

ТОЧЕЧНЫЙ ВЗРЫВ В СЖИМАЕМОЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ СРЕДЕ

А. М. Масленников, В. С. Фетисов

(Москва)

Среди различных подходов к изучению движений сжимаемой среды особое место занимают автомодельные методы решения гидродинамических уравнений, позволяющие сводить задачу к исследованию обыкновенных дифференциальных уравнений. В работе [1] разработана схема расчета автомодельных движений идеального газа и несжимаемой жидкости в случае сильного точечного взрыва, в [2] проведено обобщение методов работы [1] на случай сильного взрыва в сжимаемой среде. В обеих работах рассматривались однокомпонентные среды. В то же время изучение взрывных движений в средах, состоящих из смеси нескольких компонентов, представляет значительный интерес для практических целей.

Для того чтобы задача о сильном точечном взрыве в сжимаемой среде была автомодельной, достаточно, чтобы уравнение состояния среды имело вид

$$(1) \quad \varepsilon(p, \rho) = \frac{p}{\rho_0} \Phi\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) + \text{const},$$

где ε — внутренняя энергия; p и ρ — давление и плотность соответственно; ρ_0 — константа с размерностью плотности; Φ — произвольная функция своего аргумента. Непосредственно из соотношения (1) следует уравнение адиабаты среды

$$p(\rho) = \psi(S)\chi(\rho/\rho_0),$$

где S — энтропия. Связь между функциями Φ и χ определяется формулами

$$(1a) \quad \Phi(R) = \frac{1}{\chi(R)} \left\{ c + \int \frac{\chi(R)}{R^2} dR \right\}, \quad \chi(R) = \frac{c}{\Phi(R)} \exp \int \frac{dR}{R^2 \Phi(R)}.$$

В дальнейшем ограничимся уравнением состояния вида (1), учитывая многокомпонентность среды. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ в начале координат выделяется энергия E_0 . В результате по среде с начальной плотностью ρ_1 распространяется ударная волна. Ограничиваясь случаем сильного взрыва, пренебрегаем давлением перед фронтом ударной волны. Тогда задача является автомодельной и все величины, описывающие движение среды, будут зависеть только от одной переменной λ [1]

$$(2) \quad \lambda = r/r_D, \quad r_D = (Et^2/\rho_0)^{1/5}, \quad E = E_0/\alpha,$$

где r_D — радиус фронта ударной волны; t — время; α — параметр, определяемый из условия равенства полной энергии возмущенного вещества энергии взрыва E_0 .

Используя автомодельность задачи и вводя безразмерные давление, удельный объем и скорость по формулам

$$(3) \quad v = av_1 V(\lambda), \quad u = \frac{2}{3} \frac{r}{t} (1-a) U(\lambda),$$

$$p = \frac{4}{25} \frac{r^2}{t^2} \frac{1-a}{v_1} P(\lambda),$$

можно получить систему трех уравнений для функций $V(\lambda)$, $U(\lambda)$, $P(\lambda)$. Величина a в (3) является степенью сжатия вещества на фронте ударной волны, $v_1 = 1/\rho_1$.

Для дальнейших вычислений необходимо задать конкретный вид функции Φ . Согласно работе [3], в предположении равенства давлений во всех компонентах получается следующее уравнение состояния для многокомпонентной среды. Для удельного объема и удельной энергии смеси веществ имеем

$$(4) \quad v(p) = \sum_i R_i v_i(p), \quad E(p) = \sum_i R_i E_i(p),$$

где R_i — весовое содержание соответствующих компонент. Сумма в (4) берется по всем компонентам смеси. Будем считать, что конкретный вид $v_i(p)$ определяется уравнением Тэта [3]

$$(5) \quad v_i(p) = v_{0i} \left[\frac{\gamma_i p}{\rho_{0i} c_{0i}^2} + 1 \right]^{-\frac{1}{\gamma_i}},$$

где c_{0i} — скорость звука в соответствующем компоненте; γ_i — показатель адиабаты. Как указывает ряд авторов [3,4], уравнение состояния такого вида удовлетворительно описывает поведение таких сред, как глина, водонасыщенный песок и т. д. до давлений порядка нескольких килобар. С учетом (5), (1а) для внутренней энергии многокомпонентной среды $E(p)$ можно получить следующие выражения:

$$(6) \quad \begin{aligned} E &= \frac{v(q)}{q} \left[\frac{\Phi(q)}{B} - q \right], \\ \Phi(q) &= \frac{B}{v(q)} \left\{ A + \frac{1}{v_0} \sum_i \frac{\gamma_i R_i v_{0i} B_i}{(\gamma_i - 1)} \left(\frac{Bq}{B_i} + 1 \right)^{\frac{\gamma_i - 1}{\gamma_i}} \right\}, \\ A &= - \frac{1}{v_0} \sum_i \frac{\gamma_i R_i v_{0i} B_i}{(\gamma_i - 1)}, \quad B = \sum_i R_i B_i, \\ B_i &= \frac{\rho_{0i} c_{0i}^2}{\gamma_i}, \quad q = \frac{p}{B}, \quad a_1 v = f(q), \\ \Phi(a_1 v) &= \frac{f(q)}{q} \left[\frac{\Phi(q)}{B} - q \right], \quad a_1 = a \frac{v_1}{v_0}, \\ v_0 &= \frac{1}{\rho_0}. \end{aligned}$$

Следуя методике работы [2] и учитывая (6), систему трех уравнений для $V(\lambda)$, $U(\lambda)$, $P(\lambda)$ после некоторых преобразований можно записать в виде

$$(7) \quad \frac{dq}{dU} = (1-a) \frac{f \left[\frac{\Phi}{B} - q \right]}{[1 - (1-a)U]} \frac{Uq(1-a)[2(1-a)U + 1] + \frac{3}{2B} U^2 (1-a)^2 [f' \Phi q + f \Phi' q - f \Phi] + \frac{1}{2} [1 - (1-a)U][1 - 4(1-a)U] \left[\frac{\Phi}{B} - q \right]}{+ (1-a) q f' U [(1-a)U - 4] \left[\frac{\Phi}{B} - q \right] + f' \left[\frac{v}{2} - (1-a)U \right] [1 - (1-a)U] \left[\frac{\Phi}{B} - q \right]^2}.$$

Штрихи означают дифференцирование по аргументу q . Начальным условием для уравнения (7) является

$$(8) \quad q(1) = f^{-1}(a_1),$$

где f^{-1} — функция, обратная к f . Начальное давление $q(1)$ соответствует давлению q на ударном фронте.

Уравнение (7) с начальным условием (8) численно интегрировалось методом Рунге — Кутты.

Для перехода к размерным переменным необходимо знать значение α в формулах (2). Закон сохранения энергии, записанный с помощью (3), дает выражение для параметра α

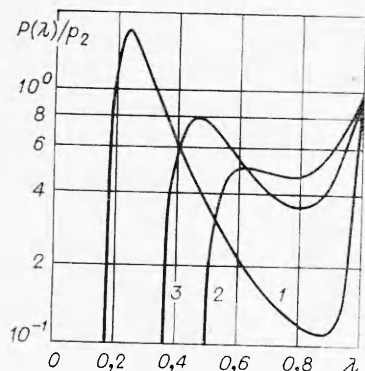
$$(9) \quad \alpha = \frac{16\pi(1-a)}{25 a V_1} \int_{\lambda^*}^1 \frac{\lambda^4 d\lambda}{V(\lambda)} \left[\frac{U^2(\lambda)}{2} + P(\lambda) \frac{\Phi(a_1 V)}{1-a} \right].$$

Величина λ^* соответствует положению границы полости.

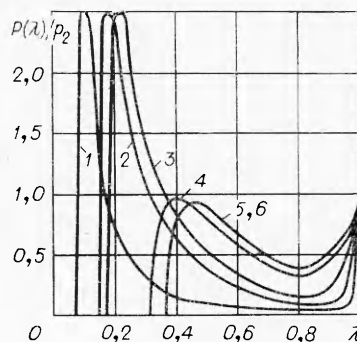
Для конкретного расчета в качестве многокомпонентной среды был выбран кварц, содержащий воду и воздух. Константы, входящие в уравнение состояния, выбирались, согласно работе [5]. В качестве плотности перед ударной волной выбрана плотность, соответствующая внешнему давлению перед фронтом $p_1 = 1$ кбар.

Для интегрирования уравнения (7) необходимо задать начальное значение приведенного безразмерного давления q , что, согласно (8), эквивалентно заданию предельной степени сжатия a . Однако величина a для горных пород и воды с уравнением состояния вида (5) неизвестна, поэтому следует допустить определенный произвол в ее выборе. Это связано с тем, что задача о сильном точечном взрыве ставится для среды с наперед заданной степенью сжатия на ударном фронте. При $a = 1$ получается рассмотренная ранее задача о взрыве в несжимаемой среде [1]. Для случая однокомпонентной среды при $a < 1$ анализ решения проводился в работе [2]. Для многокомпонентной среды значение a можно рассматривать как параметр задачи, для выбора которого может быть несколько способов, учитывающих различные механизмы влияния добавок воды и воздуха на характер взрывных движений сплошной среды.

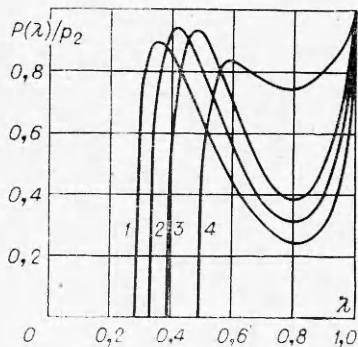
Однако вначале отметим важное свойство решений дифференциального уравнения (7). На фиг. 1 приведены кривые $P(\lambda)/p_2$, рассчитанные для кварца при нулевой влаго- и газонасыщенности. Кривой 1 соответствует $a = 0,9228$, 2 — $a = 0,8178$, 3 — $a = 0,6773$. Кривые указывают на существенную зависимость решений уравнения (7) от степени сжатия a . С ростом степени сжатия, т. е. с уменьшением a , зависимость $P(\lambda)$ за фрон-



Ф и г. 1



Ф и г. 2



Ф и г. 3

явить роль каждого из этих способов выбора параметра a . Один из них заключается в том, что для различных случаев газо- и влагонасыщенности берется одна и та же величина сжатия a . Таким образом, проявляются эффекты, связанные с учетом газо- и влагонасыщенности за фронтом ударной волны и пренебрегается эффектом изменения степени сжатия на самом ударном фронте.

На фиг. 2 представлены два типа кривых, полученных для слабого ($a = 0,95$, кривые 1—3) и сильного сжатия ($a = 0,75$, кривые 4—6) на ударном фронте. Расчетные зависимости 1 и 4 получены для кварца, не содержащего примесей; 2 и 5 — для кварца, содержащего 1% воды по весу, 3 и 6 — для кварца, содержащего $1,22 \cdot 10^{-3}\%$ воздуха по весу. Кривые 1—3 показывают, что при малом сжатии учет влаго- и газонасыщенности в уравнении состояния среды является существенным. Наличие даже небольших количеств воды или воздуха приводит к тому, что изменение давления с параметром λ становится более гладким. Для большего сжатия влияние примесей газа или воды менее существенно.

Другой выбор параметра a позволяет учесть изменение степени сжатия в зависимости от содержания воды и воздуха в среде одновременно с учетом многокомпонентности в уравнении состояния. Для этого фиксировалось давление на ударной волне p_2 и по формуле $a = v(p_2)/v(p_1)$ вычислялся параметр a (для $v(p)$ использовалось выражение (6)). Результаты решения (7) при таком выборе a приведены на фиг. 3, 4. На фиг. 3 изображены расчетные зависимости $P(\lambda)/p_2$ для различного содержания воды в кварце (1 — $a = 0,8640$, $R_B = 0$; 2 — $a = 0,8582$, $R_B = 0,01$; 3 — $a = 0,8525$, $R_B = 0,02$; 4 — $a = 0,7920$, $R_B = 0,15$). На фиг. 4 приведены кривые $\rho(\lambda)/\rho_2$ (1 — $a = 0,8640$, $R_B = 0$; 2 — $a = 0,8365$, $R_B = 0,05$; 3 — $a = 0,7920$, $R_B = 0,15$; 4 — $a = 0,6320$, $R_B = 1,00$). Большая сжимаемость воды и воздуха по сравнению с кварцем приводит к заметному уменьшению величины a даже для небольшого влагосодержания (добавление 1% воды дает уменьшение a примерно на 10%). Поэтому с ростом содержания воды в среде происходит быстрое уменьшение параметра a , что физически означает переход к задаче о взрыве в сильносжимаемой среде. Это непосредственно видно из подобия фиг. 1, 3 для малых значений a . К аналогичным выводам приводит рассмотрение газонасыщенной среды.

Анализируя результаты расчетов, можно сделать следующие выводы. При от-

том ударной волны становится более плавной и качественно приближается к решению для сильного точечного взрыва в газе. С другой стороны, кривая 1, соответствующая слабому сжатию на фронте ударной волны, имеет характерные черты решения задачи о взрыве в несжимаемой среде [1]. Из фиг. 1 видно, что в центре симметрии имеется полость, расширяющаяся по автомодельному закону.

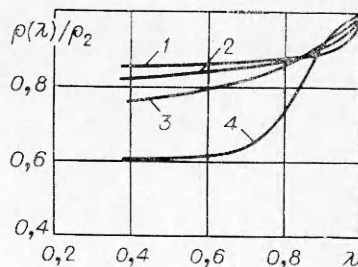
Уравнения (6), (7) показывают, что влагонасыщенность среды влияет как на значение степени сжатия a на фронте, так и на поведение термодинамических функций f и ϕ и их производных. Чтобы вы-

явить роль каждого из этих факторов, может быть предложено два способа выбора параметра a . Один из них заключается в том, что для различных случаев газо- и влагонасыщенности берется одна и та же величина сжатия a . Таким образом, проявляются эффекты, связанные с учетом газо- и влагонасыщенности за фронтом ударной волны и пренебрегается эффектом изменения степени сжатия на самом ударном фронте.

На фиг. 2 представлены два типа кривых, полученных для слабого ($a = 0,95$, кривые 1—3) и сильного сжатия ($a = 0,75$, кривые 4—6) на ударном фронте. Расчетные зависимости 1 и 4 получены для кварца, не содержащего примесей; 2 и 5 — для кварца, содержащего 1% воды по весу, 3 и 6 — для кварца, содержащего $1,22 \cdot 10^{-3}\%$ воздуха по весу. Кривые 1—3 показывают, что при малом сжатии учет влаго- и газонасыщенности в уравнении состояния среды является существенным. Наличие даже небольших количеств воды или воздуха приводит к тому, что изменение давления с параметром λ становится более гладким. Для большего сжатия влияние примесей газа или воды менее существенно.

Другой выбор параметра a позволяет учесть изменение степени сжатия в зависимости от содержания воды и воздуха в среде одновременно с учетом многокомпонентности в уравнении состояния. Для этого фиксировалось давление на ударной волне p_2 и по формуле $a = v(p_2)/v(p_1)$ вычислялся параметр a (для $v(p)$ использовалось выражение (6)). Результаты решения (7) при таком выборе a приведены на фиг. 3, 4. На фиг. 3 изображены расчетные зависимости $P(\lambda)/p_2$ для различного содержания воды в кварце (1 — $a = 0,8640$, $R_B = 0$; 2 — $a = 0,8582$, $R_B = 0,01$; 3 — $a = 0,8525$, $R_B = 0,02$; 4 — $a = 0,7920$, $R_B = 0,15$). На фиг. 4 приведены кривые $\rho(\lambda)/\rho_2$ (1 — $a = 0,8640$, $R_B = 0$; 2 — $a = 0,8365$, $R_B = 0,05$; 3 — $a = 0,7920$, $R_B = 0,15$; 4 — $a = 0,6320$, $R_B = 1,00$). Большая сжимаемость воды и воздуха по сравнению с кварцем приводит к заметному уменьшению величины a даже для небольшого влагосодержания (добавление 1% воды дает уменьшение a примерно на 10%). Поэтому с ростом содержания воды в среде происходит быстрое уменьшение параметра a , что физически означает переход к задаче о взрыве в сильносжимаемой среде. Это непосредственно видно из подобия фиг. 1, 3 для малых значений a . К аналогичным выводам приводит рассмотрение газонасыщенной среды.

Анализируя результаты расчетов, можно сделать следующие выводы. При от-



Ф и г. 4

носителем малой сжимаемости ($a > 0,9$) влияние влаго- и газонасыщенности среды на развитие сильного точечного взрыва обусловлено как изменением термодинамики среды, так и изменением сжимаемости на ударном фронте. Для больших сжатий ($a < 0,85$) основным становится последний из названных механизмов. Таким образом, учет газо- и газонасыщенности приводит к менее резкому спаду давления за ударным фронтом. Это непосредственно видно на фиг. 2, 3.

Несколько иной характер имеют зависимости $\rho(\lambda)/\rho_2$, изображенные на фиг. 4. В случае только твердого компонента плотность за ударным фронтом быстро падает до начальной и затем остается практически неизменной, что хорошо согласуется с известным фактом слабой сжимаемости вещества за ударным фронтом. С ростом влаго- и газонасыщенности среды спад плотности становится более плавным, среда остается сжатой даже далеко за фронтом ударной волны.

Описанная картина поведения давления, скорости, плотности ведет к увеличению удельной энергии среды за фронтом ударной волны, что приводит к более резкому затуханию самой ударной волны с расстоянием, т. е. к уменьшению пиковых давлений с ростом содержания воды и газа на одинаковых расстояниях от точки взрыва. Математически это вытекает из вида кривых на фиг. 3, 4 и формулы (9), отражающей закон сохранения энергии взрыва E_0 . Согласно (9), параметр α с ростом содержания воды и газа резко возрастает, и эффективная энергия взрыва E падает, так как из (2) $E = E_0/\alpha$.

Отметим, что полученные результаты качественно согласуются с выводами работы [6], авторы которой изучали задачу о расширении полости в многокомпонентной среде.

Авторы выражают благодарность Е. Е. Ловецкому за ряд полезных замечаний.

Поступила 11 III 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1972.
2. Кочина Н. Н., Мельникова Н. С. О сильном точечном взрыве в сжимаемой среде.— ПММ, 1958, т. XXII, вып. 1.
3. Ляхов Г. М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М., «Недра», 1974.
4. Ляхов Г. М., Охитин В. Н., Чистов А. Г. Ударные волны в грунтах и в воде вблизи от места взрыва.— ПМТФ, 1972, № 3.
5. Кривцов В. А. Уравнение сжатия водонасыщенного песка и границы его применимости.— ПМТФ, 1974, № 4.
6. Ляхов Г. М., Охитин В. Н. Сферические взрывные волны в многокомпонентных средах.— ПМТФ, 1974, № 2.

УДК 624.131 + 539.215

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫЕМКИ ВЫБРОСА ПРИ ВЗРЫВЕ ЗАГЛУБЛЕННОГО ШНУРОВОГО ЗАРЯДА В ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЕ

Н. Б. Ильинский, А. В. Поташев

(Казань)

В работе [1] в импульсно-гидродинамической постановке исследованы два частных случая задачи об определении выемки выброса при взрыве шнурового заряда в двухслойной среде. Ниже эта задача решается при более общих предположениях.