

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЭНТРОПИЙНОГО СЛОЯ НА ЗАТУПЛЕННОЙ ПЛАСТИНЕ, ОБТЕКАЕМОЙ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

При обтекании затупленных тел сверхзвуковым потоком газа возле их поверхности образуется энтропийный слой [1]. На дне энтропийного формируется пограничный слой, нарастающий вниз по потоку. В результате развития неустойчивых возмущений в пограничном слое происходит ламинарно-турбулентный переход [2, 3]. Эксперименты на конусах и пластинах показали [4, 5], что с увеличением притупления передней кромки протяженность участка ламинарного обтекания растет, достигает максимума, а затем уменьшается. В [6] удается частично объяснить смещение зоны перехода вниз по потоку за счет уменьшения местных чисел Рейнольдса, рассчитанных по параметрам течения на дне энтропийного слоя, но данная модель не описывает реверс перехода.

Явление реверса может быть обусловлено следующими причинами. Энтропийный слой деформирует профили среднего течения в ламинарном пограничном слое, что может вызвать дестабилизацию последнего. В рамках асимптотической теории свободного взаимодействия получено [7], что энтропийный эффект приводит к неустойчивости пограничного слоя относительно малых возмущений. Из численных расчетов [8, 9] видно, что энтропийный слой на затупленной пластине дестабилизирующе воздействует на вторую неустойчивую моду пограничного слоя. Другая возможность — неустойчивость самого энтропийного слоя. Развивающиеся в нем собственные колебания способны проникать в пограничный слой и тем самым инициировать его раннюю турбулилизацию. В [8, 9] численно исследовались характеристики устойчивости энтропийного слоя на затупленной пластине. Однако в постановке задачи допущена неточность в граничных условиях для возмущений на дне энтропийного слоя.

В настоящей работе анализируются собственные колебания в энтропийном слое на основе линейной теории. Методом сращиваемых разложений получены корректные граничные условия для возмущений. Показано, что в старших приближениях неустойчивость энтропийного слоя описывается невязкими уравнениями. Выполнен численный и асимптотический анализ акустических собственных колебаний и неустойчивой моды.

1. Рассматривается обтекание затупленной пластины сверхзвуковым потоком газа. На расстоянии  $L$  от ее передней кромки формируются пограничный слой толщиной  $\delta_e = L/\sqrt{R_L}$  и энтропийный слой толщиной порядка радиуса притупления  $r_N$ . Число Рейнольдса  $\tilde{R}_L = LU_e \rho_e / \mu_e$  рассчитывается по параметрам течения на внешней границе пограничного слоя. Исследуется область течения, в которой  $\delta_e \ll r_N \ll L$ , т. е. пограничный слой лежит на дне энтропийного. Так как  $r_N \ll L$ , скачок уплотнения вырождается в волну Маха и параметры течения на внешней границе энтропийного слоя близки к параметрам набегающего потока  $U_\infty, \rho_\infty, \mu_\infty$ .

Обезразмерим продольную  $x$  и поперечную  $y$  координаты по радиусу притупления  $r_N$ ; плотность  $\rho$ ,  $x$ - и  $y$ -компоненту скорости  $U, V$ , температуру  $T$ , давление  $P$  и вязкость  $\mu$  — по их значениям в набегающем потоке. За характерную толщину пограничного слоя примем масштаб  $\delta = L/\sqrt{LU_\infty \rho_\infty / \mu_\infty} \sim \delta_e$ . Введем малые параметры  $\varepsilon = \delta/r_N$  и  $\varepsilon_0 = r_N/L$ . Структура среднего течения дана на рис. 1. Из асимптотического анализа [10] следует, что в невязких областях 2, 3 с характерным масштабом  $r_N$  основное течение имеет вид

$$(1.1) \quad \begin{aligned} P &= 1 + O(\varepsilon_0^2 \varepsilon), & T &= T_2(y) + O(\varepsilon_0 \varepsilon) + O(\varepsilon_0^2), \\ U &= U_2(y) + O(\varepsilon_0 \varepsilon) + O(\varepsilon_0^2), & V &= O(\varepsilon_0 \varepsilon) + O(\varepsilon_0^2); \end{aligned}$$

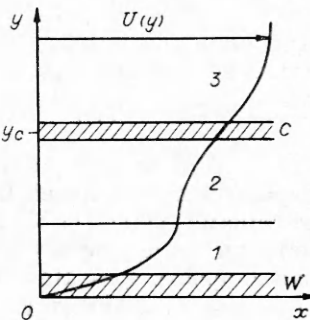


Рис. 1

$$(1.2) \quad T_2(y) = \left[ 1 - \frac{2(M^2 - 1)^2}{(\gamma + 1) M^2 (M^2 - 1 + \psi^2)} \right] \times \\ \times \left[ 1 + \frac{2\gamma(M^2 - 1)^2}{(\gamma + 1) M^2} \left( \frac{M^2}{M^2 - 1 - M^2\psi^2} \right) \right]^{1/\gamma}, \\ U_2(y) = \left[ 1 - \frac{2(T_2 - 1)}{(\gamma - 1) M^2} \right]^{1/2}, \quad y = \int_0^\psi \frac{T_2}{U_2^2} d\psi$$

( $M$  — число Маха набегающего потока,  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $\psi$  — функция тока).

В пограничном слое (область  $I$  на рис. 1) справедливы представления [9]

$$(1.3) \quad P = 1 + O(\varepsilon_0^2 \varepsilon^2), \quad U = U_1(y_1) + O(\varepsilon_0 \varepsilon) + O(\varepsilon U_2'(0)), \\ T = T_1(y_1) + O(\varepsilon_0 \varepsilon) + O(\varepsilon U_2'(0)),$$

где  $y_1 = y/\varepsilon$  — внутренняя переменная; штрих обозначает дифференцирование по  $y$ ;  $U_1, T_1$  — профили скорости и температуры в плоскопараллельном безградиентном пограничном слое, которые при  $y_1 \rightarrow \infty$  стремятся к предельным значениям  $U_1 \rightarrow U_2(0) = U_e, T_1 \rightarrow T_2(0) = T_e$ .

На основное течение накладывается двумерное возмущение

$$(u, v, p, \theta_0, \rho_0) = (f, \alpha\varphi, \pi, \theta, r) \exp(i\alpha x - i\omega t).$$

Здесь  $u, v, p, \theta_0, \rho_0$  — возмущения продольной и вертикальной скорости, давления, температуры и плотности;  $\alpha$  — волновое число;  $\omega$  — частота, отнесенная к  $U_\infty/r_N$ ;  $t$  — безразмерное время.

Рассматриваются возмущения с характерной длиной волны  $\lambda \sim r_N$  и частотой  $\sim U_\infty/r_N$ , т. е.  $\alpha = O(1), \omega = O(1)$ , фазовая скорость  $c = \omega/\alpha = O(1)$ . Считается, что  $R = r_N \rho_\infty U_\infty / \mu_\infty \gg 1$ , и для анализа используется система Дана — Линя [2]

$$(1.4) \quad \rho[i(U - c)f + U'\varphi] + i\pi/(\gamma M^2) = \varepsilon_0 \varepsilon^2 \mu f''/\alpha, \\ i\alpha^2 \rho(U - c)\varphi + \pi'/(\gamma M^2) = 0, \quad i(U - c)r + \rho'\varphi + \rho(if + \varphi') = 0, \\ \rho[i(U - c)\theta + T'\varphi] + (\gamma - 1)(if + \varphi') = \varepsilon_0 \varepsilon^2 (\mu\gamma/\sigma\alpha)\theta'', \\ \pi/P = r/\rho + \theta/T.$$

При записи системы учтено, что  $R^{-1} = \varepsilon_0 \varepsilon^2$ ;  $\sigma$  — число Прандтля. На возмущение накладываются граничные условия

$$(1.5) \quad \varphi(0) = f(0) = \theta(0) = 0, \quad (\varphi, f, \theta, \pi) \rightarrow 0, \quad y \rightarrow \infty.$$

2. В первом и четвертом уравнениях системы (1.4) имеется малый параметр при старшей производной. Основное течение описывается асимптотиками (1.1), (1.3) в областях  $y = O(1), y_1 = O(1)$ . Воспользуемся методом сращиваемых разложений [11]. Рассмотрим случай, когда фазовая скорость  $c_r = \text{Re}(\omega/\alpha) > U_2(0)$ . То есть критический слой, в котором  $U_2(y_c) = c_r$ , либо отсутствует ( $c_r > 1$ ), либо расположен в энтропийном слое 2. Характерные области для возмущения показаны на рис. 1. Возле стенки формируется вязкий подслой толщиной  $\delta_1 \sim R^{-1/2} = \varepsilon_0^{1/2} \varepsilon$ . Так как отношение толщины вязкого подслоя к толщине пограничного слоя  $\delta_1/\delta \sim \varepsilon_0^{1/2} \ll 1$ , вязкий подслой лежит на дне пограничного слоя. Возле точки  $y_c$  формируется критический слой толщиной  $\delta_2 \sim R^{-1/3} = (\varepsilon_0 \varepsilon^2)^{1/3}$ . Вязкий подслой  $W$  и критический слой  $C$  разделены невязкими зонами 1, 2.

Согласно представлению (1.1) для основного течения, запишем возмущения в невязких областях 2, 3 в виде

$$(2.1) \quad (f, \varphi, \pi, \theta, r) = (f_0, \varphi_0, \pi_0, \theta_0, r_0) + O(\varepsilon \varepsilon_0) + O(\varepsilon^2) + O(\varepsilon_0^2).$$

Подставляя (2.1) в (1.4), в главном приближении получаем систему без вязких членов

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \varphi_0' - \frac{U_2'}{U_2 - c} \varphi_0 &= -i \frac{(U_2 - c)}{\gamma} \left[ 1 - \frac{T_2}{M^2 (U_2 - c)^2} \right] \pi_0, \\ \pi_0' &= -i \alpha^2 \gamma M^2 \frac{(U_2 - c)}{T_2} \varphi_0. \end{aligned}$$

Для нахождения аналитических решений системы (2.2) необходимы жесткие ограничения на волновые числа  $\alpha$ . Чтобы избежать этого, система интегрировалась численно. Критическая точка  $y_c$  обходилась снизу в комплексной плоскости  $y$ . Правило обхода определялось из процедуры сращивания решений в критическом слое с решениями в областях 2, 3 [3, 12]. Интегрирование велось от внешней границы энтропийного слоя к стенке. На внешней границе использовалась асимптотика, удовлетворяющая условию затухания возмущений:

$$(2.3) \quad y \rightarrow \infty, (\varphi_0, \pi_0) \sim \exp(\lambda y), \quad \lambda = \sqrt{\alpha^2 - M^2(\alpha - \omega)^2}, \quad \text{Re } \lambda < 0.$$

Построим решение в области I. Перейдем в системе (1.4) к внутренней переменной  $y_1 = y/\varepsilon$ . Выполним разложения

$$\begin{aligned} f &= f_{00} + \varepsilon_0 f_{01} + \dots + \varepsilon(f_{10} + \varepsilon_0 f_{11} + \dots) + \dots, \\ \varphi &= \varepsilon(\varphi_{00} + \varepsilon_0 \varphi_{01} + \dots) + \varepsilon^2(\varphi_{10} + \varepsilon_0 \varphi_{11} + \dots) + \dots, \\ \pi &= \pi_{00} + \varepsilon^2(\pi_{01} + \varepsilon_0 \pi_{02} + \dots) + \dots, \\ \theta &= \theta_{00} + \varepsilon_0 \theta_{01} + \dots + \varepsilon(\theta_{10} + \varepsilon_0 \theta_{11} + \dots) + \dots \end{aligned}$$

Учитывая выражения (1.3) для основного течения, в старшем порядке получаем систему

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_1} \left[ i(U_1 - c) f_{00} + \frac{dU_1}{dy_1} \varphi_{00} \right] &= -\frac{i\pi_{00}}{\gamma M^2}, \quad \frac{d\pi_{00}}{dy_1} = 0, \\ i(U_1 - c) \left( \pi_{00} - \frac{\theta_{00}}{T_1} \right) - \frac{\varphi_{00}}{T_1} \frac{dT_1}{dy_1} + i f_{00} + \frac{d\varphi_{00}}{dy_1} &= 0, \\ \frac{1}{T_1} \left[ i(U_1 - c) \theta_{00} + \varphi_{00} \frac{dT_1}{dy_1} \right] + (\gamma - 1) \left( i f_{00} + \frac{d\varphi_{00}}{dy_1} \right) &= 0. \end{aligned}$$

Ее решением будет

$$(2.4) \quad \begin{aligned} \pi_{00} = B_1, \theta_{00} &= \frac{i}{\gamma} B_1 T_1 - \frac{\varphi_{00}}{i(U_1 - c)} \frac{dT_1}{dy_1}, \\ \varphi_{00} &= (U_1 - c) \left\{ B_2 - \frac{iB_1}{c} \int_0^{y_1} \left[ 1 - \frac{T_1}{M^2 (U_1 - c)^2} \right] dy_1 \right\}. \end{aligned}$$

В области W перейдем к переменной  $\eta = y_1/\sqrt{\varepsilon_0}$  и выполним разложения

$$\begin{aligned} (U_1, T_1, \rho_1, \mu_1) &= (U_w, T_w, \rho_w, \mu_w) + \varepsilon_0^{1/2} \left( \frac{dU_1}{dy_1}, \frac{dT_1}{dy_1}, \frac{d\rho_1}{dy_1}, \frac{d\mu_1}{dy_1} \right)_w \eta + \dots, \\ f &= f_{00} + \varepsilon_0^{1/2} f_{01} + \dots + \varepsilon(f_{10} + \varepsilon_0^{1/2} f_{11} + \dots) + \dots, \\ \varphi &= \varepsilon \varepsilon_0^{1/2} (\varphi_{00} + \varepsilon_0^{1/2} \varphi_{01} + \dots) + \varepsilon^2 \varepsilon_0^{1/2} (\varphi_{10} + \varepsilon_0^{1/2} \varphi_{11} + \dots) + \dots, \\ \pi &= \pi_{00} + \varepsilon^2 \varepsilon_0 (\pi_{01} + \varepsilon_0^{1/2} \pi_{02} + \dots) + \dots, \quad \theta = \theta_{00} + \varepsilon_0^{1/2} \theta_{01} + \dots \\ &\dots + \varepsilon(\theta_{10} + \varepsilon_0^{1/2} \theta_{11} + \dots) + \dots \end{aligned}$$

Здесь индекс  $w$  обозначает величины при  $y_1 = 0$ . В старшем порядке имеем систему

$$-\frac{ic}{T_w} f_{00} = -\frac{i}{\gamma M^2} \pi_{00} + \mu_w \frac{d^2 f_{00}}{d\eta^2}, \quad \frac{d\pi_{00}}{d\eta} = 0, \quad -ic \left( \pi_{00} - \frac{\theta_{00}}{T_w} \right) +$$

$$+ if_{00} + \frac{d\varphi_{00}}{d\eta} = 0,$$

$$-ic \frac{\theta_{00}}{T_w} = -(\gamma - 1) \left( if_{00} + \frac{d\varphi_{00}}{d\eta} \right) + \frac{\gamma \mu_w}{\sigma} \frac{d^2 \theta_{00}}{d\eta^2}, \quad f_{00}(0) = \varphi_{00}(0) = \theta_{00}(0) = 0.$$

Ее решение имеет вид

$$(2.5) \quad \pi_{00} = A_1, \quad f_{00} = \frac{A_1 T_w}{c \gamma M^2} [1 - \exp(-k_1 \eta)], \quad \theta_{00} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} A_1 T_w [1 - \exp(-k_2 \eta)],$$

$$\varphi_{00} = A_1 \left[ D_0 \eta + \frac{D_1}{k_1} (1 - \exp(-k_1 \eta)) + \frac{D_2}{k_2} (1 - \exp(-k_2 \eta)) \right], \quad k_1 = \sqrt{\frac{-ic}{\mu_w T_w}},$$

$$\operatorname{Re} k_1 > 0, \quad k_2 = \sqrt{\sigma} k_1, \quad D_0 = \frac{ic}{\gamma} \left[ 1 - \frac{T_w}{c^2 M^2} \right], \quad D_1 = \frac{i T_w}{c \gamma M^2}, \quad D_2 = ic \frac{\gamma - 1}{\gamma}.$$

Сращивая (2.1), (2.4) и (2.5), находим граничное условие для (2.2)

$$(2.6) \quad \varphi_0(0) = \varepsilon (1 - c) \pi_0(0) \left\{ \frac{i}{\gamma} \int_0^\infty \left[ \frac{T_1}{M^2 (U_1 - c)^2} - \frac{T_2}{M^2 (U_e - c)^2} \right] dy_1 + O(\varepsilon_0^{1/2}) \right\}.$$

Отметим, что в случае нейтральных возмущений подынтегральное выражение представляет собой разность квадратов местных скоростей звука в системе координат, движущейся с фазовой скоростью  $c$ .

Таким образом, двумерные возмущения в энтропийном слое описываются системой невязких уравнений (2.2) с граничными условиями (2.3), (2.6). В главном приближении выполняется условие непротекания  $\varphi_0(0) = 0$ . При этом возмущение энтропийного слоя не реагирует на пограничный слой. В следующем приближении (2.6) содержит интегральную характеристику среднего течения в пограничном слое. В [8, 9] для описания возмущений в энтропийном слое использовалась система уравнений Лиза — Лина, учитывающая все вязкие члены линеаризованных уравнений Навье — Стокса. Причем граничное условие (1.5) переносилось на внешнюю границу пограничного слоя без изменения. Из предыдущего анализа видно, что данная процедура некорректна. Уже в невязком приближении граничное условие на дне энтропийного слоя зависит от среднего течения в пограничном слое. Это обусловлено тем, что вязкий подслой  $W$  лежит на дне пограничного слоя и отделен от энтропийной зоны невязкой областью  $I$ .

Задача (2.2), (2.3), (2.6) является задачей на собственные значения. Волновое число  $\alpha$  и частота  $\omega$  связаны дисперсионным соотношением  $D(\omega, \alpha) = 0$ . Анализ устойчивости энтропийного слоя сводится к рассмотрению свойств корней дисперсионного уравнения  $\omega(\alpha)$  или  $\alpha(\omega)$ .

3. Результаты п. 2 справедливы также для коротковолновых возмущений, удовлетворяющих условию  $1 \ll \alpha \ll \varepsilon^{-1}$ , т. е. имеющих длины волн, много большие толщины пограничного слоя, но много меньшие толщины энтропийного слоя. Систему (2.2) можно свести к уравнению второго порядка для возмущения давления. В главном приближении по  $\varepsilon$  приходим к задаче

$$\pi_0'' - \left( \frac{2U_2'}{U_2 - c} - \frac{T_2'}{T_2} \right) \pi_0' + \alpha^2 q \pi_0 = 0,$$

$$\pi_0'(0) = 0, \quad \pi_0(y) \rightarrow 0, \quad y \rightarrow \infty, \quad q = M^2 (U_2 - c)^2 / T_2 - 1.$$

Используя метод ВКБ [13] аналогично тому, как это сделано в [14] для коротковолновых возмущений пограничного слоя, приходим к сле-

дующим результатам. В энтропийном слое существует дискретный набор мод акустической природы с фазовыми скоростями  $U_2(0) + a_2(0) < c < 1 + 1/M$ , где  $a_2(0) = \sqrt{T_2(0)}/M$  — скорость звука на дне энтропийного слоя. Из численных расчетов п. 4 получаем  $U_2(0) + a_2(0) > 1$ , т. е. для данных мод  $c > 1$  и критический слой отсутствует. В этом случае акустические моды нейтральны, их собственные функции и дисперсионное соотношение имеют вид

$$(3.1) \quad \pi_{0n} = \frac{U_2 - c}{\sqrt{T_2}} z^{1/4} (-q)^{-1/4} \text{Ai}(z),$$

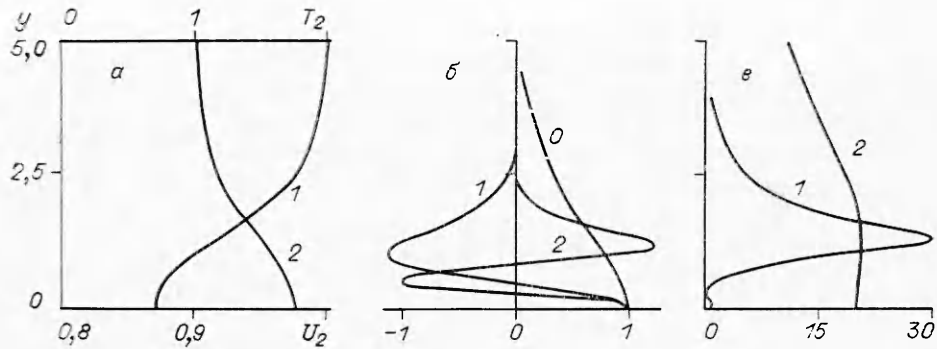
$$\frac{2}{3} z^{3/2} = \alpha \int_{y_a}^y \sqrt{-q} dy, \quad \alpha \int_0^{y_a} \sqrt{q} dy = \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

Здесь  $\text{Ai}(z)$  — функция Эйри [15];  $y_a$  — точка поворота, в которой  $U(y_a) = c - a(y_a)$ ;  $n$  — большое целое число, отвечающее номеру моды. Собственные функции  $\pi_{0n}(y)$  осциллируют в области  $0 < y < y_a$  и экспоненциально затухают при  $y > y_a$ . Количество нулей функции  $\pi_{0n}$  равно  $n$ . Если  $n$  фиксировано, а фазовая скорость  $c \rightarrow U_2(0) + a_2(0)$ , то точка поворота  $y_a \rightarrow 0$  и волновое число  $\alpha_n \rightarrow \infty$ . Для фазовых скоростей  $c > 1 + 1/M$  решение уравнения осциллирует, не затухая при  $y \rightarrow \infty$ . Соответствующие волновые числа попадают в область непрерывного спектра.

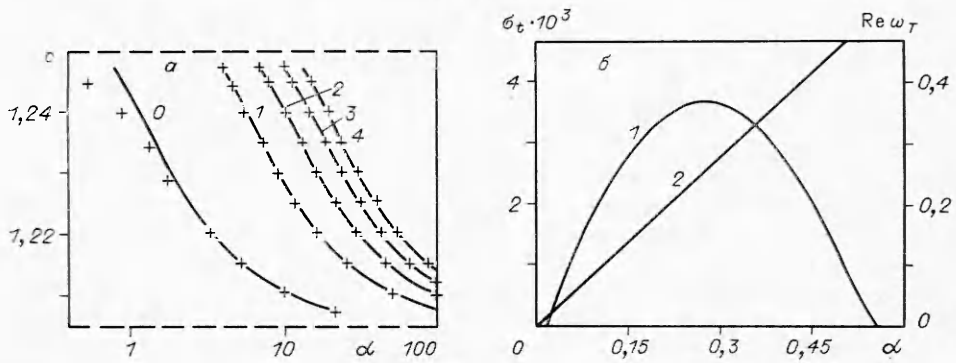
4. Система уравнений (2.2), (2.3), (2.6) интегрировалась численно методом Рунге — Кутты четвертого порядка точности. Основное течение рассчитывалось по соотношениям (1.2). Поиск собственных значений осуществлялся методом Ньютона. Приведенные ниже расчеты выполнены для  $\varepsilon = 0$ . На рис. 2, а даны профили среднего течения в энтропийном слое для  $M = 4$ , показателя адиабаты  $\gamma = 1,4$ . Кривая 1 отвечает  $U_2(y)$ , 2 —  $T_2(y)$ . Рис. 3, а иллюстрирует зависимость фазовой скорости  $c_n$  от волнового числа  $\alpha$  для нейтральных акустических мод. Верхняя штриховая линия отмечает границу  $c = 1 + 1/M$ , выше которой находится непрерывный спектр; нижняя — ограничение  $c = U_2(0) + a_2(0)$ . Сплошные линии — расчет по дисперсионному соотношению (3.1), номера кривых — номера мод  $n$ . Начиная с  $n = 1$ , асимптотика хорошо согласуется с численным расчетом, обозначенным крестиками. На рис. 2, б показаны собственные функции  $\pi_n(y)$  акустических мод, рассчитанные численно для фазовой скорости  $c = 1,23$  (номер кривой равен  $n$ ). В соответствии с асимптотической моделью п. 3 собственные функции осциллируют ниже точки поворота  $y_a = 1,48$  и экспоненциально затухают при  $y > y_a$ .

В спектре содержится одна неустойчивая мода, характеристики которой приведены на рис. 3, б. Инкремент временного роста  $\sigma_i = \text{Im } \omega_T(\alpha)$  (кривая 1) и частота  $\text{Re } \omega_T(\alpha)$  (2) типичны для невязкой неустойчивости сдвиговых течений (здесь и далее индексом  $T$  отмечены характеристики неустойчивой моды). Собственные функции волны неустойчивости для  $\alpha_T = 0,2799 - i0,00393$ ,  $\omega = 0,2583$  представлены на рис. 2, в (1 — модуль  $x$ -компоненты пульсаций массового расхода, 2 — модуль возмущения давления  $|\pi_T| \cdot 20$ ). Возмущение массового расхода имеет ярко выраженный максимум в критическом слое, что качественно согласуется с экспериментальными данными, полученными на затупленном конусе при  $M = 8$  [16] и на пластине при  $M = 2$  [17].

Для анализа типа неустойчивости необходимо рассмотреть поведение корней  $\alpha(\omega)$  дисперсионного уравнения при комплексных  $\omega$ , лежащих в полосе  $0 < \text{Im } \omega \leq \Omega$ , где  $\Omega = \max [\text{Im } \omega_T(\alpha)]$ . Численные расчеты показали, что дисперсионная кривая  $\alpha_T(\omega)$ , соответствующая неустойчивой моде, не имеет точек ветвления в указанной полосе. Тогда по критериям, изложенным в [18, 19], неустойчивость является конвективной. То есть возмущение, возбуждаемое локализованным по  $x, t$  внешним воздействием, затухает по времени в фиксированной точке  $x$ . При  $t \rightarrow \infty$



Р и с. 2

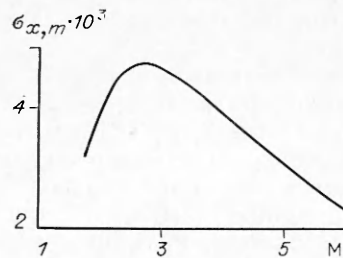


Р и с. 3

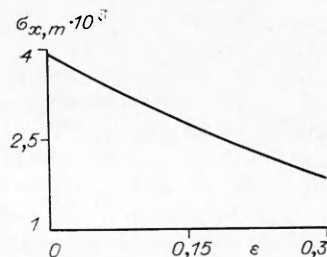
возмущение трансформируется в пакет волн неустойчивости. «Горб» пакета переносится с групповой скоростью  $V = d \operatorname{Re} \omega_T(\alpha_s) / d\alpha$  ( $\alpha_s$  определяется из условия  $d \operatorname{Im} \omega_T(\alpha_s) / d\alpha = 0$ ). Из характеристик  $\omega_T(\alpha)$  (см. рис. 3, б) следует, что  $V > 0$  (неустойчивость развивается вниз по потоку).

Если волна неустойчивости возбуждается каким-либо источником, действующим на заданной частоте  $\omega$ , то она нарастает вниз по потоку с пространственным инкрементом  $\sigma_x = -\operatorname{Im} \alpha_T(\omega)$ . На рис. 4 даны зависимости максимальных инкрементов  $\sigma_{x,m} = \max \sigma_x(\omega)$  от числа Маха. Наибольшая неустойчивость достигается при  $M = 2,75$ .

Рис. 5 иллюстрирует влияние пограничного слоя на пространственную неустойчивость энтропийного слоя при  $M = 4$ . Пограничный слой вычислялся для  $\sigma = 0,72$ , температуры торможения на внешней границе 310 К. Обтекаемая поверхность считалась теплоизолированной. В расчетах координата  $y_1$  обезразмерена по толщине вытеснения пограничного слоя  $\delta^*$ , поэтому параметр  $\epsilon = \delta^* / r_N$ . Пограничный слой оказывал стабилизирующее воздействие на неустойчивую моду энтропийного слоя. Из расчетов, выполненных в диапазоне температурных факторов 0,2—1,8, видно, что пограничный слой на охлаждаемой стенке стабилизирует неустойчивую моду энтропийного слоя сильнее, чем на нагреваемой.



Р и с. 4



Р и с. 5

В заключение отметим, что по мере нарастания пограничного слоя вниз по потоку собственные колебания энтропийного слоя сближаются по масштабам с модами пограничного слоя. На режиме поглощения, при котором  $\delta \sim r_N$ , следует ожидать быстрого нарастания интенсивности пульсаций в пограничном слое за счет проникновения в него возмущений, развившихся в энтропийной зоне. Такой эффект наблюдался в экспериментах [16].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений.— М.: ИЛ, 1962.
2. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках.— Новосибирск: Наука, 1980.
3. Жигулев В. Н., Тумин А. М. Возникновение турбулентности.— Новосибирск: Наука, 1987.
4. Wilson R. E. Laminar boundary layer growth at hypersonic speeds // J. Spacecraft and Rockets.— 1965.— V. 2, N 5.
5. Stetson K. F. Effect of bluntness and angle of attack on boundary layer transition on cones and biconic configurations.— N. Y., 1979.— (Pap./AIAA; N 79—0269).
6. Белолицкий В. М., Степанова Л. И. Оценка влияния притупления на переход пограничного слоя при больших сверхзвуковых скоростях // Математические модели и вычислительные методы механики сплошной среды.— Красноярск: ВЦ СО АН СССР, 1979.
7. Соколов Л. А. О влиянии энтропийного слоя на распространение нестационарных возмущений в пограничном слое с самоиндуцированным давлением // ПМТФ.— 1984.— № 3.
8. Khan M. M. S., Reshotko E. Stability of the laminar boundary layer on a blunted plate in supersonic flow // Laminar-turbulent transition symp., Stuttgart, 1979.— Berlin, 1980.
9. Khan M. M. S., Reshotko E. Stability of the laminar boundary layer on a blunted plate in supersonic flow.— S. l., 1980.— (FTAS/TR — 79—142).
10. Якура Дж. Теория энтропийных слоев и затупления носка в гиперзвуковом течении // Исследование гиперзвуковых течений.— М.: Мир, 1964.
11. Найфа А. Введение в методы возмущений.— М.: Мир, 1984.
12. Линь Ц. Ц. Теория гидродинамической устойчивости.— М.: ИЛ, 1958.
13. Федорук М. В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений.— М.: Наука, 1983.
14. Гуцин В. Р., Федоров А. В. Асимптотический анализ невязких возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // ПМТФ.— 1989.— № 1.
15. Абрамович М., Стилган П. Справочник по специальным функциям.— М.: Наука, 1979.
16. Stetson K. F., Thompson E. R., Donaldson J. C., Siler L. G. Laminar boundary layer stability experiments on a cone at Mach 8. Pt 2: Blunt cone.— N. Y., 1984.— (Pap./AIAA; N 84—0006).
17. Косинов А. Д., Маслов А. А., Шевельков С. Г. Экспериментальное исследование влияния притупления передней кромки плоской пластины на развитие треммерных волн в сверхзвуковом пограничном слое // ПМТФ.— 1987.— № 2.
18. Федорченко А. М., Коцаренко Н. Я. Абсолютная и конвективная неустойчивость.— М.: Наука, 1981.
19. Войко И. П., Балев О. Г. О критериях абсолютной и конвективной неустойчивости.— Киев, 1973.— (Препр./АН СССР, Ин-т теорет. физики; N 73-55P).

г. Жуковский

Поступила 25/IV 1989 г.

УДК 533.6.011+536.253

Г. М. Махвиладзе, С. Е. Якуш

#### О ВЛИЯНИИ ДИСПЕРСНОЙ ПРИМЕСИ НА ПОДЪЕМ ЗАПЫЛЕННОГО ТЕПЛООВОГО ТЕРМИКА

Поднимающееся облако нагретого газа (термик) способно переносить на значительные расстояния различные аэрозольные примеси, содержащиеся в приземном слое атмосферы (пыль, сажа). Вынос большого количества мелкодисперсных частиц в верхние слои атмосферы может иметь последствия глобального характера [1], поэтому важное значение приобретает математическое моделирование подобных процессов.

Основные этапы эволюции плавучего облака довольно подробно изучались методом численного интегрирования. Так, образование термика и последующее воз-