УДК 539

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ С ДЕФЕКТАМИ

Н. В. Чертова

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, 634055 Томск
E-mail: chertova@ispms.tsc.ru

На основе уравнений полевой теории дефектов с использованием кинематических тождеств для упругого континуума с дефектами и динамических уравнений калибровочной теории рассмотрены закономерности распространения плоских гармонических волн в вязкоупругих и упруговязкопластических средах. Определены скорости распространения волн, показатели преломления и поглощения. Проанализированы структура волн и особенности корреляции волн смещений и волн поля дефектов, определяющих пластическую деформацию.

Ключевые слова: полевая теория дефектов, упруговязкопластические среды, структура волн.

Введение. Исследование неупругого поведения деформируемых твердых тел является актуальной задачей механики и физики в течение длительного времени. Это объясняется тем, что область упругих деформаций ограничена и многие процессы, важные с точки зрения эксплуатации и получения новых материалов, а также изделий из них, происходят за ее пределами. К числу практически значимых явлений, наблюдаемых вне области упругой деформации, относятся пластичность, разрушение, ползучесть, упрочнение и т. д. В данной работе в рамках континуального описания, традиционного для механики сплошных сред, рассмотрены динамические особенности неупругой деформации, обусловленные дефектами трансляционного типа. Как известно, динамика трансляционных дефектов определяет дислокационную пластичность, являющуюся одним из механизмов неупругого поведения материалов, наряду с механическим двойникованием, мартенситной неупругостью и дисклинационной пластичностью [1]. Исследование проводится на основе волновых решений уравнений полевой теории дефектов. Система уравнений полевой теории дефектов включает кинематические тождества континуальной теории дефектов [2] и динамические уравнения калибровочной теории [3]. В данной работе рассматриваются вязкоупругие, упруговязкопластические и вязкопластические среды, сравниваются соответствующие волновые решения и анализируется структура волн. Произвольные динамические решения линейных систем могут быть представлены в виде суперпозиции волн.

1. Математическая модель. Система уравнений полевой теории дефектов

$$\begin{gathered} B\,\frac{\partial}{\partial x_i}\,I_{ij} = -P_j, \qquad e_{ikl}\,\frac{\partial}{\partial x_k}\,I_{lj} = \frac{\partial}{\partial t}\,\alpha_{ij}, \\ \frac{\partial}{\partial x_k}\,\alpha_{ki} = 0, \qquad Se_{ikl}\,\frac{\partial}{\partial x_k}\,\alpha_{lj} = -B\,\frac{\partial}{\partial t}\,I_{ij} - \sigma_{ij}, \end{gathered} \tag{1}$$

полученная в рамках калибровочного подхода [3], является исходной при анализе динамики поля дефектов в различных средах. Здесь α_{ij}, I_{ij} — тензор плотности и тензор плотности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 05-01-00303).

потока дислокаций; σ_{ij}, P_i — эффективные напряжения и импульс; B, S — константы теории. В континуальной теории дефектов [2, 4] характеристики дислокационного ансамбля I_{ij}, α_{ij} определяются градиентами пластической дисторсии β_{ij}:

$$I_{ij} = -\frac{\partial \beta_{ij}}{\partial t}, \qquad \alpha_{ij} = -e_{ikn}\,\frac{\partial \beta_{nj}}{\partial x_k}.$$

Физический смысл этих величин поясняют следующие выражения:

$$\alpha_{ij} = \frac{db_j}{ds_i}, \qquad I_{ij} = \frac{d}{dl_i}\,\frac{\partial b_j}{\partial t}.$$

Здесь $\boldsymbol{b}$ — суммарный вектор Бюргерса всех дислокаций, пересекающих единичную ориентированную площадку s, ограниченную контуром с единичным касательным вектором $\boldsymbol{l}$. Величины σ_{ij}, P_i удовлетворяют уравнению динамического равновесия

$$\frac{\partial P_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ki}}{\partial x_k}, \tag{2}$$

которое является условием совместности системы уравнений (1). На основе уравнений (1), (2) рассмотрены закономерности распространения плоских волн поля дефектов в однородных вязкопластических средах [5, 6] (а также при наличии границ раздела [7, 8]), определяемых соотношением

$$\sigma_{ij} = \theta_{ijkl} I_{kl}$$

(θ_{ijkl} — тензор коэффициентов вязкости). Получены дисперсионные соотношения для вязкоупругих сред [9], описываемых уравнением

$$\sigma_{ij} = \sigma^{el}_{ij} + \sigma^{v}_{ij}. \tag{3}$$

Здесь σ^{el}_{ij}, σ^{v}_{ij} — упругие и вязкие напряжения, которые выражаются через компоненты вектора смещений U_i, тензор упругих модулей C_{ijkl} и тензор коэффициентов вязкости η_{ijkl} [4]:

$$\sigma^{el}_{ij} = C_{ijkl}\,\partial_k U_l, \qquad \sigma^{v}_{ij} = \eta_{ijkl}\,\partial_k V_l, \qquad V_i = \frac{\partial U_i}{\partial t}. \tag{4}$$

Импульс вязкоупругой среды определяется стандартным образом:

$$P_i = \rho V_i \tag{5}$$

(ρ — плотность среды). Выполним аналогичные исследования для упруговязкопластических сред [10], описываемых уравнением

$$\sigma_{ij} = \sigma^{el}_{ij} + \sigma^{\theta}_{ij}, \tag{6}$$

где

$$\sigma^{el}_{ij} = C_{ijkl}\,\partial_k U_l, \qquad \sigma^{\theta}_{ij} = \theta_{ijkl} I_{kl}, \qquad P_i = \rho(\partial U_i/\partial t).$$

В случае однородного изотропного тела тензоры упругих модулей и коэффициентов вязкости (4), (6) имеют вид

$$\begin{gathered} C_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}), \\ \eta_{ijkl} = \xi\delta_{ij}\delta_{kl} + \gamma(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}); \end{gathered} \tag{7}$$

$$\theta_{ijkl} = \pi\delta_{ij}\delta_{kl} + \zeta(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}), \tag{8}$$

где λ, μ — коэффициенты Ламе; ξ, γ — объемная и сдвиговая вязкость упругого тела; π, ζ — объемная и сдвиговая вязкость пластически деформированного тела; δ_{ij} — символы Кронекера. Используемые в данной работе определения различных сред подробно обсуждаются в [10, 11]. Вязкоупругой средой называются материалы, явно обнаруживающие свойства вязкости в упругой области. Упруговязкопластической средой называются материалы, которые обнаруживают свойство вязкости только в пластической области деформирования. До достижения пластического состояния такая среда является упругой. Наиболее общими свойствами обладает упруговязкопластическая среда, проявляющая вязкие свойства в упругой и пластической областях [10, 11]. Механизмы рассеяния энергии при упругих и пластических деформациях различны [12]. Вследствие этого при упругом и пластическом деформировании значения вязкости различаются на 5–7 порядков. Вязкость пластического течения, достигающая значений 10^{13}–10^{15} Па · с, существенно выше вязкости, вычисленной на основе закона упругих колебаний и равной 10^7–10^8 Па · с.

2. Дисперсионные соотношения. Решения системы (1) представим в виде

$$\{\alpha_{ij}(r,t), I_{ij}(r,t), U_i(r,t)\} = [\alpha_{ij}(x), I_{ij}(x), U_i(x)] \exp(-i\omega t),$$

полагая, что неизвестные величины зависят от одной координаты x. Для комплексных компонент $\alpha_{ij}(x)$, $I_{ij}(x)$, $U_i(x)$ система уравнений (1) записывается следующим образом:

$$B\,\partial_x I_{xj}(x) = i\omega\rho U_j(x); \tag{9}$$

$$i\omega\alpha_{xj}(x) = 0, \qquad i\omega\alpha_{yj}(x) = \partial_x I_{zj}(x), \qquad i\omega\alpha_{zj}(x) = -\partial_x I_{yj}(x); \tag{10}$$

$$\partial_x \alpha_{xj}(x) = 0; \tag{11}$$

$$\begin{gathered} i\omega B I_{xj}(x) - \sigma_{xj}(x) = 0, \qquad i\omega B I_{yj}(x) - \sigma_{yj}(x) = -S\,\partial_x \alpha_{zj}(x), \\ i\omega B I_{zj}(x) - \sigma_{zj}(x) = S\,\partial_x \alpha_{yj}(x). \end{gathered} \tag{12}$$

В случае упруговязкопластического тела для простоты тензор коэффициентов вязкости (8) будем считать константой θ. При этом предположении компоненты тензора напряжений (6) принимают вид

$$\begin{matrix} (\lambda+2\mu)\,\partial_x U_x(x) + \theta I_{xx}(x), & \mu\,\partial_x U_y(x) + \theta I_{xy}(x), & \mu\,\partial_x U_z(x) + \theta I_{xz}(x), \\ \mu\,\partial_x U_y(x) + \theta I_{yx}(x), & \lambda\,\partial_x U_x(x) + \theta I_{yy}(x), & \theta I_{yz}(x), \\ \mu\,\partial_x U_z(x) + \theta I_{zx}(x), & \theta I_{zy}(x), & \lambda\,\partial_x U_x(x) + \theta I_{zz}(x). \end{matrix} \tag{13}$$

Используя первое соотношение в (12), выражения для компонент тензора напряжений (13) и равенство (9), получим уравнения, определяющие динамику компонент вектора смещений $U_i(x)$:

$$\begin{gathered} \partial_x^2 U_x(x) + (\omega/C_1)^2(1 + i\theta/(B\omega))U_x(x) = 0, \\ \partial_x^2 U_y(x) + (\omega/C_2)^2/(1 + i\theta/(B\omega))U_y(x) = 0, \\ \partial_x^2 U_z(x) + (\omega/C_2)^2/(1 + i\theta/(B\omega))U_z(x) = 0, \end{gathered} \tag{14}$$

где $C_1 = \sqrt{(\lambda+2\mu)/\rho}$, $C_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ — продольная и поперечная скорости упругих волн. Решения (14) известны:

$$\begin{aligned} U_x(x) &= a_1 \exp(ik_1x) + b_1 \exp(-ik_1x), \\ U_y(x) &= a_2 \exp(ik_2x) + b_2 \exp(-ik_2x), \\ U_z(x) &= a_3 \exp(ik_2x) + b_3 \exp(-ik_2x). \end{aligned}$$

Здесь

$$k_1^2 = (\omega/C_1)^2(1 + i\theta/(B\omega)), \qquad k_2^2 = (\omega/C_2)^2(1 + i\theta/(B\omega)), \tag{15}$$

$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ — неизвестные константы, определяемые из граничных условий. В дальнейшем для сокращения записи используются выражения вида $a_1(b_1)\exp(\pm ik_1x)$, обозначающие сумму $a_1\exp(ik_1x) + b_1\exp(-ik_1x)$. Выражения (15) можно представить в виде

$$k_1 = \omega(n + i\chi)/C_1, \qquad k_2 = \omega(n + i\chi)/C_2, \tag{16}$$

если ввести показатели преломления и поглощения n, χ [13], связанные с величиной $\operatorname{tg}\delta = \theta/(B\omega)$, называемой тангенсом угла потерь:

$$n = [((\operatorname{tg}^2\delta + 1)^{1/2} + 1)/2]^{1/2}, \qquad \chi = [((\operatorname{tg}^2\delta + 1)^{1/2} - 1)/2]^{1/2}.$$

Показатель преломления n определяет фазовую скорость волн, показатель поглощения χ характеризует скорость убывания амплитуды волны в направлении ее распространения.

Зная $U_i(x)$, из первого равенства в (12) можно найти компоненты тензора плотности потока дислокаций $I_{xj}(x)$:

$$\begin{aligned} I_{xx}(x) &= (\rho\omega/(Bk_1))[a_1(-b_1)\exp(\pm ik_1x)], \\ I_{xy}(x) &= (\rho\omega/(Bk_2))[a_2(-b_2)\exp(\pm ik_2x)], \\ I_{xz}(x) &= (\rho\omega/(Bk_2))[a_3(-b_3)\exp(\pm ik_2x)]. \end{aligned} \tag{17}$$

Уравнения для $I_{yj}(x)$ и $I_{zj}(x)$ получим с учетом вторых и третьих равенств в (10), (12):

$$\begin{aligned} -\omega^2 BI_{yj}(x) - i\omega\sigma_{yj}(x) &= S\,\partial_x^2 I_{yj}(x), \\ -\omega^2 BI_{zj}(x) - i\omega\sigma_{zj}(x) &= S\,\partial_x^2 I_{zj}(x). \end{aligned} \tag{18}$$

Учитывая (13), первое равенство в (18) запишем следующим образом:

$$\begin{gathered} \partial_x^2 I_{yx}(x) + k_3^2 I_{yx}(x) = -(i\omega\mu/S)\,\partial_x U_y(x), \\ \partial_x^2 I_{yy}(x) + k_3^2 I_{yy}(x) = -(i\omega\lambda/S)\,\partial_x U_x(x), \\ \partial_x^2 I_{yz}(x) + k_3^2 I_{yz}(x) = 0. \end{gathered} \tag{19}$$

Здесь

$$k_3^2 = (\omega/C_3)^2(1 + i\theta/(B\omega)), \qquad k_3 = \omega(n + i\chi)/C_3, \qquad C_3 = \sqrt{S/B}. \tag{20}$$

Из второго равенства в (18) следует, что уравнения для I_{zz} и I_{zy} совпадают с уравнениями для I_{yy} и I_{yz} в (19), а компоненту I_{zx} можно определить из уравнения для I_{yx}, заменив в нем U_y на U_z. Решения уравнений относительно I_{yz}, I_{zy} имеют вид

$$I_{yz}(x) = q_3(d_3)\exp(\pm ik_3x), \qquad I_{zy}(x) = q_5(d_5)\exp(\pm ik_3x), \tag{21}$$

где q_3, q_5, d_3, d_5 — константы. Выражения для остальных компонент тензора плотности потока дислокаций содержат два слагаемых, одно из которых является решением однородного уравнения (19), другое определяется видом функции в правой части уравнения:

$$\begin{aligned} I_{yx}(x) &= q_1(d_1)\exp(\pm ik_3x) + [\omega\mu k_2/(S(k_3^2 - k_2^2))]a_2(-b_2)\exp(\pm ik_2x), \\ I_{yy}(x) &= q_2(d_2)\exp(\pm ik_3x) + [\omega\lambda k_1/(S(k_3^2 - k_1^2))]a_1(-b_1)\exp(\pm ik_1x), \\ I_{zx}(x) &= q_4(d_4)\exp(\pm ik_3x) + [\omega\mu k_2/(S(k_3^2 - k_2^2))]a_3(-b_3)\exp(\pm ik_2x), \\ I_{zz}(x) &= q_6(d_6)\exp(\pm ik_3x) + [\omega\lambda k_1/(S(k_3^2 - k_1^2))]a_1(-b_1)\exp(\pm ik_1x) \end{aligned} \tag{22}$$

(q_1, q_2, q_4, q_6, d_1, d_2, d_4, d_6 — неизвестные константы). Что касается компонент тензора плотности дислокаций $\alpha_{xj}(x)$, то из первых равенств в (10) и (11) следует, что

$$\alpha_{xj}(x) \equiv 0.$$

$\alpha_{ij}(x)$	Упруговязкопластическая среда ($\alpha_{ij}(x) = l\exp(\pm ik_3x) + f(x)$)		Вязкоупругая среда ($\alpha_{ij}(x) = L\exp(\pm iK_3x) + F(x)$)	
	l	$f(x)$	L	$F(x)$
$\alpha_{yx}(x)$	$\dfrac{q_4(-d_4)}{V_3}$	$\dfrac{\mu a_3(b_3)\exp(\pm ik_2x)}{S(C_3^2/C_2^2-1)}$	$\dfrac{Q_4(-D_4)}{C_3}$	$-\dfrac{\omega^2\rho A_3(B_3)\exp(\pm iK_2x)}{S(K_3^2-K_2^2)}$
$\alpha_{yy}(x)$	$\dfrac{q_5(-d_5)}{V_3}$	—	$\dfrac{Q_5(-D_5)}{C_3}$	—
$\alpha_{yz}(x)$	$\dfrac{q_6(-d_6)}{V_3}$	$\dfrac{\lambda a_1(b_1)\exp(\pm ik_1x)}{S(C_3^2/C_1^2-1)}$	$\dfrac{Q_6(-D_6)}{C_3}$	$\dfrac{\omega^2\rho A_1(B_1)\exp(\pm iK_1x)}{SK_4^2(K_3^2/K_1^2-1)}$
$\alpha_{zx}(x)$	$\dfrac{(-q_1)d_1}{V_3}$	$-\dfrac{\mu a_2(b_2)\exp(\pm ik_2x)}{S(C_3^2/C_2^2-1)}$	$\dfrac{(-Q_1)D_1}{C_3}$	$-\dfrac{\omega^2\rho A_2(B_2)\exp(\pm iK_2x)}{S(K_3^2-K_2^2)}$
$\alpha_{zy}(x)$	$\dfrac{(-q_2)d_2}{V_3}$	$-\dfrac{\lambda a_1(b_1)\exp(\pm ik_1x)}{S(C_3^2/C_1^2-1)}$	$\dfrac{(-Q_2)D_2}{C_3}$	$-\dfrac{\omega^2\rho A_1(B_1)\exp(\pm iK_1x)}{SK_4^2(K_3^2/K_1^2-1)}$
$\alpha_{zz}(x)$	$\dfrac{(-q_3)d_3}{V_3}$	—	$\dfrac{(-Q_3)D_3}{C_3}$	—

Компоненты $\alpha_{yj}(x)$ и $\alpha_{zj}(x)$, приведенные в таблице, можно получить на основе второго и третьего равенств в (10).

В случае однородного изотропного вязкоупругого тела, определяемого формулами (3), (4) с учетом (7), компоненты тензора напряжений записываются следующим образом:

$$\begin{matrix} [(\lambda+2\mu)+(\xi+2\gamma)\partial_t]\,\partial_x U_x(x), & (\mu+\gamma\,\partial_t)\,\partial_x U_y(x), & (\mu+\gamma\,\partial_t)\,\partial_x U_z(x), \\ (\mu+\gamma\,\partial_t)\,\partial_x U_y(x), & (\lambda+\xi\,\partial_t)\,\partial_x U_x(x), & 0, \\ (\mu+\gamma\,\partial_t)\,\partial_x U_z(x), & 0, & (\lambda+\xi\,\partial_t)\,\partial_x U_x(x). \end{matrix} \tag{23}$$

Компоненты вектора смещений $U_i(x)$ и компоненты тензора плотности потока дислокаций $I_{xj}(x)$, получаемые на основе первого соотношения в (12), (9) и (23), принимают вид

$$\begin{aligned} U_x(x) &= A_1(B_1)\exp(\pm iK_1x), \\ U_y(x) &= A_2(B_2)\exp(\pm iK_2x), \\ U_z(x) &= A_3(B_3)\exp(\pm iK_2x), \\ I_{xx} &= (\rho\omega/(BK_1))A_1(-B_1)\exp(\pm iK_1x), \\ I_{xy} &= (\rho\omega/(BK_2))A_2(-B_2)\exp(\pm iK_2x), \\ I_{xz} &= (\rho\omega/(BK_2))A_3(-B_3)\exp(\pm iK_2x). \end{aligned}$$

Здесь

$$K_1^2 = (\omega/C_1)^2/(1 - i\omega(\xi+2\gamma)/(\lambda+2\mu)), \qquad K_2^2 = (\omega/C_2)^2/(1 - i\omega\gamma/\mu), \tag{24}$$

C_1, C_2 — продольная и поперечная скорости упругих волн; A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3 — неизвестные константы, определяемые из граничных условий. Введя показатели преломления n_1, n_2 и поглощения χ_1, χ_2, связанные с величинами $\operatorname{tg}\delta_1 = \omega(\xi+2\gamma)/(\lambda+2\mu)$, $\operatorname{tg}\delta_2 = \omega\gamma/\mu$, называемыми тангенсами углов потерь, выражения (24) можно представить в виде

$$K_1 = \omega(n_1 + i\chi_1)/C_1, \qquad K_2 = \omega(n_2 + i\chi_2)/C_2. \tag{25}$$

Показатели преломления и поглощения выражаются через тангенсы углов потерь:

$$n_1 = \Big(\frac{(\operatorname{tg}^2\delta_1+1)^{1/2}+1}{2(\operatorname{tg}^2\delta_1+1)}\Big)^{1/2}, \qquad \chi_1 = \Big(\frac{(\operatorname{tg}^2\delta_1+1)^{1/2}-1}{2(\operatorname{tg}^2\delta_1+1)}\Big)^{1/2}. \tag{26}$$

Соотношения для n_2, χ_2 аналогичны. В случае вязкоупругого тела первое уравнение в (18) можно записать следующим образом:

$$\begin{gathered}\partial_x^2 I_{yx}(x) + K_3^2 I_{yx}(x) = -(i\omega/S)(\mu - i\omega\gamma)\,\partial_x U_y(x) = -(i\omega^3\rho/(SK_2^2))\,\partial_x U_y(x),\\ \partial_x^2 I_{yy}(x) + K_3^2 I_{yy}(x) = -(i\omega/S)(\lambda - i\omega\xi)\,\partial_x U_x(x) = -(i\omega^3\rho/(SK_4^2))\,\partial_x U_x(x),\\ \partial_x^2 I_{yz}(x) + K_3^2 I_{yz}(x) = 0.\end{gathered} \tag{27}$$

Из второго равенства в (18) можно определить уравнения для компонент I_{zz} и I_{zy}, которые совпадают с уравнениями (27) для I_{yy} и I_{yz}, а компоненту I_{zx} можно найти из уравнения для I_{yx}, заменив в нем U_y на U_z. В уравнениях (27) приняты следующие обозначения:

$$K_3^2 = (\omega/C_3)^2, \quad C_3 = \sqrt{S/B}, \quad K_4^2 = (\omega/C_4)^2/(1 - i\omega\xi/\lambda), \quad C_4 = \sqrt{\lambda/\rho}.$$

В случае вязкоупругого тела решения (27) для компонент тензора плотности потока дислокаций подобны (21), (22), поскольку

$$\begin{gathered}I_{yx}(x) = Q_1(D_1)\exp(\pm iK_3x) + [\omega^3\rho/(SK_2(K_3^2 - K_2^2))]A_2(-B_2)\exp(\pm iK_2x),\\ I_{yy}(x) = Q_2(D_2)\exp(\pm iK_3x) + [\omega^3\rho K_1/(SK_4^2(K_3^2 - K_1^2))]A_1(-B_1)\exp(\pm iK_1x),\\ I_{yz}(x) = Q_3(D_3)\exp(\pm iK_3x),\\ I_{zx}(x) = Q_4(D_4)\exp(\pm iK_3x) + [\omega^3\rho/(SK_2(K_3^2 - K_2^2))]A_3(-B_3)\exp(\pm iK_2x),\\ I_{zy}(x) = Q_5(D_5)\exp(\pm iK_3x),\\ I_{zz}(x) = Q_6(D_6)\exp(\pm iK_3x) + [\omega^3\rho K_1/(SK_4^2(K_3^2 - K_1^2))]A_1(-B_1)\exp(\pm iK_1x).\end{gathered} \tag{28}$$

Здесь Q_1, Q_2, Q_4, Q_6, D_1, D_2, D_4, D_6 — неизвестные константы. Компоненты тензора плотности дислокаций, приведенные в таблице, можно определить на основе (10), (11) и (28).

3. Структура волн. Исследуем структуру волн, распространяющихся в различных средах с дефектами. Из первых равенств в (10) и (11) следует, что проекция тензора плотности дислокаций на направление распространения волн тождественно равна нулю. Волна плотности дислокаций является поперечной, и колебания ненулевых компонент α_{ij} происходят в ее плоскости. Проекции волн плотности потока дефектов на направление распространения волны в упруговязкопластических (13) и вязкоупругих (23) средах определяются динамикой градиентов компонент вектора смещений:

$$I_{xx}(x) = -i(\rho\omega/(Bk_1^2))\,\partial_x U_x(x), \qquad I_{xy}(x) = -i(\rho\omega/(Bk_2^2))\,\partial_x U_y(x)$$

и т. д. Здесь k_n — волновой вектор соответствующей компоненты смещений (15), который в случае вязкоупругой среды следует заменить на K_n (24). Компоненты I_{yz}, I_{zy} не зависят от волн смещений, поскольку

$$I_{yz} \sim \exp[-i\omega t(t \pm x/V_3)], \qquad I_{zy} \sim \exp[-i\omega t(t \pm x/V_3)], \tag{29}$$

где $V_3 = C_3$ для вязкоупругой среды и $V_3 = C_3/\sqrt{1 + i\theta/(B\omega)}$ для упруговязкопластической. Волны остальных компонент тензора плотности потока дислокаций содержат вклад, обусловленный колебаниями вектора смещений. Диагональные компоненты I_{yy}, I_{zz} зависят и от собственных колебаний дислокационного ансамбля, и от градиента продольных смещений:

$$I_{yy} \sim \exp[-i\omega t(t \pm x/V_3)] + \partial_x U_x, \qquad I_{zz} \sim \exp[-i\omega t(t \pm x/V_3)] + \partial_x U_x. \tag{30}$$

Градиенты поперечных смещений влияют на распространение компонент I_{yx} и I_{zx}:

$$I_{yx} \sim \exp\left[-i\omega t(t \pm x/V_3)\right] + \partial_x U_y, \qquad I_{zx} \sim \exp\left[-i\omega t(t \pm x/V_3)\right] + \partial_x U_z. \tag{31}$$

С учетом (29)–(31) на основе (10), (11) для поперечных компонент тензора плотности дислокаций можно записать выражения

$$\alpha_{yy} \sim \exp\left[-i\omega t(t \pm x/V_3)\right]/V_3, \qquad -\alpha_{zz} \sim \exp\left[-i\omega t(t \pm x/V_3)\right]/V_3,$$
$$\alpha_{yx} \sim \exp\left[-i\omega t(t \pm x/V_3)\right]/V_3 + \partial_x^2 U_z/(i\omega),$$
$$\alpha_{zx} \sim -\exp\left[-i\omega t(t \pm x/V_3)\right]/V_3 - \partial_x^2 U_y/(i\omega),$$
$$\alpha_{yz} \sim \exp\left[-i\omega t(t \pm x/V_3)\right]/V_3 + \partial_x^2 U_x/(i\omega),$$
$$-\alpha_{zy} \sim \exp\left[-i\omega t(t \pm x/V_3)\right]/V_3 + \partial_x^2 U_x/(i\omega).$$

Заключение. Из полученных решений уравнений полевой теории дефектов следует, что в средах с дефектами распространяются плоские гармонические волны разной природы: волны упругих смещений, волны плотности дефектов и волны плотности потока дефектов. Волны плотности дефектов определяют динамику внутренних дальнодействующих напряжений, а волны потоков — пластическое формоизменение [14]. Распространение волн в различных средах имеет ряд особенностей. Все волны (упругого континуума и континуума дефектов) в рассмотренной модели упруговязкопластических сред характеризуются одним показателем преломления и поглощения, но различаются скоростью распространения колебаний (16), (20). В вязкоупругой среде все скорости распространения волн также различны. Скорости упругих волн (26), имеющие комплексные значения, определяются скоростями звука и показателями преломления и поглощения, зависящими от диагональных либо от сдвиговых компонент тензора коэффициентов вязкости (25). Скорость распространения колебаний дислокационного ансамбля дефектов в вязкоупругой среде является действительной и выражается через константы поля дефектов (28).

Для обеих рассмотренных сред показано, что волны плотности дефектов являются поперечными. Это означает, что компоненты тензора плотности дефектов, первый индекс которых соответствует направлению распространения волны, равны нулю. Это свойство, установленное на основе равенств (10), (11), представляющих собой кинематические тождества континуальной теории дефектов, справедливо для любых сред с дефектами, рассматриваемых в рамках континуального подхода. С точки зрения микроструктуры материала поперечный характер волн плотности дефектов означает, что суммарный вектор Бюргерса всех дислокаций, пересекающих бесконечно малую площадку, перпендикулярную направлению распространения волны, равен нулю. Что касается волн плотности потока дефектов, то характер их распространения зависит от свойств среды, задаваемой материальными соотношениями. В вязкоупругих и упруговязкопластических средах волны продольных компонент тензора плотности потока дислокаций и волны смещений взаимосвязаны, в отличие от вязкопластических сред [5–8], где волны плотности потока дефектов являются поперечными. Как и в случае вязкопластической среды [5–7], волны которой характеризуются единственным волновым вектором (20), для слабозатухающих волн, распространяющихся в упруговязкопластических средах при $\operatorname{tg}\delta \ll 1$, когда

$$n = 1 = \text{const}, \qquad \chi = (1/2)\operatorname{tg}\delta = \theta/(2B\omega),$$

дисперсия отсутствует, а диссипация частотно зависима. Для слабозатухающих волн, наблюдаемых в вязкоупругих средах при $\operatorname{tg}\delta_1 \ll 1$, $\operatorname{tg}\delta_2 \ll 1$, когда

$$n_1 = 1, \qquad \chi_1 = (1/2)\operatorname{tg}\delta_1 = \omega(\xi + 2\gamma)/(2(\lambda + 2\mu)),$$
$$n_2 = 1, \qquad \chi_2 = (1/2)\operatorname{tg}\delta_2 = \omega\gamma/(2\mu),$$

также дисперсия отсутствует, а диссипация частотно зависима. Для волн, сильно затухающих в упруговязкопластических средах при $\operatorname{tg}\delta \gg 1$ и в вязкоупругих средах при $\operatorname{tg}\delta_1 \gg 1$, $\operatorname{tg}\delta_2 \gg 1$, имеют место дисперсия и диссипация, зависящие от частоты, поскольку в этих средах

$$n \approx \chi = \sqrt{(1/2)\operatorname{tg}\delta} = \sqrt{\theta/(2B\omega)},$$

$$n_1 \approx \chi_1 = 1/\sqrt{2\operatorname{tg}\delta_1} = \sqrt{(\lambda+2\mu)/2\omega(\xi+2\gamma)},$$

$$n_2 \approx \chi_2 = 1/\sqrt{2\operatorname{tg}\delta_2} = \sqrt{\mu/(2\omega\gamma)}.$$

При сильном затухании волновой процесс практически не реализуется, поскольку волны затухают на очень малых расстояниях по сравнению с длиной волны λ:

$$d = C/(\omega\chi) = \lambda/(2\pi\chi).$$

Полученные результаты позволяют проанализировать динамику волн в упруговязкопластических средах, проявляющих вязкие свойства при упругих и пластических деформациях, и могут быть использованы в методах неразрушающего контроля, инженерной сейсмике и т. д., когда необходимо учитывать динамические эффекты неупругой деформации, определяемой дефектной структурой материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бойко В. С.** Обратимая пластичность кристаллов / В. С. Бойко, Р. И. Гарбер, А. М. Косевич. М.: Наука, 1991.
2. **Косевич А. М.** Дислокации в теории упругости. Киев: Наук. думка, 1978.
3. **Кадич А.** Калибровочная теория дислокаций и дисклинаций / А. Кадич, Д. Эделен. М.: Мир, 1987.
4. **Ландау Л. Д.** Теория упругости. Т. 7. Теоретическая физика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1987.
5. **Чертова Н. В., Гриняев Ю. В.** Закономерности распространения плоских волн дефектов в вязкопластической среде // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25, вып. 18. С. 91–94.
6. **Чертова Н. В.** Анализ структуры волн поля дефектов в вязкопластической среде // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29, вып. 2. С. 83–87.
7. **Чертова Н. В., Гриняев Ю. В.** Закономерности распространения плоских волн поля дефектов в вязкопластической среде при наличии границ раздела двух сред // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 1. С. 115–125.
8. **Chertova N. V., Chertov M. A.** Propagation features of plane waves of defect field across the interface boundary between viscoplastic media with arbitrary damping // Intern. J. Engng Sci. 2006. V. 44. P. 1601–1610.
9. **Чертова Н. В., Чертов М. А.** Распространение плоских волн поля дефектов в вязкоупругой среде // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31, вып. 7. С. 25–32.
10. **Новацкий В. К.** Волновые задачи теории пластичности. М.: Мир, 1978.
11. **Пэжина П.** Основные вопросы вязкопластичности. М.: Мир, 1968.
12. **Физический** энциклопедический словарь. М.: Сов. энцикл., 1984.
13. **Виноградова М. Б.** Теория волн / М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков. М.: Наука, 1990.
14. **Владимиров В. И.** Дисклинации в кристаллах / В. И. Владимиров, А. Е. Романов. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1986.

Поступила в редакцию 13/IX 2007 г.