
7. **Физика** взрыва/ Ф. А. Баум, Л. П. Орленко, К. П. Станюкович, Р. П. Челышев, Б. И. Шехтер / Под ред. К. П. Станюковича. М.: Наука, 1975.

Поступила в редакцию 8/I 1997 г.