

$$\dot{u}_r(r, \varphi, 0) = -\frac{a}{2,8 \cdot 10^7} p(0) [9210 - 0,00135 p(0)] \cos \varphi,$$

$$\dot{u}_\varphi(r, \varphi, 0) = \frac{a}{2,8 \cdot 10^7} p(0) [9210 - 0,00135 p(0)] \sin \varphi,$$

где $r = R_2 / \cos \varphi$. Далее, продифференцировав первые два уравнения (15) по r и φ и подставив их в (3), имеем выражения для ε_{rr} , $\varepsilon_{\varphi\varphi}$, $\varepsilon_{r\varphi}$ и ε , ε_i при $t = 0$, с использованием которых и зависимостей (4), (5) из (2) получены при $t = 0$ формулы для σ_{rr} , $\sigma_{\varphi\varphi}$, $\sigma_{r\varphi}$ как функции от r и φ (из-за громоздкости они не приводятся).

В силу симметрии относительно плоскости $\varphi = 0$ решение задачи определяется для углов $0 \leq \varphi \leq \pi$, а при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$ ставятся условия

$$\sigma_{r\varphi} = \dot{u}_\varphi = 0, \quad \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial \varphi} = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} = 0.$$

Для вычисления во внутренних точках области значений частных производных по r и φ рассматриваемых в (1) функций используется разностная схема типа «пространственный крест» с аппроксимацией второго порядка точности. При этом предполагается, что в момент времени $t = k\Delta t$ (k — целое положительное число) известны смещения u_r , u_φ , в том числе компоненты напряжения, а в момент времени $t = \left(k - \frac{1}{2}\right)\Delta t$ — скорости \dot{u}_r , \dot{u}_φ . Тогда по известным u_r , u_φ вычисляется правая часть системы (1) и тем самым находятся значения ускорения \ddot{u}_r , \ddot{u}_φ для указанных точек при $t = k\Delta t$. После вычисления значений ускорения определяются скорости \dot{u}_r , \dot{u}_φ в момент времени $t = \left(k + \frac{1}{2}\right)\Delta t$, а затем — смещения u_r , u_φ при $t = (k + 1)\Delta t$. На этом очередной цикл вычислений заканчивается.

Для «размазывания» скачков и «гашения» колебаний предусматриваются псевдонапряжения с искусственной вязкостью в виде

$$(16) \quad \sigma_{rr}^B = \sigma_{\varphi\varphi}^B = k_1 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)^2, \quad \sigma_{r\varphi}^B = k_2 \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t}\right)^2.$$

Здесь коэффициенты k_1 , k_2 определяются посредством численного эксперимента.

Апробация разработанной численной схемы проведена на тестовой задаче о взаимодействии плоской нестационарной волны с цилиндрической плоскостью в упругой среде [9, 10]. В расчетах нагрузка за фронтом набегающей на цилиндр волны задана в виде ступеньки, «размазанной» на два шага по времени, и результаты расчетов представлены на рис. 1, б, где 1 и 2 — кривые, относящиеся к [9 и 10], а 3 — результаты, полученные по данной методике. Сопоставление этих результатов показывает, что результаты предлагаемой методики и ранее выполненных работ других авторов удовлетворительно совпадают. Следовательно, использование предлагаемого разностного метода для описания двумерных волновых процессов правомерно.

В дальнейшем расчеты на ЭВМ были проведены в случае, когда заданное давление $p(t)$ в грунте за фронтом плоской волны изменяется по закону

$$(17) \quad p(t) = \frac{p(0)}{0,018} [(t - 0,03)(t - 0,06)q_0 - 2t(t - 0,06)q_1 + t(t - 0,03)q_2],$$

$$p(0) = 100 \text{ кг/см}^2, \quad q_0 = 1, \quad q_1 = 0,18, \quad q_2 = 0,1,$$

и геометрические размеры цилиндра и грунта имеют значения: $r_0 = 2$ м, $R_1 = 4$ м, $R_2 = 5$ м, $R_3 = 35$ м. При этом в качестве размеров ячеек и

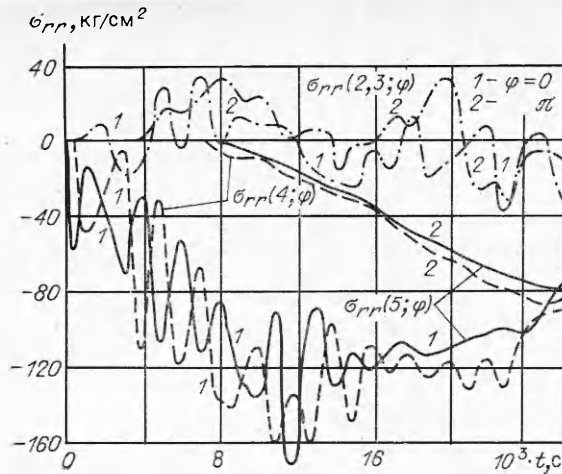


Рис. 2

ся на рис. 2—7, причем рис. 2—6 соответствуют упругопластическому деформированию грунта с учетом (4)—(7) и внешнего слоя цилиндра, состоящего из пеноэпоксида, а рис. 7 — линейно-упругой трехслойной системе. Однако здесь на основе обработки результатов серии численных экспериментов следует подчеркнуть, что искусственная вязкость (16) и дальнейшее измельчение координатной сетки существенного влияния на распределение напряжений не оказывают, и поэтому во всех расчетах коэффициенты k_1 и k_2 в (16) приравнивались нулю.

Анализ кривых рис. 2, 3 и 7 показывает, что напряжение σ_{rr} в сечениях $r = 5, 4, 2, 3$ м в упругопластическом случае по сравнению с упругим приобретает наибольшее значение. Это связано с тем, что грунт по объемному сжатию имеет ударную диаграмму, что приводит к увеличению напряжений.

В лобовой части тела, т. е. при $\varphi = 0$, распределение напряжения σ_{rr} в зависимости от времени t при $r = 5$ и 4 м существенных отличий не имеет и является сжимающим. В сечении $r = 2, 3$ м внутри железобетонного кольцевого элемента цилиндра σ_{rr} получается знакопеременным по времени и несколько уменьшенным по величине, чем на границе $r = 4$ м между слоями цилиндра.

В тыльной части цилиндра, т. е. при $\varphi = \pi$ с учетом запаздывания возмущения и некоторого ослабления интенсивности волны, амплитуда напряжений получается несколько меньше, чем при $\varphi = 0$.

Упругое и упругопластическое кольцевое напряжение $\sigma_{\varphi\varphi}$ в различных точках цилиндра при $\varphi = 0, \pi$ в зависимости от t изменяется существенно нелинейным образом (рис. 3, 7), а при $r = 2, 3$ м упругопластическое напряжение $\sigma_{\varphi\varphi}$ меняет знак и по сравнению с соответствующим упругим напряжением имеет наибольшее значение.

Отметим, что во всех случаях поведение кривых σ_{rr} и $\sigma_{\varphi\varphi}$ в зависимости от времени (рис. 2, 3, 7) имеет колебательный характер. Это обусловлено наличием разных материалов цилиндра и процессами дифракции волн на границах контакта сред. Так, исследование динамического поведения упругого напряжения σ_{rr} при $r = 5$ м, $\varphi = 0$ (рис. 7) показывает, что в начальной стадии взаимодействия волн с двухслойным цилиндром при $t \leq 10^{-2}$ с полупериод колебаний кривой σ_{rr} приблизительно равен времени прохождения упругой продольной волной через две толщины внешнего слоя цилиндра, состоящего из пеноэпоксида, скорость распространения упругой продольной волны в пеноэпоксиде $a_{II} \approx 1000$ м/с.

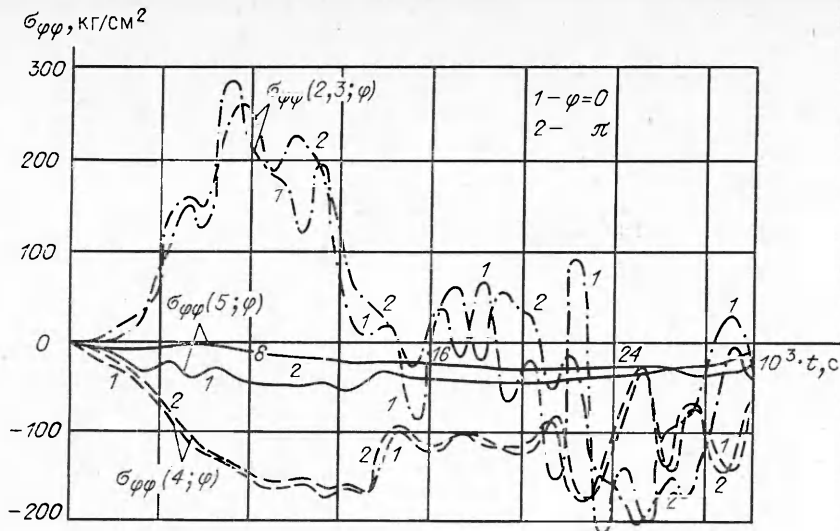
Кроме того, для однородного цилиндра вышеуказанные осцилляционные эффекты не возникают и максимальное значение σ_{rr} на цилиндре несколько увеличивается.

шага по времени приняты следующие исходные данные:

$$(18) \quad \Delta r_1 = 0,2 \text{ м}, \quad \Delta r_2 = 0,1 \text{ м}, \\ \Delta r_3 = 0,5 \text{ м}, \quad \Delta \varphi = \pi/30, \\ \Delta t = 2 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

В (18) шаг по времени Δt выбран из условия $\Delta t a_0 / \Delta r < 1/2$, где Δr_1 — шаг по r во внутреннем слое цилиндра; a_0 — скорость распространения упругой продольной волны в железобетоне.

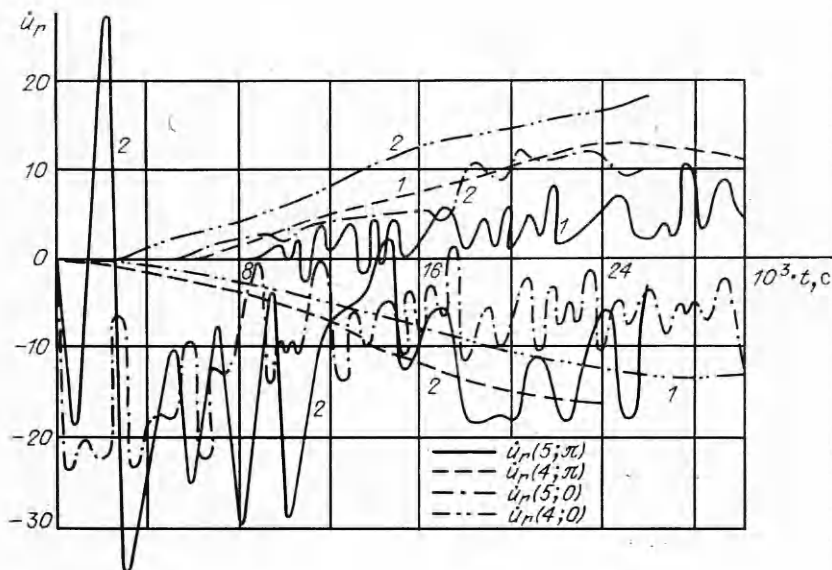
Некоторые результаты расчетов в виде графиков напряжений σ_{rr} , $\sigma_{\varphi\varphi}$ и массовой скорости u_r приводятся



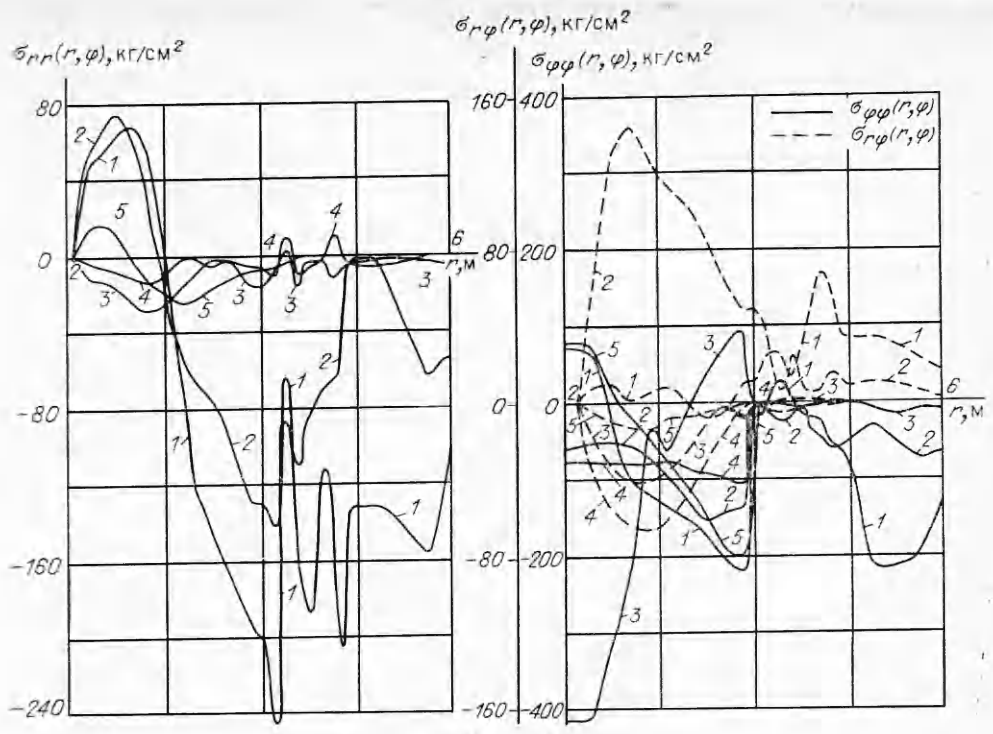
Р и с. 3

Изучая поведение кривых для скорости \dot{u}_r при упругих (рис. 4, кривые 1) и упругопластических (кривые 2) деформациях сред, заметим, что \dot{u}_r достигает максимального значения при учете необратимых процессов. В этом случае кривая для \dot{u}_r при $r = 5$ м, $\phi = 0$ в зависимости от t имеет знакопеременный и затухающий по абсолютной величине характер, а при $r = 4$ м, $\phi = 0, \pi$ сперва возрастает, а затем убывает.

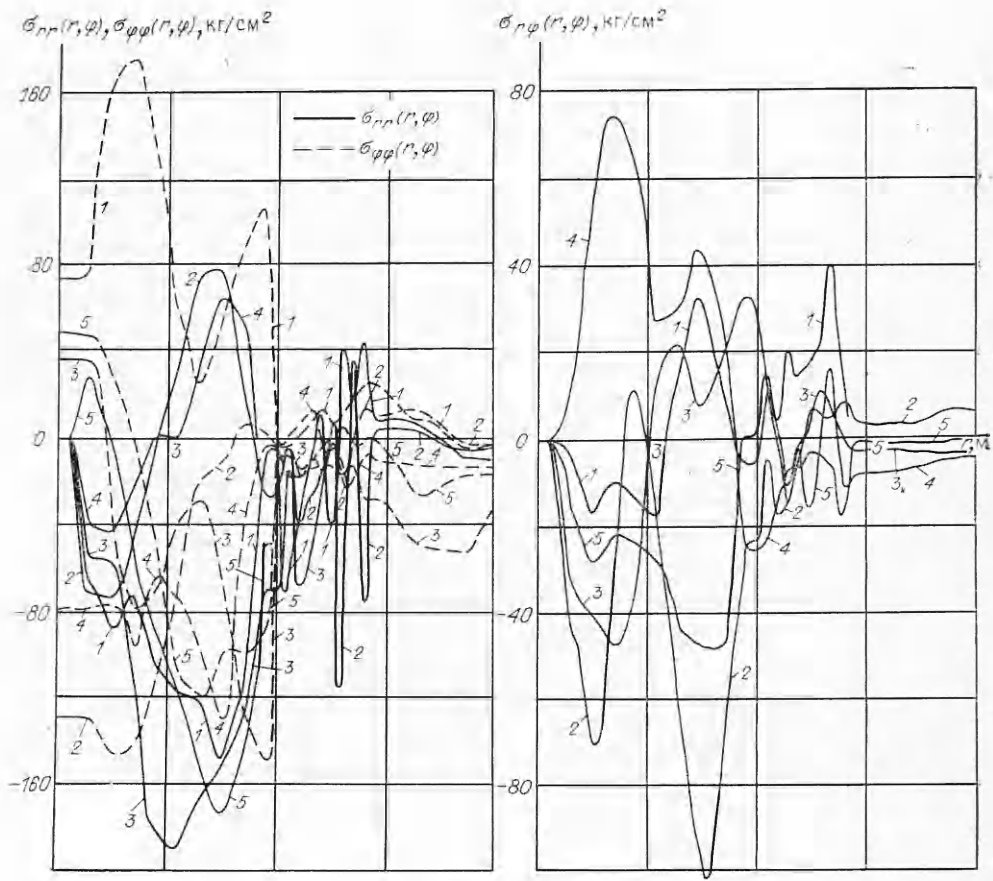
Если анализировать характер распределения упругопластического радиального напряжения σ_{rr} по углу ϕ , то заметим, что в момент времени $t = 0,012(0,020)$ с, когда фронт набегающей на цилиндр плоской ударной волны прошел расстояние, равное $x = 5,5(9)$ м, при $r = 5$ и 4 м в интервале $0 \leq \phi \leq \pi/2$ оно изменяется по закону затухающих колебаний, а в интервале $\pi/2 \leq \phi \leq \pi$ в профиле σ_{rr} наблюдается тенденция его увеличения. Причем кривые для σ_{rr} , $\sigma_{\phi\phi}$, $\sigma_{r\phi}$ при $r = 2, 3$ м, а также кривые для касательного напряжения $\sigma_{r\phi}$ при $r = 5$ и 4 м в зависимости от ϕ получаются знакопеременными и несимметричными относительно точки



Р и с. 4



Р и с. 5



Р и с. 6

$\varphi = \pi/2$. Следовательно, распределение нормального и касательного напряжений на внешней поверхности цилиндра в зависимости от полярного угла φ имеет неравномерный характер.

Поскольку решается двумерная нестационарная задача, то для прогнозирования возможного характера разрушения материала цилиндра и оценки растягивающих усилий целесообразно изучить распределение напряжений в теле двухслойного цилиндра и вокруг него при фиксированных моментах времени. В связи с этим на рис. 5, 6 представлены кривые распределения σ_{rr} , $\sigma_{\varphi\varphi}$ и $\sigma_{r\varphi}$ по r в зоне $2 \text{ м} < r < 6 \text{ м}$ при $\varphi = 3, 45, 90, 135, 177^\circ$ (кривые 1—5) в моменты времени $t = 0,0108$ и $0,0216 \text{ с}$ (рис. 5 и 6), когда плоская волна прошла соответственно радиус и диаметр цилиндра и действует на него с монотонно убывающей во времени нагрузкой (17). Отсюда видно, что компоненты напряжений σ_{rr} , $\sigma_{\varphi\varphi}$, $\sigma_{r\varphi}$ в двухслойном цилиндре в зависимости от r в основном являются знакопеременными. Причем в случае $t = 0,0108 \text{ с}$ вблизи внутренней поверхности цилиндра при $2 \text{ м} \leq r < 3 \text{ м}$, малых значениях φ и $\varphi = 177^\circ$ (кривые 1, 2, 5) появляются области растягивающих напряжений σ_{rr} , $\sigma_{r\varphi}$, $\sigma_{\varphi\varphi}$. В момент времени $t = 0,0216 \text{ с}$, когда волна прошла диаметр цилиндра, при $2 \text{ м} \leq r < 3 \text{ м}$ и $\varphi = 3^\circ$ (рис. 6, кривая 1) положительная амплитуда кольцевого напряжения $\sigma_{\varphi\varphi}$ получается несколько больше, чем при $t = 0,0108 \text{ с}$, а зоны растягивающих напряжений σ_{rr} при $\varphi = 45$ и 135° (рис. 6, кривые 2, 4) перемещены внутрь ($r \geq 3 \text{ м}$) цилиндрического слоя. В окрестности цилиндра при $r > 5 \text{ м}$ напряжение в зависимости от координаты r в рассматриваемом интервале времени существенно уменьшается.

Дальнейшие исследования и анализ их результатов показывают, что оснащение железобетонных конструкций снаружи защитной прокладкой заданной толщины из более податливого материала позволяет снизить амплитуды динамических нагрузок на поверхность цилиндра при воздействии интенсивной сейсмозрывной волны и уровень снижения нагрузок на кольцевой элемент толстостенного цилиндра существенно зависит от физико-механических характеристик материала прокладки и ее толщины.

Таким образом, изменения кинематических параметров и распределения напряжений в различных фиксированных точках цилиндра в зависимости от времени и пространственных координат в целом обладают сложным нелинейным волновым свойством, и при прогнозировании напряженно-деформированного состояния двухслойного цилиндра под действием интенсивной волны сжатия необходимо учитывать неупругие необратимые процессы, возникающие как в грунте, так и в прокладке, которые позволяют уточнить результаты соответствующей упругой задачи о взаимодействии волн с жестким или деформируемым однородным цилиндром в грунте.

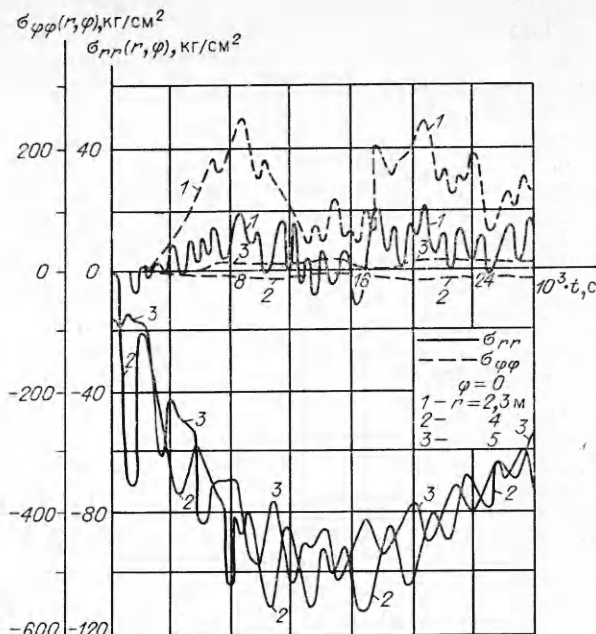


Рис. 7

Отметим, что аналогичным образом проведено изучение напряженно-деформированного состояния трехслойного цилиндра при воздействии на него интенсивной сейсмозрывной волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматулин Х. А., Сагомоян А. Я., Алексеев Н. А. Вопросы динамики грунтов.— М.: Изд-во МГУ, 1964.
2. Пльюшин А. А. Пластичность.— М.; Л.: ГИТТЛ, 1948.— Ч. 1.
3. Быков Д. Л. Основные уравнения и теоремы для одной модели физически нелинейной среды // Изв. АН СССР. МТТ.— 1966.— № 4.
4. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике.— М.: Мир, 1967.
5. Фомин В. М., Яненко Н. Н. Численное моделирование задач высокоскоростного взаимодействия тел // Нелинейные волны деформации: Матер. симпозиум.— Таллинн, 1977.— Т. 2.
6. Меньшиков Г. П., Одинцов В. А., Чудов Л. А. Внедрение цилиндрического ударника в конечную плиту // Изв. АН СССР. МТТ.— 1976.— № 1.
7. Кондауров В. И., Рой И. В. Исследование и применение одной разностной консервативной схемы для уравнения динамики деформируемой среды // ЧММСС.— 1980.— Т. 2, № 2.
8. Яворская И. М. Дифракция плоских стационарных упругих волн на гладких выпуклых цилиндрах // ПММ.— 1965.— Т. 29, вып. 3.
9. Ковшов А. И. О дифракции нестационарной упругой волны на цилиндрической полости // Изв. АН СССР. МТТ.— 1976.— № 4.
10. Baron M. L., Parnes R. Displacements and velocities produced by the diffraction of a pressure wave by a cylindrical cavity in an elastic medium // Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.— 1962.— V. 29, N 2. Рус. пер. // Тр. Америк. о-ва инж.-мех. Сер. Е. Прикл. механика.— 1962.— № 2.
11. Есенина И. А., Ковшов А. И. Взаимодействие продольной упругой волны с массивным цилиндром, окруженным упругим слоем // Изв. АН СССР. МТТ.— 1983.— № 6.
12. Кубенко В. Д., Жирнов М. В. Нестационарное взаимодействие ударной волны с цилиндрической оболочкой, заполненной жидкостью // ПМ.— 1987.— Т. 23, № 7.
13. Ханов Р. К. Набегание плоской одномерной ударной волны на упругое бесконечно длинное цилиндрическое кольцо в упругом пространстве // Исследования по интегродифференциальным уравнениям.— Фрунзе: Илим, 1985.— Вып. 18.
14. Мамадалиев И., Ханов Р. К., Шамгунов Ш. Д. Нестационарное взаимодействие плоской волны с многослойным цилиндром в упругопластической среде // Шестой Всесоюз. съезд по теоретической и прикладной механике: Аннот. докл.— Ташкент, 1986.
15. Ломизе Г. М., Крьюжановский А. Л., Петрянин В. Ф. Исследование закономерностей развития напряженно-деформированного состояния песчаного основания при плоской деформации // Основания, фундаменты и механика грунтов.— 1972.— № 4.

г. Андижан,
г. Москва

Поступила 16/1 1990 г.,
в окончательном варианте — 30/VIII 1991 г.