

Скорость роста оболочки равна  $v_0 = 0,01$  1/сут,  $T = 100$  сут. Отрицательным значениям прогиба соответствует перемещение точек срединной поверхности в сторону внешней нормали. Для сравнения на рис. 4 приведено положение образующих нерастущей оболочки (с длиной  $l_0$ ), нагруженной той же нагрузкой  $P_0$  (кривые  $\theta-4$  соответствуют  $\gamma t = 0; 0,4; 0,8; 1,2; 1,4$ ). Сопоставление рис. 3 и 4 свидетельствует о том, что рост оболочки оказывает существенное влияние не только на величину прогиба  $w$ , но и на характер изменения его по длине.

На рис. 5 дано изменение возмущений прогиба  $\delta w$  по длине оболочки в различные моменты времени по мере ее роста. В качестве внешнего возмущения принято осесимметричное искривление срединной поверхности оболочки вида  $w^0(x_1) = 0,01x^2$ . Кривые 1—6 построены для  $\gamma t = 0,4; 1; 1,4; 1,7; 2; 3,3$ . Обращает на себя внимание характер изменения возмущений прогиба во времени и по длине оболочки.

Кривые, иллюстрирующие зависимость безразмерного критического времени  $\gamma t_*$  от скорости роста оболочки для двух предельных значений возмущений прогиба оболочки  $\Delta_1 = 4 \cdot 10^{-5}$  (кривая 1) и  $\Delta_2 = 8 \cdot 10^{-5}$  (кривая 2), показаны на рис. 6 и свидетельствуют о значительном влиянии скорости роста оболочки на величину  $\gamma t_*$ , а следовательно, и на устойчивость оболочек.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н. Х., Потапов В. Д. Об устойчивости растущего вязкоупругого стержня, подверженного старению.— ДАН СССР, 1983, т. 270, № 4.
2. Арутюнян Н. Х., Михайлов М. Н., Потапов В. Д. Об устойчивости растущего вязкоупругого армированного стержня, подверженного старению.— ПМТФ, 1984, № 5.
3. Арутюнян Н. Х. Некоторые задачи теории ползучести для неоднородно стареющих тел.— Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 3.
4. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967.
5. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977.
6. Дроздов А. Д., Колмановский В. Б., Потапов В. Д. Устойчивость стержней из неоднородно стареющего вязкоупругого материала.— Изв. АН СССР. МТТ, 1984, № 2.
7. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М.— Л.: Физматгиз, 1962.

Поступила 17/1 1985 г.

УДК 539.4.015

### РАЗВИТИЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ У ВЕРШИНЫ ТРЕЩИНЫ В КРИСТАЛЛЕ ПРИ АНТИПЛОСКОМ СДВИГЕ

Д. Н. КАРПИНСКИЙ, С. В. САННИКОВ  
(Ростов-на-Дону)

У вершины трещины в кристалле под действием внешней нагрузки возникает концентрация напряжения, которое релаксирует путем пластической деформации [1]. Область, охваченная пластической деформацией, называется пластической зоной. Ее форма и распределение деформации в ней определяются распределением напряжений и свойствами кристалла.

Исходя из опытных данных, обычно выделяют две основные части пластической зоны: собственно пластическую зону, которая занимает большую часть пластической области у вершины трещины, и небольшую зону, расположенную непосредственно перед вершиной, которую в зарубежной литературе (см., например, [2]) называют зоной процесса разрушения, а в [3] предложено название — зона неустойчивостей. Деформации в этой зоне обычно заметно превышают величину деформации в остальной части пластической зоны. Основную роль в зоне неустойчивостей играет ротационная пластическая мода деформирования, сопровождаемая зарождением и ростом микротрещин [4—6].

В некоторых случаях наблюдается у самой вершины трещины в кристалле отсутствие пластической деформации (зона, свободная от дислокаций) (см., например, [7, 8]).

Расчеты формы пластической зоны и распределения деформации в ней при различных видах напряженного состояния проводились в [9—12]. При этом использовалось механическое уравнение состояния, связывающее локальную пластическую деформацию  $\epsilon$  и напряжение  $\sigma$  в той же точке.

Такой подход позволяет объяснить ряд особенностей пластической зоны, но не учитывает развитие пластической деформации во времени и ее нелокальный характер (напряжение в данном элементе объема  $dV(r)$  зависит не только от деформации в точке  $r$ , но и от распределения деформации в соседних участках кристалла). В [13] исследована временная эволюция пластической зоны при постоянном напряжении, но не

учитываются нелокальный характер напряжения в пластической зоне и распределение деформации в ней.

Цель данной работы — выявить методом моделирования на ЭВМ тенденции в изменении со временем пластической зоны, к которым приводит учет нелокального характера деформации.

Рассмотрим неограниченный кристалл (с объемно-центрированной кубической решеткой) с прямолинейной трещиной длины  $2L$ , которая лежит в плоскости скола  $(010)$   $y = 0$ , а ее вершина находится в точке  $x = 0$  (рис. 1). К кристаллу приложено на бесконечности сдвиговое напряжение  $\sigma_{yz} = \sigma'_a$ , достаточное для формирования пластической зоны, но недостаточное для роста трещины.

Предположим, что в кристалле равномерно распределены источники дислокаций Франка — Рида, которые испускают дислокационные петли под действием сдвигового напряжения в плоскостях легкого скольжения  $\{110\}$ . Будем считать, что дислокационные петли имеют прямоугольную форму, вытянутую параллельно вершине трещины. Для упрощения расчета предположим, что отрезки дислокационных петель, параллельные вершине трещины, имеют только винтовую компоненту с вектором Бюргерса  $1/2 [001]$ , а перпендикулярными им отрезками пренебрежем. Это упрощение позволяет оставаться в рамках плоской задачи.

Скорость пластической деформации в элементе объема  $dV(\mathbf{r})$  определяется движением дислокаций в плоскостях скольжения  $\{110\}$  с термически активированным преодолением барьеров [14, 15]:

$$(1) \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \dot{\varepsilon}_0 \exp \left\{ - \frac{U_0 (1 - (\sigma_e/\tau_0))^{1/2}}{kT} \right\},$$

где  $\dot{\varepsilon}_0 = 10^{11} \text{ с}^{-1}$ ;  $\tau_0$  — постоянная;  $U_0$  — энергия активации;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — температура;  $\sigma_e$  — эффективное касательное напряжение в плоскости скольжения:

$$(2) \quad \sigma_e = \sigma_c(\mathbf{r}) + \sigma_0 + \sigma_f(\mathbf{r}) + \sigma_l(\mathbf{r}).$$

Все слагаемые в (2) относятся к рассматриваемым плоскостям скольжения. Величина  $\sigma_c$  — внешнее для данного элемента объема напряжение, вычисляемое по формулам Вестергарда [16] (плоская деформация). Эти формулы не учитывают пластическую релаксацию и приводят к преувеличенно большим значениям напряжений в области радиуса  $R^*$  возле вершины трещины. Поэтому  $\sigma_c$  запишем в виде

$$(3) \quad \sigma_c(\mathbf{r}) = \sigma'_a \sqrt{L} (R_0 + r)^{-1/2} f(\theta), \quad r < R^*; \quad R_0 = 0, \quad r \geq R^*,$$

где  $f(\theta)$  — угловая часть формулы Вестергарда;  $R_0$  — радиус кривизны вершины трещины;  $\sigma_s = \sigma_0 + \sigma_f$  — короткодействующие напряжения, тормозящие дислокации за счет трения решетки  $\sigma_0$  и пересечения с дислокациями леса плотности  $\rho$ :  $\sigma_f = \alpha G b \sqrt{\rho}$ ;  $\alpha$  — параметр порядка единицы;  $G$  — модуль сдвига. В дальнейшем  $\sigma_f$  заменяется эмпирическим соотношением  $\sigma_f = \sigma_1 \varepsilon^n$ , где  $\sigma_1$  и  $n$  — постоянные,  $\sigma_l$  — дальнедействующее напряжение от избыточных дислокаций одного знака плотности  $\Delta\rho$ , расположенных в точках  $\mathbf{r}'$ :

$$(4) \quad [\sigma_l(\mathbf{r}) = \int_S d\mathbf{r}' F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Delta\rho(\mathbf{r}').$$

Здесь  $F$  — функция Грина для бесконечной упругой среды с полубесконечным разрезом, содержащей источник напряжения в точке  $\mathbf{r}'$  [17]:

$$(5) \quad F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{Gb}{4\pi} \left[ \sqrt{\frac{z'}{z}} \frac{1}{z-z'} + \sqrt{\frac{\bar{z}'}{z}} \frac{1}{z-\bar{z}'} \right], \quad z = x + iy.$$

Интегрирование ведется по всей площади  $S$  пластической зоны. Плотность  $\Delta\rho$  определяется неоднородностью пластической деформации [18]

$$(6) \quad \Delta\rho = -\mathbf{b}^{-1}(\nabla \times \varepsilon),$$

где  $\mathbf{b}$  — вектор Бюргерса дислокации.

Уравнения (1)–(6) образуют систему, которая решается при заданных значениях констант и следующих начальных условиях: в момент  $t = 0$  деформация  $\varepsilon = 0$  и к образцу прикладывается растягивающее напряжение  $\sigma'_a < \sigma_a$ . Величина  $\sigma'_a$

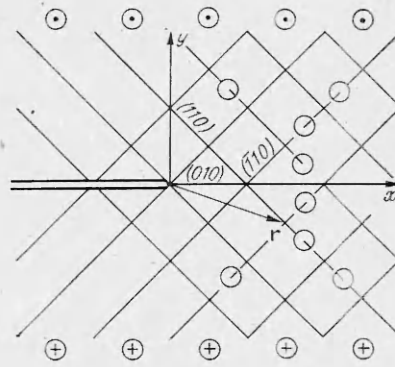
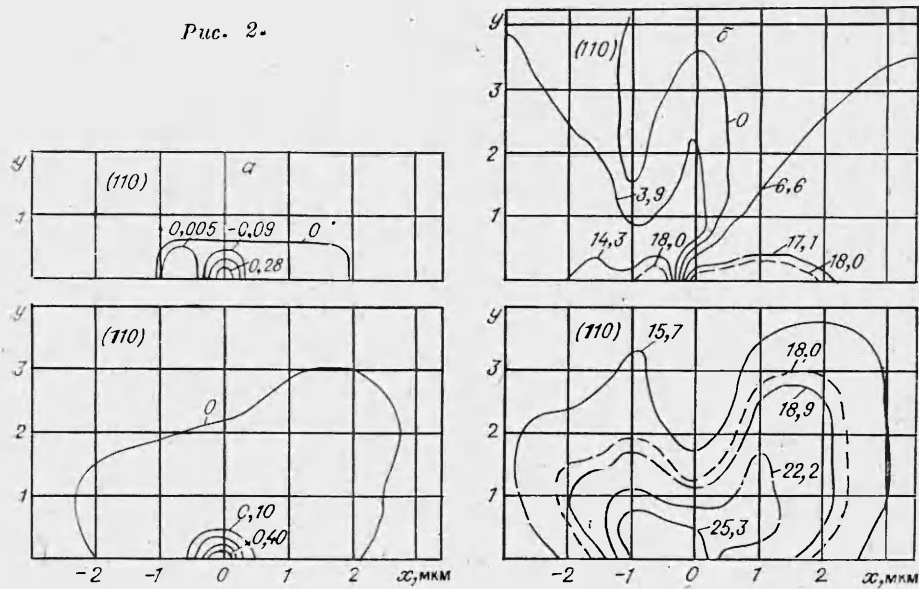


Рис. 1.

Рис. 2.



выбиралась в соответствии с формулой

$$(7) \quad \sigma'_a(t + \Delta t) = \dot{\sigma}_a \Delta t_i + \sigma'_a(t),$$

где  $\dot{\sigma}_a$  — заданная скорость нагружения;  $\Delta t_i$  — шаг по времени. Величина  $\sigma_a(0) = 0,4 \sigma_m$ ,  $\sigma_m$  — приложенное сдвиговое напряжение, при котором достигается максимальная скорость деформации  $\dot{\epsilon}_{\max} = 0,1 \text{ с}^{-1}$ . Когда в процессе нагружения достигалась максимальная скорость деформации, скорость нагружения  $\dot{\sigma}_a$  уменьшалась на порядок. Напряжение  $\sigma'_a$  возрастало до заданной величины  $\sigma_c$ , после чего внешняя нагрузка фиксировалась до установления равновесия пластической деформации. Шаг по времени  $\Delta t_i$  выбирался автоматически из условия подрастания напряжения  $\sigma_e$  на заданную его долю за время от  $t$  до  $t + dt$ .

Для численного интегрирования (1)–(7) сечение кристалла разбивалось на квадратные ячейки со стороной длины  $l$ . Внутри каждой ячейки вычисляемые величины считались постоянными и равными их значениям в узле вычислительной сетки. В силу симметрии задачи рассматривалась только верхняя (относительно трещины) половина кристалла.

При нахождении  $\epsilon(t_i)$  в правую часть подставлялось значение  $\sigma(t_{i-1})$ . Начальный шаг  $\Delta t = t_1$  выбирался так, чтобы релаксацией напряжения за это время можно было пренебречь, считая, что

$$\epsilon_1(t_0, \mathbf{r}) = t_1 \dot{\epsilon}_0 \exp \left\{ - \frac{U_0 (1 - (\sigma_c^{(0)}/\tau_0))^{1/2}}{kT} \right\} \text{sign } \sigma_e^{(0)},$$

где  $\sigma_e^{(0)} = \sigma_c^{(0)}(\mathbf{r}) - \sigma_0 \text{sign } \sigma_c$  при  $|\sigma_c| > \sigma_0$  и  $\sigma_e^{(0)} = 0$  при  $|\sigma_c| \leq \sigma_0$ . Дальнейший счет велся по явной схеме с автоматическим выбором шага

$$\epsilon_i(t_i, \mathbf{r}) = (t_i - t_{i-1}) \dot{\epsilon}_0 \exp \left\{ - \frac{U_0 (1 - (\sigma_e^{(i-1)}/\tau_0))^{1/2}}{kT} \right\} \text{sign } \sigma_e^{(i-1)} + \epsilon_{i-1},$$

где  $\sigma_e^{(i-1)} = \sigma_c^{(i-1)}(\mathbf{r}) + \sigma_f^{(i-1)}(\mathbf{r}) - (\sigma_0 + \sigma_f) \text{sign} (\sigma_c^{(i-1)} + \sigma_f^{(i-1)})$  при  $|\sigma_c^{(i-1)} + \sigma_f^{(i-1)}| > \sigma_0 + \sigma_f$  и  $\sigma_e^{(i-1)} = 0$  при  $|\sigma_c^{(i-1)} + \sigma_f^{(i-1)}| < \sigma_0 + \sigma_f$ . В расчетах пренебрегалось приращением пластической деформации менее  $10^{-6}$ .

Для численного расчета выбраны следующие параметры ( $\alpha - \text{Fe}$ ):  $U_0 = 0,9 \text{ эВ}$ ,  $\tau_0 = 330 \text{ МПа}$  [15],  $\dot{\sigma}_a = 2 \text{ кГ/(с·мм}^2\text{)}$ , модуль сдвига на плоскости  $\{110\} G = 60 \text{ ГПа}$  [19], коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ , предел текучести  $\sigma_0 = 18 \text{ МПа}$ . Длина трещины  $1 \text{ мм}$ , радиус кривизны вершины  $R_0 = 0,1 \text{ мкм}$ , максимальное приложенное напряжение  $\sigma_a = 1,4 \text{ МПа}$ , температура  $T = 300 \text{ К}$ , размер ячейки  $l = 0,5 \text{ мкм}$ ,  $n = 1$ ,  $\sigma_1 = 10^3 \text{ МПа}$ .

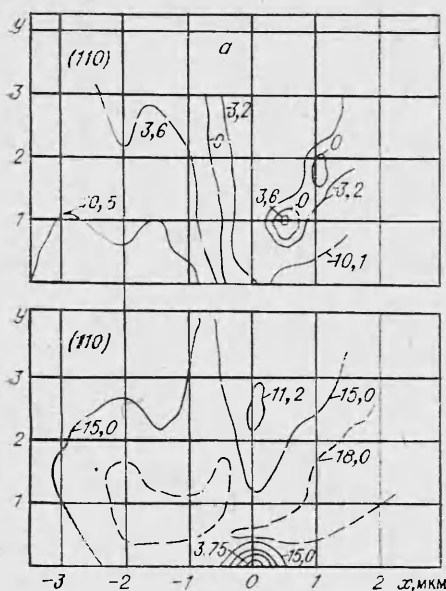
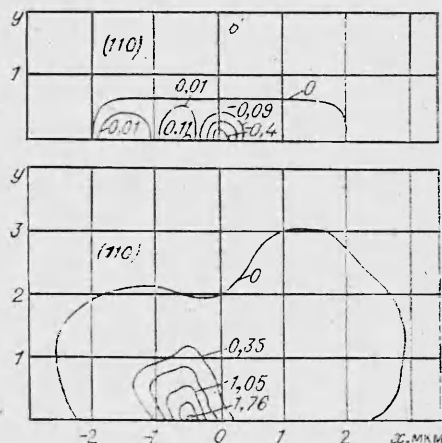


Рис. 3.



В результате получены напряжения  $\sigma = \sigma_c - \sigma_l - \sigma_f \cdot \text{sign } \epsilon$  при деформации у вершины трещины в различные моменты времени. Из рис. 2, 3 видно, что для выбранной расчетной модели и численных значений констант напряжение  $\sigma_c$ , возникающее из-за накопления мощных дислокационных «зарядов», играет существенную роль в эволюции термоактивированной пластической деформации у вершины трещины. В начальный период эволюции деформации, когда  $\sigma_l$  мало (мала мощность дислокационных «зарядов»), пластическая зона постепенно подрастает, а ее форма меняется подобно себе. При дальнейшем подрастании пластической зоны постепенно наступает второй этап эволюции, когда  $\sigma_l$  дает основной вклад в (2). На этом этапе происходит существенное перераспределение деформации в пластической зоне. На рис. 2, а, 3, а показаны линии равных значений пластической деформации у вершины трещины в момент времени  $t = 0,17$  и  $11,8$  с. Числа у изолиний указывают соответствующую величину деформации в процентах. На рис. 2, б, 3, б приведены линии равных значений напряжения в те же моменты времени. Числа у изолиний указывают величину  $\sigma$  в мегапаскалях. В момент времени  $t = 0,17$  с пластическая деформация идет в областях, очерченных штриховой линией, где напряжение выше предела текучести. В момент времени  $t = 18$  с напряжение стало ниже предела текучести и пластическая деформация достигла равновесия.

Из рис. 2 видно, что в начальный момент времени максимум пластической деформации находится в вершине трещины, а эффективное напряжение, определяющее форму пластической зоны и распределение деформации в ней, в основном описывается напряжением  $\sigma_c$ . На завершающей стадии формирования пластической зоны (см. рис. 3) максимум деформации (1,7%) сдвинут в сторону от вершины трещины на расстояние примерно 1–2 мкм, а область кристалла, непосредственно примыкающая к вершине трещины, оказалась ненапряженной. Анализируя эти результаты, можно предположить, что представленная модель частично описывает появление бездислокационной области [7, 8] внутри пластической зоны. Следует ожидать, что более точное совпадение расчета с экспериментом возможно, если учесть «сваливание» дислокаций в трещину и испускание дислокаций вершиной трещины.

Расчет параметров бездислокационной зоны и пластической зоны в [20] основан на модели, не учитывающей сил «изображения». Данный расчет показывает, что механизм «сваливания» дислокаций в трещину, рассмотренный в [20] для объяснения появления бездислокационной области, существенно дополнится, если учесть «силы изображения».

Таким образом, учет дальнедействующего напряжения, возникающего из-за скопления дислокаций одного знака, существенно изменяет представление о структуре пластической зоны как «пассивном» элементе, управляемом только упругим напряжением трещины  $\sigma_c$ . Напротив, на заключительном этапе формирования пластической зоны напряжение  $\sigma_l$  в основном управляет эволюцией пластической деформации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Витвицкий П. И., Панасюк В. В., Ярема С. Я. Пластические деформации в окрестности трещины и критерии разрушения. — Пробл. прочности, 1973, № 2.
2. Howard I. C., Willoughby A. A. Mechanics and mechanisms of ductile fracture. — In: Developments in fracture mechanics. London; New Jersey, 1981, v. 2.

3. Владимиров В. И., Карпинский Д. Н. и др. Моделирование на ЭВМ кинетики деформации в пластической зоне у вершины трещины.— Пробл. прочности, 1983, № 12.
4. Полуэктов Ю. И., Рыбин В. В. Пластический рост трещины.— ФММ, 1972, т. 34, № 6.
5. Владимиров В. П., Приемский Н. Д. Микронесплошности в пластической зоне перед вершиной трещины.— ФТТ, 1982, № 12.
6. Рыбин В. В., Зисман А. А., Жуковский И. М. Образование микротрещин в условиях развитой пластической деформации.— Пробл. прочности, 1982, № 12.
7. Kobayashi S., Ohr S. M. In situ fracture experiments in b. c. c. metals.— Phil. Mag., 1980, v. A42, p. 763.
8. Chang S. J., Ohr S. M. Dislocation-free zone models of fracture.— J. Appl. Phys., 1981, v. 52, p. 7174; Dislocation-free zone models of fracture comparison with experiments.— J. Appl. Phys., 1982, v. 53, p. 5645.
9. Rice J. R., Rosengren G. F. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material.— J. Mech. Phys. Sol., 1968, v. 15, p. 1.
10. Hutchinson J. W. Singular behaviour at the end of a tensile crack in hardening material.— J. Mech. Phys. Sol., 1968, v. 16, p. 13.
11. Кудрявцев В. А., Партон В. З. О локальной пластической зоне вблизи конца щели.— Изв. АН СССР. МТТ, 1970, № 1; О локальной пластической зоне вблизи конца щели (плоская деформация).— Изв. АН СССР, МТТ, 1970, № 5.
12. Vitek V. Yielding on inclined planes at the tip of a crack loaded in uniform tension.— J. Mech. Phys. Sol., 1976, v. 24, p. 263.
13. Bassoni J. L., McClintok F. A. Creep relaxation of stress around a crack tip.— Int. J. Sol. Struct., 1981, v. 17, p. 479.
14. Бернер Р., Кронмюллер Г. Пластическая деформация монокристаллов. М.: Мир, 1969.
15. Spitzig W. A. Analysis of the plastic deformation in iron single crystall.— Acta met., 1970, v. 18, p. 1275.
16. Westergard H. M. Bearing pressure and crack.— J. Appl. Mech., 1939, v. 6, p. 220.
17. Hart E. W. A theory for stable crack extension rates in ductile materials.— Int. J. Sol. Struct., 1980, v. 16, p. 807.
18. Kröner E. Kontinuumtheorie der Versetzungen und Eigenspannungen.— Berlin: Springer-Verlag, 1958.
19. Авербах Б. И. Некоторые физические аспекты разрушения.— В кн.: Разрушение. М.: Мир, 1973, т. 1.
20. Lung C. W., Xiong L. Y. The dislocation function in the plastic zone at a crack tip.— Phys. State Sol. (a), 1983, v. 77, p. 81.

Поступила 6/II 1985 г.

#### ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!

В № 1, 1986 г. замечены следующие опечатки:

Страница	Строка	Дано	Следует читать
51	5-я сверху	$\dots \left( \frac{1}{We} + \dots \right)$	$\dots \left( \frac{r}{We} + \dots \right)$
105	5-я снизу	Сттлс Г. С.	Сеттлс Г. С.