УДК 539.374

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛА СДВИГА, УСИЛИЙ И РАЗМЕРОВ СКАЛЫВАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РЕЗАНИИ МЕТАЛЛОВ

А. М. Коврижных

Институт горного дела СО РАН, 630091 Новосибирск
E-mail: amkovr@mail.ru

Предложено новое решение для угла сдвига, являющееся обобщением решения Ли — Шеффера и позволяющее определить силу резания и размеры скалываемых элементов. Проведена обработка экспериментальных данных М. Мерчанта с учетом силы сопротивления на режущей кромке и показано, что учет этой силы приводит к необходимости увеличения угла внутреннего трения в расчетных зависимостях для согласования теории с экспериментом. Показано, что полученные теоретические результаты хорошо согласуются с результатами экспериментов.

Ключевые слова: резание металлов, плоскость сдвига, элемент скола, пластичность, разрушение, критерий текучести Кулона — Мора.

Введение. Резание металлов является одним из основных методов механической обработки заготовок, поэтому установление закономерностей и основных принципов процесса обработки металлов резанием представляет собой важную теоретическую и практическую задачу, решение которой составляет основное содержание науки о резании металлов [1–9]. Новые теоретические и экспериментальные результаты исследования, относящиеся к задаче о резании металлов, приведены в работах [10–14]. В [12–14] на основе критерия текучести Треска — Сен-Венана построены статически допустимые поля напряжений, допускающие продолжение решения в жесткие области.

В теории резания металлов наиболее простыми и распространенными являются решения Эрнста — Мерчанта [1] и Ли — Шеффера [2], в основе которых лежит модель, предполагающая существование единственной изолированной плоскости сдвига, совпадающей с направлением действия максимального касательного напряжения. В работе [3] в предположении, что касательное напряжение на плоскости сдвига зависит от нормального напряжения на ней, обобщено решение [1], согласующееся с результатами проведенных опытов по резанию металлов. Более поздние экспериментальные исследования [4] не подтвердили решений, полученных в [1–3]. Кроме того, в большинстве работ по резанию металлов [5–9] высказаны критические замечания по поводу интерпретации результатов опытов и справедливости принятых в [3] теоретических предположений.

Существующие в настоящее время основные теории резания металлов [1–14] не позволяют в полном объеме объяснить имеющиеся результаты экспериментов (см., например, [4]), за исключением некоторых частных случаев. Тем не менее все теории резания углубляют понимание механизма резания, облегчая поиск новых путей исследования и решений задач механики резания материалов. Современное состояние вопроса и достаточно полный обзор литературы по этой теме представлены в [5–14].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 08-08-00113).

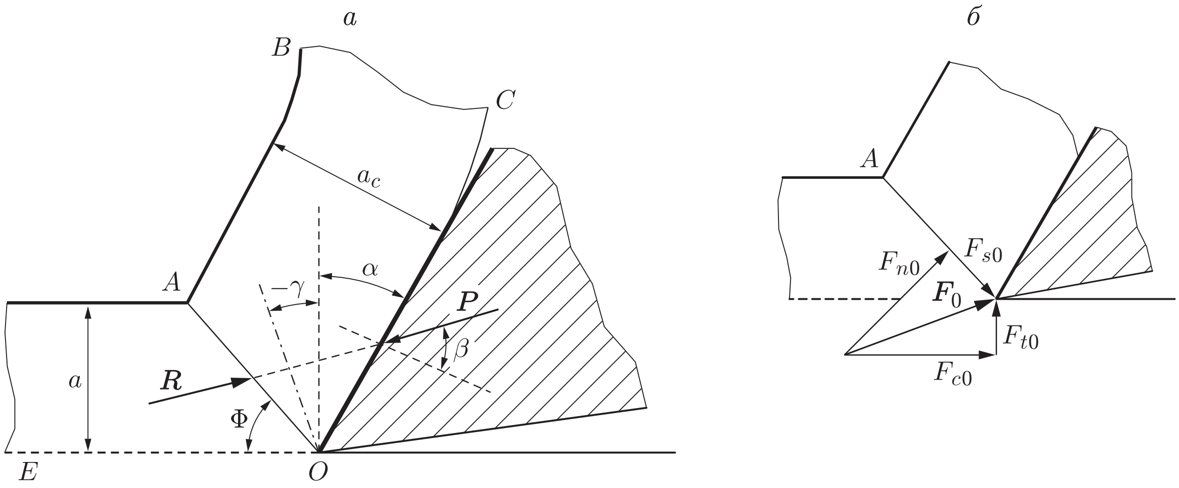

Рис. 1. Схема процесса ортогонального резания с плоскостью сдвига:
а — силы, действующие на стружку со стороны передней грани резца и плоскости сдвига; *б* — проекции силы сопротивления металла на режущей кромке; заштрихованная область — резец

В настоящей работе обобщено решение Ли — Шеффера [2], основанное на критерии пластичности Кулона — Мора и хорошо согласующееся с результатами опытов [4]. Приведено экспериментальное обоснование применения решения Мерчанта для опытов [3, 4], условия резания в которых различаются незначительно. Кроме того, в данной работе устраняются критические замечания к результатам исследования [3], изложенные в работах [5–9].

1. Схема ортогонального резания. Основным элементом любого режущего инструмента является клин (рис. 1,*а*). Для простоты рассмотрим ортогональное резание, при котором резец, имеющий форму двугранного клина, перемещается под прямым углом к режущей кромке. Обозначим через α передний угол резца, т. е. угол, образуемый рабочей гранью клина и вертикальным направлением (см. рис. 1,*а*). В наиболее простых и распространенных схемах резания предполагается, что стружка $OABC$ (см. рис. 1,*а*) ведет себя как твердое тело, находящееся в равновесии под действием сил $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{R}$, передаваемых соответственно через переднюю грань клина и плоскость сдвига OA, составляющую с направлением движения клина угол Φ. Предположим, что коэффициент силы трения f на поверхности контакта между резцом и стружкой с достаточной степенью точности определяется средним углом трения β: $f = \operatorname{tg}\beta$. Силу $\boldsymbol{P}$ можно разложить на две составляющие: в направлении резания P_c и в перпендикулярном ему направлении P_t. Тогда для определения угла β можно использовать соотношение $\operatorname{tg}(\beta - \alpha) = P_t/P_c$. В случае если глубина резания a, передний угол α и толщина стружки a_c известны, угол сдвига можно найти по экспериментальным данным. Угол Φ также можно определить теоретически, используя схему зоны деформации с одной плоскостью сдвига и условие минимума работы резания из [1]:

$$\Phi = \pi/4 + (\alpha - \beta)/2. \qquad (1)$$

В соответствии с работой П. Бриджмена [15] в работе [3] в предположении, что касательное напряжение на плоскости сдвига зависит от нормального напряжения на этой плоскости, получено соотношение

$$\Phi = \pi/4 + (\alpha - \beta)/2 - \varphi/2, \qquad (2)$$

где φ — угол внутреннего трения, показывающий зависимость предельного значения касательного напряжения от нормального напряжения при переходе металла в пластическое состояние. Аналогичная формула получена в [7].

Рассмотрим условие текучести Кулона — Мора

$$\max_n (|\tau_n| + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi) = C, \tag{3}$$

где τ_n, σ_n — касательное и нормальное напряжения на этой плоскости с нормалью n; C — пластическая постоянная. В [16] с использованием (3) и уравнения равновесия для элемента стружки $OABC$ (см. рис. 1) определены значение силы P, а также ее горизонтальная P_c и вертикальная P_t составляющие:

$$P = \frac{Ca \cos \varphi}{\sin \Phi \cos (\Phi + \beta - \alpha + \varphi)}, \qquad P_c = P \cos (\beta - \alpha), \qquad P_t = P \sin (\beta - \alpha). \tag{4}$$

Из условия минимума силы P также получаем соотношение (2) для определения угла сдвига. Применяя (4), определяем проекции P_s, P_n силы $\boldsymbol{P}$ на касательное и нормальное к плоскости сдвига направления s, n:

$$P_s = P \cos (\Phi + \beta - \alpha), \qquad P_n = -P \sin (\Phi + \beta - \alpha).$$

По этим силам находим касательное и нормальное напряжения на плоскости сдвига:

$$\tau_s = C \cos \varphi \, \frac{\cos (\Phi + \beta - \alpha)}{\cos (\Phi + \beta - \alpha + \varphi)}, \qquad \sigma_n = -C \cos \varphi \, \frac{\sin (\Phi + \beta - \alpha)}{\cos (\Phi + \beta - \alpha + \varphi)}. \tag{5}$$

На основе анализа напряженного состояния материала в пластическом состоянии и с учетом направлений линий скольжения в стружке для определения угла сдвига в [2] получено уравнение

$$\Phi = \pi/4 + \alpha - \beta. \tag{6}$$

В работах по механике резания металлов [5–9] приводятся по крайней мере три факта, указывающие на неправомерность использования теорий [1–3] для количественного описания результатов экспериментов. Во-первых, эти теории не согласуются с результатами опытов [4]. Во-вторых, хорошее соответствие результатов расчета по формуле (2) экспериментальным данным [3] не является убедительным, так как в [3] при обработке результатов опытов пренебрегалось силой сопротивления на режущей кромке. В-третьих, при выводе формулы (2) использовалось предположение о зависимости касательного напряжения на плоскости сдвига от нормального напряжения на ней, что неприемлемо для пластичных металлов [5–9]. Используя критерий Кулона — Мора для обобщения формулы (6) и результаты работы [16], рассмотрим названные выше критические замечания [5–9].

2. Обобщение решения Ли — Шеффера. Поскольку сила действия передней грани клина на заготовку равна по величине и противоположна по направлению силе сопротивления материала резанию, передаваемой через плоскость сдвига, можно предположить, что направление плоскости сдвига зависит только от направления действия силы $\boldsymbol{P}$, а значение этой силы определяется углом сдвига и пластическими постоянными материала. При наличии трения результирующая сила $\boldsymbol{P}$ на передней грани клина и направление нормали к этой грани образуют угол β, поэтому при определении действующих на стружку сил данная задача статически эквивалентна задаче, в которой передняя грань клина является идеально гладкой, а передний угол резца $\gamma = \alpha - \beta$ [16]. При $\alpha > \beta$ значение угла γ является положительным и соответствует его отсчету по часовой стрелке. Переход к эквивалентной задаче значительно упрощает поиск новых жесткопластических решений

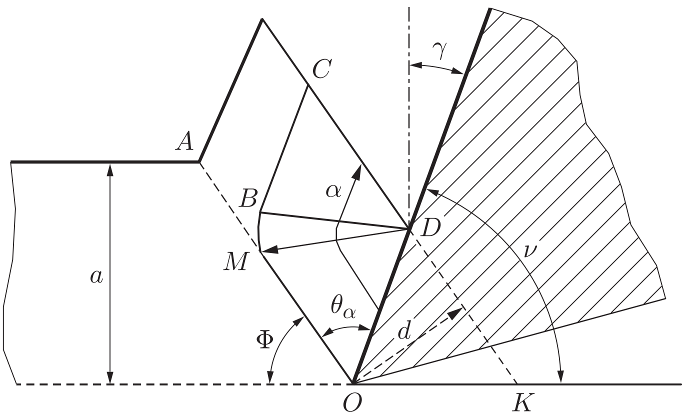

Рис. 2. Жесткопластическая модель образования элемента скола при резании металла:

заштрихованная область — резец без трения

и характеристик поля напряжений в стружке на поверхности ее контакта с резцом, так как в этом случае главные оси напряжений легко определяются. Действительно, поскольку в эквивалентной задаче клин является гладким, касательные напряжения в стружке на линии контакта с резцом равны нулю, следовательно, главные оси напряжений совпадают с направлениями касательной и нормали к передней грани клина.

На рис. 2 показана жесткопластическая модель образования стружки скалывания, предложенная в [16]. Характеристики первого семейства на линии OD (см. рис. 2) образуют угол $\theta_\alpha = \pi/4 + \varphi/2$ с первым главным направлением тензора напряжений, совпадающим с линией OD, третье главное направление перпендикулярно этой линии. Прямая OA, являющаяся продолжением α-линии скольжения OM, и направление движения резца образуют угол $\Phi = \pi/2 - \theta_\alpha + \gamma$. Подставляя в данное выражение значения для углов θ_α, γ, для угла сдвига получаем уравнение

$$\Phi = \pi/4 + \alpha - \beta - \varphi/2. \tag{7}$$

При $\varphi = 0$ из (7) следует решение Ли — Шеффера (6). Подставляя соотношение (7) в (4), а затем в (5), определяем силу резания, а также касательное и нормальное напряжения на плоскости сдвига для обобщенного решения (7):

$$\begin{gathered} P^* = \frac{Ca\cos\varphi}{\cos(\pi/4+\varphi/2)\cos(\pi/4-\nu-\varphi/2)}, \qquad \tau_s = C\cos\varphi\,\mathrm{tg}\,(\pi/4+\varphi/2), \\ P_c = Ca\cos\varphi[1-\mathrm{tg}\,(\pi/4+\varphi/2)\,\mathrm{tg}\,(\pi/4-\nu-\varphi/2)], \qquad \sigma_n = -C\cos\varphi, \end{gathered} \tag{8}$$

где $\nu = \pi/2 - \gamma = \pi/2 - \alpha + \beta$ — угол резания эквивалентного клина с идеально гладкой передней гранью. При $\gamma > 0$ угол резания является острым, при $\gamma < 0$ — тупым.

Процесс образования металлической стружки состоит из ряда повторяющихся этапов со скалыванием элементов определенных размеров. После образования плоскости скола значение силы резания P уменьшается до минимального. При продвижении клина на расстояние $s = OK$ сила P вновь увеличивается до предельного значения и происходит образование новой плоскости сдвига. Для простоты будем полагать, что образующаяся плоскость скола становится свободной от напряжений, так как скалываемый элемент полностью отделяется от стружки. В работе [16] предполагается, что скалываемый элемент сохраняет прочностную связь со стружкой. При движении клина в интервале между соседними линиями скола имеет место жесткопластическое решение [16] с увеличивающейся пластической зоной $OMBCD$ (см. рис. 2). Сформулируем граничные условия в этой задаче. Пусть ось t совпадает с прямой OD, а направление n перпендикулярно OD. Поскольку в эквивалентной задаче клин с передним углом γ является идеально гладким, на прямой OD имеем $\sigma_n = -q$, $\tau_{nt} = 0$. При формулировке граничных условий на DC систему координат (n, t) выберем таким образом, чтобы ось t была направлена по DC, а n — ортогональна к ней. В случае если при образовании плоскости скола DC образуется свободная поверхность, т. е. между элементами скола отсутствует прочностная связь, на DC имеем $\sigma_n = 0$, $\tau_{nt} = 0$. Такой характер образования стружки скалывания, когда срезаемый слой материала разделяется линиями скола на отдельные элементы, наблюдается при резании хрупких металлов. В [16] эта задача решена методом характеристик отдельно для $\varphi = 0$ и $\varphi > 0$. Приведем результаты этого решения для предельной силы P_d, направленной со стороны передней грани резца, при $\varphi = 0$:

$$P_d = q\,|OD| = C(2+\nu)d/\cos(\nu/2). \tag{9}$$

Из (9) и рис. 2 следует, что при перемещении клина расстояние между линиями скола d увеличивается, а значит, растет и нагрузка P_d. Это происходит до тех пор, пока P_d не достигнет предельного значения P^*, определяемого из (8). Используя условие образования новой линии скола, на основе решения $P_d = P^*$ можно определить величину d:

$$\frac{d}{a} = \frac{\sqrt{2}\,\cos(\nu/2)}{(2+\nu)\cos(\pi/4-\nu/2)}.$$

В случае если $\varphi > 0$, предельная сила P_d определяется по формуле [16]

$$P_d = \frac{Cd\,\mathrm{ctg}\,\varphi}{\cos(\nu/2-\varphi/2)}\Big(\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\,\exp\,[(\nu-\varphi)\,\mathrm{tg}\,\varphi]-1\Big).$$

Приравнивая данное значение силы P_d к предельному значению силы резания P^*, определяемой из (8), находим размер скалываемого элемента

$$\frac{d}{a} = \frac{\sin\varphi\cos(\nu/2-\varphi/2)}{\cos(\pi/4+\varphi/2)\cos(\pi/4-\nu-\varphi/2)\{[(1+\sin\varphi)/(1-\sin\varphi)]\exp\,[(\nu-\varphi)\,\mathrm{tg}\,\varphi]-1\}}. \tag{10}$$

В [16] аналогично определен размер скалываемого элемента для решения (2). На рис. 3 приведены зависимости относительного размера скалываемого элемента от угла резания, рассчитанные по формуле (10) и по данным работы [16]. На рис. 4 представлена микрофотография сечения корня стружки, зафиксированного при свободном резании стали марки 20Х в воде ($\alpha = 0°$, $b = 10$ мм, $a = 0{,}09$ мм, $v = 0{,}7$ м/мин) [6]. В предположении, что при резании средний угол трения $\beta = 20 \div 30°$, получаем угол резания $\nu = 110 \div 120°$, а из соотношения (10) имеем $d/a = 0{,}6 \div 1{,}6$, что качественно соответствует результатам опыта, приведенным на рис. 4.

3. Сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей для угла сдвига. Рассмотрим результаты опытов, которые проводились на образцах из стали марки SAE 1112 в состоянии поставки [4]. На рис. 5 представлены экспериментальная зависимость угла сдвига Φ от $\beta - \alpha$ для различных передних углов резца при скорости резания $v = 10{,}3$; $27{,}7$ м/мин [4] и зависимость, рассчитанная по формуле (7) при $\varphi = 20$, $10°$.

Для значения $v = 52{,}1$ м/мин в [4] представлены экспериментальные данные для передних углов $\alpha = 25$, 20, $15°$. По условиям резания полученные данные наиболее близки к данным опытов [3] со сталью марки NE 9445. Сравнение расчетных (2), (7) и экспериментальных [3, 4] зависимостей для близких условий резания позволяет сделать следующие выводы: результаты опытов [4] удовлетворительно согласуются с решением Ли — Шеффера [2] только для передних углов $\alpha = 25$, $20°$, т. е. с решением по формуле (7) при $\varphi = 0°$;

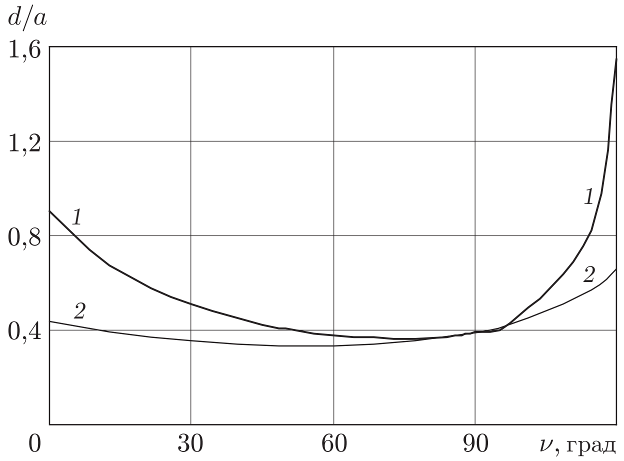

Рис. 3

Рис. 4

Рис. 3. Зависимость относительного размера скалываемого элемента от угла резания при $\varphi = 20°$:
1 — расчет по формуле (10); *2* — расчет [16]

Рис. 4. Сечение корня стружки при резании стали марки 20Х [6]

в целом же результаты экспериментов [3, 4] для всех передних углов лучше согласуются с решением (2) при $\varphi = 13°$.

Из сказанного выше следует, что при увеличении скорости резания хорошего соответствия расчетных и экспериментальных зависимостей угла сдвига от $\beta - \alpha$ можно добиться уменьшением угла внутреннего трения в решении (7). При близких по значению параметрах резания (скорость резания и передний угол резца) данные опытов [3, 4] хорошо согласуются с решением (2).

В [5] с использованием экспериментальных данных [4] представлены зависимости $\Phi(\beta - \alpha)$, учитывающие пассивную силу (силу сопротивления металла на режущей кромке). Рассмотрим метод определения пассивной силы, предложенный в [5]. Распространено мнение, что при резании металла определенная часть силы необходима для преодоления силы трения между задней гранью резца и обработанной поверхностью, другая часть — для внедрения притупленной режущей кромки в обрабатываемый материал [5, 9]. При этом место приложения этой силы (задняя грань резца, режущая кромка или то и другое) не имеет значения. Достаточно предположить, что в окрестности режущей кромки действует некоторая сила $\boldsymbol{F}_0$ (см. рис. 1,*б*), не зависящая от толщины среза [5, 9]. Пусть $\boldsymbol{F}$ — результирующая сила на резце, а F_c, F_t — ее горизонтальная и вертикальная составляющие (как правило, именно эти силы измеряются в опытах). Используя горизонтальную P_c и вертикальную P_t составляющие результирующей силы $\boldsymbol{P}$ на передней грани клина, средний угол трения можно определить по формуле

$$P_c = F_c - F_{c0}, \qquad P_t = F_t - F_{t0}, \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{P_t + P_c \operatorname{tg}\alpha}{P_c - P_t \operatorname{tg}\alpha}. \tag{11}$$

Из экспериментальной работы [9] и соотношений (8) следует, что касательное напряжение τ_s является постоянной обрабатываемого материала, которую можно найти из выражения $\tau_s = F_s/A_s$ (F_s — сила, действующая на площадке условного сдвига в плоскости сечения $A_s = bl$; b — ширина срезаемого слоя; $l = |OA|$). Следуя работе [5], найдем касательную F_{s0} и нормальную F_{n0} составляющие силы сопротивления материала на режущей кромке F_0. Для этого с использованием экспериментальных данных при различных

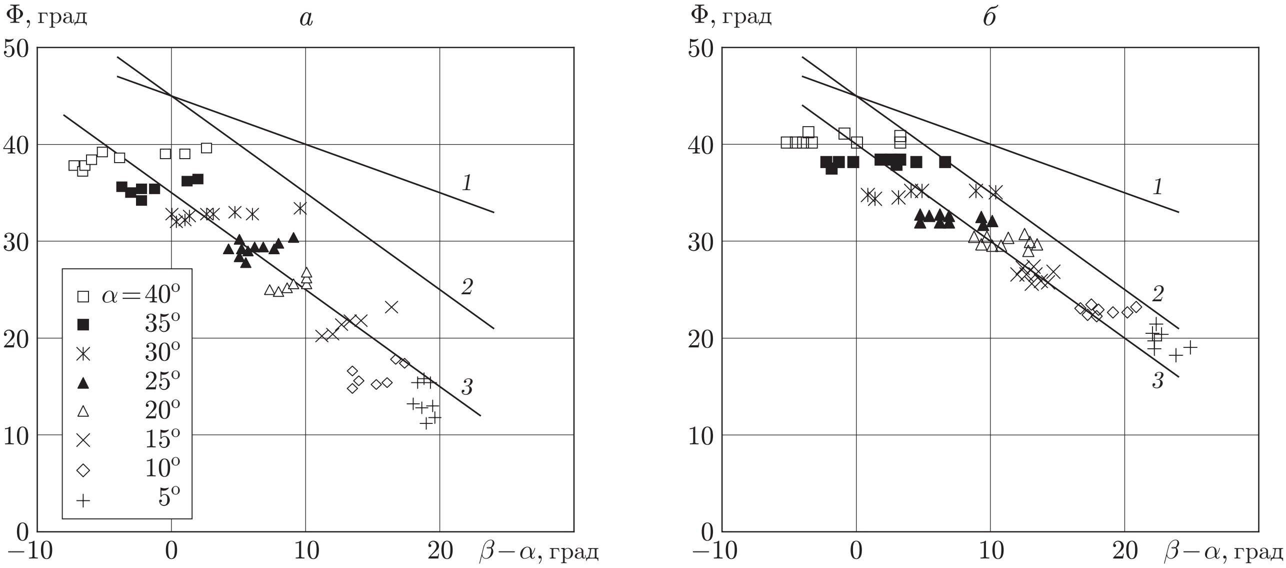

Рис. 5. Зависимость угла сдвига Φ от $\beta - \alpha$:
а — $v = 10{,}3$ м/мин, *б* — $v = 27{,}7$ м/мин; точки — экспериментальные данные [4]; линии *1–3* — результаты расчета по формулам (1), (6), (7) соответственно при $\varphi = 20^\circ$ (*а*) и $\varphi = 10^\circ$ (*б*)

передних углах α и глубинах резания a построим зависимости $F_s(l)$ и $F_n(l)$ по формулам

$$F_s = F_c \cos\Phi - F_t \sin\Phi, \qquad F_n = F_c \sin\Phi - F_t \cos\Phi, \qquad l = a/\sin\Phi.$$

Далее методом наименьших квадратов построим линейную зависимость $F_s(l)$. В качестве компоненты пассивной силы, параллельной плоскости сдвига, примем $F_{s0} = F_s(0)$. Аналогично определим компоненту пассивной силы $F_{n0} = F_n(0)$. Проекции силы $\boldsymbol{F}_0$ в направлениях резания F_{c0} и подачи F_{t0} можно вычислить по формулам

$$F_{c0} = F_{s0} \cos\Phi + F_{n0} \sin\Phi, \qquad F_{t0} = F_{n0} \cos\Phi - F_{s0} \sin\Phi. \tag{12}$$

Корректируя на пассивную силу данные опытов [4] с помощью рассмотренного выше метода [5], при скорости резания $v = 27{,}7$ м/мин хорошее соответствие экспериментальных и рассчитанных по формуле (7) зависимостей угла сдвига получаем при $\varphi = 16^\circ$. Для $v = 52{,}1$ м/мин хорошее согласование экспериментальных данных [4], скорректированных на пассивную силу, и обобщенного решения Ли — Шеффера (7) получается при $\varphi = 6^\circ$. Сравнение результатов расчета и экспериментальных данных показывает, что решение по формуле (7) удовлетворительно соответствует эксперименту. При этом по мере уменьшения переднего угла α угол внутреннего трения также уменьшается.

В работе [3] в результате расчетов для стали марки NE 9445 получены значения $F_{s0} = 0{,}072$ кН, $F_{n0} = 0{,}26$ кН. Используя формулы (12), (11), определим средний угол трения β. В табл. 1, 2 приведены значения средних углов трения β, β_0, вычисленные по формулам (12) для $F_0 = 0$, $F_0 \ne 0$ соответственно. В табл. 2 приведены также экспериментальные значения угла сдвига Φ и расчетные значения Φ_1, Φ_2, Φ_0: значение Φ_1 определено по формуле (1), Φ_2 — по формуле (2) при $\varphi = 13^\circ$ и $F_0 = 0$, значение Φ_0 определено по формуле (2) при $\varphi = 16^\circ$ с учетом пассивной силы. Результаты, приведенные в табл. 2, показывают, что учет силы сопротивления на режущей кромке позволяет получить хорошее соответствие результатов эксперимента и расчета по формуле (2) для угла сдвига и не меняет основного вывода работы [3].

4. Влияние среднего нормального напряжения на пластичность. Большое количество критических замечаний [5–9] относится к предположению М. Е. Мерчанта [3]

Таблица 1

Значения угла сдвига Φ и среднего угла трения β, определенные без учета пассивной силы

Номер эксперимента	v, м/мин	a, мм	α, град	Φ, град	F_c, кН	F_t, кН	f	β, град
1	60	0,094	10	17	1,646	1,214	1,05	46,4
2	122	0,094	10	19	1,601	1,259	1,12	48,2
3	196	0,094	10	21,5	1,463	0,965	0,95	43,4
4	361	0,094	10	25	1,348	0,747	0,81	39,0
5	122	0,094	−10	16,5	1,850	1,713	0,64	32,8
6	194	0,094	−10	19	1,708	1,450	0,59	30,3
7	354	0,094	−10	22	1,584	1,170	0,50	26,5
8	165	0,028	10	19	0,565	0,449	1,13	48,5
9	165	0,059	10	18,5	1,076	0,827	1,09	47,5
10	165	0,094	10	21,5	1,495	1,005	0,96	43,9
11	165	0,200	10	25	2,691	1,401	0,77	37,5
12	165	0,028	−10	12,5	0,805	0,881	0,77	37,6
13	165	0,059	−10	16	1,312	1,294	0,69	34,6
14	165	0,094	−10	19	1,784	1,557	0,60	31,1
15	165	0,200	−10	22,5	3,105	2,100	0,45	24,1

Таблица 2

Значения угла сдвига Φ_0 и среднего угла трения β_0, определенные с учетом пассивной силы

Номер эксперимента	a, мм	l, мм	α, град	β, град	Φ, град	Φ_1, град	Φ_2, град	β_0, град	Φ_0, град
1	0,094	0,321	10	46,4	17	26,8	20,3	43,3	20,3
2	0,094	0,289	10	48,2	19	25,9	19,4	45,6	19,2
3	0,094	0,256	10	43,4	21,5	28,3	21,8	39,9	22,0
4	0,094	0,222	10	39,0	25	30,5	24,0	34,8	24,6
5	0,094	0,085	−10	32,8	16,5	23,6	17,1	31,0	16,5
6	0,094	0,187	−10	30,3	19	24,8	18,3	28,3	17,9
7	0,094	0,256	−10	26,5	22	26,8	20,3	24,0	20,0
8	0,028	0,474	10	48,5	19	25,8	19,3	38,8	22,6
9	0,059	0,331	10	47,5	18,5	26,2	19,7	43,1	20,4
10	0,094	0,289	10	43,9	21,5	28,0	21,5	40,7	21,7
11	0,200	0,251	10	37,5	25	31,2	24,7	35,4	24,3
12	0,028	0,128	−10	37,6	12,5	21,2	14,7	33,4	15,3
13	0,059	0,216	−10	34,6	16	22,7	16,2	32,3	15,9
14	0,094	0,289	−10	31,1	19	24,4	17,9	29,3	17,4
15	0,200	0,523	−10	24,1	22,5	28,0	21,5	22,7	20,6

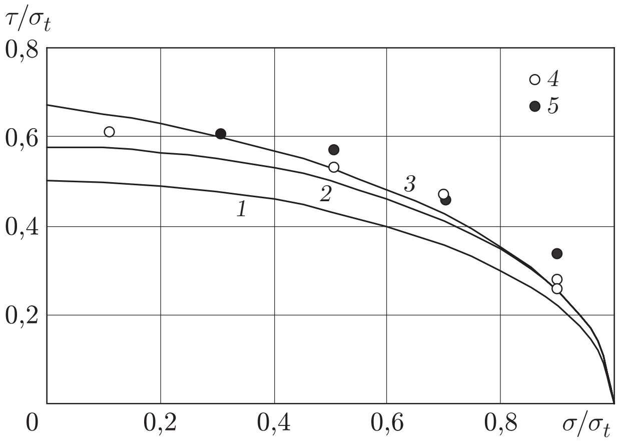

Рис. 6. Зависимости напряжений τ/σ_t от σ/σ_t на поверхности текучести:
1 — расчет по критерию Треска — Сен-Венана; *2* — расчет по критерию Губера — Мизеса; *3* — расчет по критерию Кулона — Мора при $\varphi = 20°$; *4* — эксперименты Тейлора и Квинни [17] для мягкой стали; *5* — эксперимент [12] для обезуглероженной мягкой стали

о том, что на плоскости сдвига касательное напряжение зависит от величины нормального напряжения. М. Е. Мерчант считал, что это предположение основано на работе П. В. Бриджмена [15], однако ранее отмечалось, что результаты работы [3], в частности формулу (2), можно получить, используя критерий Кулона — Мора [16]. Покажем, что для полученных в [3] углов внутреннего трения результаты решения с использованием критерия Кулона — Мора хорошо согласуются с результатами опытов на стальных образцах при совместном действии растяжения $\sigma = \sigma_x$ и кручения $\tau = \tau_{xz}$ [17]. В этом случае главные напряжения определяются по формулам

$$\sigma_1 = \sigma/2 + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}/2, \qquad \sigma_2 = 0, \qquad \sigma_3 = \sigma/2 - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}/2.$$

Подставляя данные значения напряжений в (3) и проводя некоторые преобразования, получаем эллипс Кулона — Мора

$$\Big(\frac{\sigma + 2C\operatorname{tg}\varphi}{2C/\cos\varphi}\Big)^2 + \Big(\frac{\tau}{C}\Big)^2 = 1, \tag{13}$$

где $C = (1 + \sin\varphi)\sigma_t/(2\cos\varphi)$; σ_t — предел текучести при одноосном растяжении.

На рис. 6 приведены зависимости напряжений τ/σ_t от σ/σ_t на поверхности текучести. Видно, что результаты экспериментов на стальных образцах наиболее близки к результатам, полученным с использованием критерия Кулона — Мора (13).

5. Выводы. На основе изложенного выше можно сделать следующие выводы.

Предложенное в работе решение для угла сдвига (7), являющееся обобщением решения Ли — Шеффера, удовлетворительно согласуется с результатами экспериментов [4].

Учет силы сопротивления на режущей кромке позволяет получать удовлетворительное соответствие результатов эксперимента и расчета по формуле (2) для угла сдвига и не меняет основного вывода работы [3].

При близких по значению параметрах резания (скорость резания и передний угол резца) данные опытов [3, 4] хорошо согласуются с результатами решения (2).

Для полученных в [3] углов внутреннего трения результаты расчета с использованием критерия Кулона — Мора удовлетворительно согласуются с результатами опытов на стальных образцах при совместном действии растяжения и кручения [17] и могут применяться в задачах резания металлов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ernst H., Merchant M. E.** Chip formation, friction and high quality machined surfaces // Trans. ASME. 1941. V. 29. P. 299–378.
2. **Lee E. H., Shaffer B. W.** The theory of plasticity applied to a problem of machining // Trans. ASME. Ser. E. 1951. V. 73. P. 405–413.
3. **Merchant M. E.** Mechanics of the metal cutting process // J. Appl. Phys. 1945. V. 16, N 5/6. P. 267–318.
4. **Eggleston D. M., Herzog R., Thomsen E. G.** Observations on the angle relationships in metal cutting // Trans. ASME. Ser. B. J. Engng Industry. 1959. V. 81. P. 263–279.
5. **Бейли Дж., Бусройд Г.** Критический обзор некоторых работ по механике резания металлов // Конструирование и технология машиностроения. 1968. № 1. С. 53–62.
6. **Зорев Н. Н.** Вопросы механики процесса резания металлов. М.: Машгиз, 1956.
7. **Клушин М. И.** Резание металлов: Элементы теории пластического деформирования срезаемого слоя. М.: Машгиз, 1956.
8. **Хилл Р.** Математическая теория пластичности. М.: Гостехтеоретиздат, 1956.
9. **Томсен Э.** Механика пластических деформаций при обработке металлов / Э. Томсен, Ч. Янг, Ш. Кобаяши. М.: Машиностроение, 1969.
10. **Быковцев Г. И.** Теория пластичности / Г. И. Быковцев, Д. Д. Ивлев. Владивосток: Дальнаука, 1998.
11. **Кабалдин Ю. Г.** Математическое моделирование самоорганизующихся процессов в технологических системах обработки резанием / Ю. Г. Кабалдин, А. И. Олейников, А. М. Шпилев, А. А. Бурков. Владивосток: Дальнаука, 2000.
12. **Хромов А. И.** Деформация и разрушение жесткопластических тел. Владивосток: Дальнаука, 1996.
13. **Хромов А. И.** Разрушение жесткопластических тел. Константы разрушения / А. И. Хромов, О. В. Козлова. Владивосток: Дальнаука, 2005.
14. **Егорова Ю. Г., Каверзина С. А., Хромов А. И.** Резание и разрушение идеальных жесткопластических тел // Докл. РАН. 2002. Т. 385, № 4. С. 490–493.
15. **Bridgman P. W.** On torsion combined with compression // J. Appl. Phys. 1943. V. 14. P. 273–283.
16. **Коврижных А. М.** Жесткопластическая модель образования стружки скалывания при резании металлов // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 4. С. 179–186.
17. **Разрушение:** В 8 т. Т. 2. Математические основы теории разрушения. М.: Мир, 1975. С. 336–520.

Поступила в редакцию 29/V 2007 г.,
в окончательном варианте — 6/XII 2007 г.