

ТЕОРИЯ ДЕТОНАЦИИ В ШИРОКИХ ТРУБАХ

Ю. А. Николаев

(Новосибирск)

В [1] решена задача о детонации с потерями при простейшем виде кинетики химических реакций. Предполагается, что скорость тепловыделения резко растет с повышением температуры, влияние других параметров не учитывается. В [2] на примере реакций водорода с кислородом показано, что в детонационных процессах резкий рост скорости реакции при повышении температуры характерен лишь в период индукции, однако суммарный тепловой эффект в зоне индукции пренебрежимо мал (часто даже отрицателен). Основное тепловыделение обязано реакциям рекомбинации, скорость которых от температуры зависит очень слабо (и может даже убывать с ростом T) и определяется в основном плотностью и составом смеси. При приближении температуры к максимуму скорость тепловыделения резко падает из-за процессов диссоциации, энергия активации которой составляет ~ 100 ккал/моль. Подобная зависимость скорости тепловыделения от температуры должна иметь место для большинства горючих газов.

Расстояние до поверхности Чепмена — Жуге в [1] оценивается на основании экспериментальных данных о снижении скорости детонации без привлечения модели кинетики.

В данной работе предложена модель, позволяющая оценить влияние потерь на параметры газовой детонации в широких трубах и расстояние до поверхности Чепмена — Жуге. Под широкими трубами будем понимать одномерные каналы с произвольной формой поперечного сечения, гидравлический диаметр которых (четверенное отношение площади поперечного сечения к периметру) настолько превосходит размер ячейки, что можно пренебречь влиянием пульсаций, вызванных неустойчивостью фронта детонации.

В работе приняты следующие обозначения: x — координата, отсчитываемая от фронта детонации, t — время, d — гидравлический диаметр трубы, a — размер ячейки детонации, l — длина зоны релаксации, D — скорость детонации, u — массовая скорость газа в системе фронта, c_f , c_e — «замороженная» и «равновесная» скорости звука, γ — показатель адиабаты, $M = u/c_f$ — число Маха, ρ , p , T — плотность, давление и температура газа, R — газовая постоянная, μ , μ_i — молекулярные веса смеси и компонентов, μ_{\min} , μ_{\max} — молекулярные веса в атомарном состоянии и при «дошедшей до конца» реакции, r_i , ω_i — мольные доли компонентов и скорости их изменения, H_i , U_i — энтальпия и химическая потенциальная энергия, компонент, i_0 — начальная энтальпия смеси, λ — коэффициент сопротивления, τ — касательное напряжение на стенках трубы, q — плотность теплового потока через стенки, Q — тепловой эффект реакции, E — средняя энергия диссоциации продуктов ($E \sim 110$ ккал/моль), K_+ — осредненная константа скорости рекомбинации, ν — динамическая вязкость. Индексы 0 и * относятся к начальному состоянию смеси и в плоскости Чепмена — Жуге соответственно. Остальные обозначения приведены в тексте.

Правило отбора скорости детонации

Правило отбора — это проблема замыкания системы алгебраических уравнений состояния, сохранения массы, импульса, энергии, описывающих одномерное стационарное движение химически активного газа при наличии примыкающей «сзади» нестационарной волны разрежения.

Указанная система четырех уравнений при фиксированном параметре D связывает между собой переменные p , ρ , T , u , μ , I , а также величины потерь импульса и тепла за счет влияния стенок трубы. Видно, что уравнений на четыре меньше, чем неизвестных. Полная энтальпия I — известная функция температуры и состава смеси, молекулярный вес μ — известная функция состава смеси. Дополняя систему дифференциальными уравнениями, описывающими химические реакции и влияние трения и теплоотвода, можно рассчитать распределение всех параметров в стационарной зоне. При наличии «сзади» волны разрежения система уравнений будет иметь особенность при переходе через звуковую (в системе координат, связанной с фронтом) скорость. При этом система уравнений будет иметь решение при единственном значении параметра D . Поиск условий, обеспечивающих существование решения, и составляет проблему правила отбора скорости детонации.

Рассмотрим систему уравнений, описывающую одномерное движение газа в стационарной зоне в системе координат, связанной с фронтом,

$$\begin{aligned} d/dx \cdot (\rho u) &= 0, \\ d/dx \cdot (p + \rho u^2) &= 4\tau/d, \\ \rho u \cdot d/dx [u^2/2 + \sum (H_i + U_i) r_i / \mu] &= 4\tau u/d - 4q/d, \\ RT/\mu &= p/\rho, \quad \mu = \sum \mu_i r_i, \\ u \cdot dr_i/dx &= \omega_i. \end{aligned}$$

Здесь во втором и третьем уравнениях учтены потери импульса, диссипация энергии за счет трения о стенки трубы и теплоотвод в стенки. Скорости химических реакций ω_i являются функциями состояния. Разрешив эту систему относительно производных, можно получить уравнение

$$\begin{aligned} \left(u^2 - \gamma_f \frac{RT}{\mu} \right) \left(\gamma_f - 1 \right) \frac{du}{dx} &= \frac{1}{\mu} \sum \left\{ H_i + U_i - \right. \\ &\left. - \frac{\mu_i}{\mu} \left[\sum (H_j + U_j) r_j - \frac{\gamma_f}{\gamma_f - 1} RT \right] \right\} \omega_i + \frac{4q}{\rho u d} + \frac{4\tau}{d(\gamma_f - 1)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\gamma_f = \sum \frac{dH_i}{dT} r_i \left(\sum \frac{dH_i}{dT} r_i - R \right)$.

Данное уравнение имеет особенность при $u^2 = \gamma_f p / \rho = c_f^2$. Покажем, что эта точка принадлежит стационарной зоне.

Нестационарная волна разрежения примыкает к стационарной зоне вдоль поверхности слабого разрыва. Выписав уравнения нестационарного одномерного движения газа и химических реакций ($dr_i/dt = \omega_i$), можно показать, что скорость распространения слабого разрыва равна c_f . Следовательно, точка $u = c_f$ ограничивает стационарную зону.

При $u = c_f$ левая часть (1) обращается в нуль. Для существования решения необходимо, чтобы и правая часть при $u = c_f$ обращалась в нуль. Это условие и составляет искомое правило отбора. В частности, при $d \rightarrow \infty$ в точке $u = c_f$ должно наблюдаться химическое равновесие ($\omega_i = 0$). Экспериментально это показано в [3].

При наличии потерь для поиска D необходимо знать их уровень в точке $u = c_f$. Оценим влияние потерь, используя приближенное уравнение химической кинетики.

Оценка влияния стенок трубы на параметры детонации

Для оценки влияния стенок воспользуемся следующими моделями трения и теплоотвода [4] и кинетики [2]:

$$\begin{aligned} \tau &= \lambda/8 \cdot \rho (D-u)^2, \\ q &= \lambda/8 \cdot \rho (D-u) \cdot \gamma/(\gamma-1) \cdot RT/\mu, \\ d\mu/dt &= 4K_+ \rho^2/\mu \cdot (1-\mu/\mu_{\max})^2 - A\rho(\mu/\mu_{\min}-1)e^{-E/RT}, \\ dQ/d\mu &= E/\mu^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда стационарное одномерное движение продуктов детонации (с постоянным $\gamma = \gamma_1$) будет описываться системой уравнений

$$\begin{aligned} \rho u &= \rho_0 D, \\ p + \rho u^2 &= p_0 + \rho_0 D^2 + \alpha, \\ \gamma/(\gamma-1) \cdot p/\rho + u^2/2 &= i_0 + D^2/2 + Q + \beta, \\ p/\rho &= RT/\mu, \quad M^2 = u^2 \rho/\gamma p, \quad Q = E(1/\mu_1 - 1/\mu), \end{aligned} \quad (3)$$

где μ_1 — постоянная интегрирования; α и β в уравнениях сохранения импульса и энергии, отражающие влияние стенок трубы, могут быть вычислены по формулам

$$\alpha = \int_0^x \frac{\lambda}{2d} \rho (D-u)^2 dx, \quad (4)$$

$$\beta = - \int_0^x \frac{\lambda}{2d} (D-u)^2 \left[\frac{1}{(\gamma-1) M^2 (\rho/\rho_0 - 1)} - 1 \right] dx. \quad (5)$$

Система (3) позволяет рассматривать параметры p , ρ , T , μ , u , Q , как функции переменных α , β , M^2 , в частности,

$$\frac{d\mu}{dt} = u \left[\frac{\partial \mu}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dx} + \frac{\partial \mu}{\partial \beta} \frac{d\beta}{dx} + \frac{\partial \mu}{\partial (M^2)} \frac{d(M^2)}{dx} \right].$$

Дифференцируя (3) по α , β , M^2 , получим систему линейных уравнений относительно производных, решение которых с учетом (3) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu}{\partial (M^2)} &= \mu \frac{\gamma RT}{(\gamma-1) E M^2 (1 + \gamma M^2)} \cdot (1 - M^2), \\ \frac{\partial \mu}{\partial \alpha} &= \mu \frac{\gamma RT}{(\gamma-1) E p} \cdot \left(1 + \frac{1 - M^2}{1 + \gamma M^2} \right), \\ \frac{\partial \mu}{\partial \beta} &= - \mu \frac{\mu}{E}, \\ \frac{\partial T}{\partial (M^2)} &= - T \frac{\gamma RT}{(\gamma-1) E M^2 (1 + \gamma M^2)} \left[M^2 - 1 + \frac{(\gamma-1) E}{\gamma RT} (\gamma M^2 - 1) \right], \\ \frac{\partial T}{\partial \alpha} &= T \frac{2\mu\gamma}{\rho (\gamma-1) E (1 + \gamma M^2)} \left[\gamma + \frac{(\gamma-1) E}{\gamma RT} + (\gamma-1) (M^2 - 1) \right]; \\ \frac{\partial T}{\partial \beta} &= - T \frac{\mu}{E}, \\ \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial (M^2)} &= - \frac{1}{u} \frac{\partial u}{\partial (M^2)} = \frac{1}{\rho u^2} \frac{\partial p}{\partial (M^2)} = - \frac{1}{M^2 (1 + \gamma M^2)}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial \alpha} = -\frac{1}{u} \cdot \frac{\partial u}{\partial \alpha} = -\frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial \alpha} = -\frac{1}{p(1+\gamma M^2)},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial \beta} - \frac{\partial u}{\partial \beta} - \frac{\partial p}{\partial \beta} = 0.$$

Тогда из (2) следует

$$\frac{\gamma R T u (1-M^2)}{(\gamma-1) E M^2 (1+\gamma M^2)} \cdot \frac{d(M^2)}{dx} = 4K_+ \frac{\rho^2}{\mu^2} \left(1 - \frac{\mu}{\mu_{\max}}\right)^2 -$$

$$- A \frac{\rho}{\mu} \left(\frac{\mu}{\mu_{\min}} - 1\right) e^{-E/RT} - \frac{\lambda}{2d} \cdot \frac{\gamma \mu u (D-u)^2}{(\gamma-1) E} \left[\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma M^2 (\rho/\rho_0 - 1)} + \frac{1-M^2}{1+\gamma M^2} \right]. \quad (7)$$

Начальное условие для уравнения (7) достаточно задать по порядку величины:

$$0 < M^2|_{x=0} \approx 0,1 \ll 1.$$

Разобьем промежуток интегрирования ($0,1 \ll M^2 \leq 1$) на две зоны. Протяженность первой, включающей в себя зону индукции и основного тепловыделения, заведомо меньше размера ячейки многофронтной детонации (иначе ячейка не существовала бы). Вторая — зона релаксации, параметры в которой незначительно отличаются от параметров в точке $M=1$. Условимся, что в начале зоны релаксации $M \approx 0,9$.

Исследуем уравнение (7) в зоне релаксации. При $M=1$ левая, а следовательно, и правая часть (7) обращаются в нуль. Разделив (7) на $\rho/\mu(\mu/\mu_{\min} - 1)$ и обозначив правую часть буквой F , разложим ее в окрестности точки $M=1$ в ряд:

$$F = \left[\frac{\partial F}{\partial (M^2)} \right]_* (M^2 - 1) + \left[\frac{\partial^2 F}{\partial (M^2)^2} \right]_* \frac{(M^2 - 1)^2}{2} +$$

$$+ \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dx} + \frac{\partial F}{\partial \beta} \cdot \frac{d\beta}{dx} \right)_* (x - x_*) + \dots \quad (8)$$

Полагая, что последний член правой части (7), содержащий $\lambda/2d$, мал по сравнению с первыми двумя в отдельности, и пренебрегая мало-значущими членами разложения в зоне релаксации, с помощью (4) — (8) получим

$$a_1(1-M^2) \cdot dM^2/dx = a_2(M^2-1) + a_3(M^2-1)^2 - a_4 \cdot \lambda(x-x_*)/2d, \quad (9)$$

где

$$a_1 = \frac{\gamma R T_* \mu_*}{(\gamma^2 - 1) E \cdot 4K_+ \rho_*^2 / \mu_*^2 \cdot (1 - \mu_*/\mu_{\max})^2},$$

$$a_2 = \frac{(\gamma-1) E}{(\gamma+1) R T_*} - \frac{1}{\gamma+1},$$

$$a_3 = \frac{3\gamma-2}{2(\gamma^2-1)} + \frac{\gamma R T_*}{2(\gamma^2-1) E} \cdot \frac{2\mu_{\max}\mu_* - (\mu_{\max} + \mu_*)\mu_{\min}}{(\mu_{\max} - \mu_*)(\mu_* - \mu_{\min})} +$$

$$+ \frac{1}{(\gamma+1)^2} \cdot \frac{E}{R T_*} - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1} \cdot \frac{E}{R T_*} \right)^2,$$

$$a_4 = \frac{2}{(\gamma-1)} + \frac{2}{\gamma(\gamma+1)} \cdot \frac{E}{R T_*} + \frac{(\gamma+1) R T_*}{\gamma(\gamma-1) E} \cdot \frac{2\mu_{\max}\mu_* - (\mu_{\max} + \mu_*)\mu_{\min}}{(\mu_{\max} - \mu_*)(\mu_* - \mu_{\min})}.$$

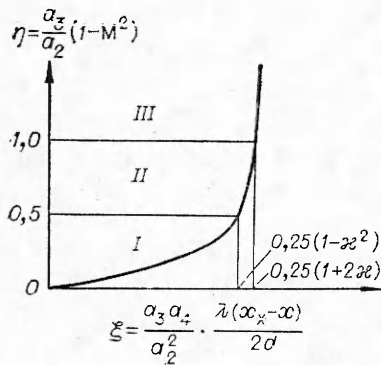
В этих формулах использовано приближенное значение степени сжатия $\rho_*/\rho_0 = (\gamma+1)/\gamma$. Численные значения коэффициентов a_i для некоторых смесей и результаты последующих расчетов приведены в таблице. Значения γ , T_* и μ_* взяты из [5].

Номер смеси	Смесь	a_2	a_3	a_4	$\frac{\lambda l}{2d} \cdot 10^3$	$\frac{\alpha_*}{\rho_* \mu_*} \cdot 10^3$	$\frac{-\beta_*}{L^2} \cdot 10^3$	$\frac{l/d}{\left(\frac{\mu_* d}{a} \sim 10\right)}$	$\frac{d}{a}$	$\frac{L}{d}$
1	$2\text{H}_2 + \text{O}_2$	0,97	5,2	30	1,5	0,6	1,6	0,23	170	10
2	$2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 3\text{Ar}$	1,9	3,2	26	11	3,2	5,4	1,4	8	30
3	$\text{C}_2\text{H}_2 + 2,5\text{O}_2$	1,1	3,8	20	4,0	1,4	2,9	0,4	50	20
4	$\text{C}_2\text{H}_2 + 2,5\text{O}_2 + 10,5\text{Ar}$	2,4	1,5	21	20	5,6	7,5	3,7	3	30

Заменой переменных $\frac{\lambda(x_* - x)}{2d} = \frac{a_2^2}{a_3 a_4} \xi$, $1 - M^2 = \frac{a_2}{a_3} \eta$ уравнение (9) приводится к виду

$$\kappa \eta \cdot d\eta/d\xi = -\eta + \eta^2 + \xi, \quad (10)$$

где $\kappa = \frac{\lambda}{2d} \cdot \frac{a_1 a_4}{a_2^2}$. Поскольку a_1 по порядку величины равна длине зоны основного тепловыделения (характерное время рекомбинационных процессов равно $\mu_*^2/4K_+ \rho_*^2 (1 - \mu_*/\mu_{\max})^2$), а $\lambda \sim 10^{-2}$, то для широких труб (определение которых будет уточнено ниже) $\kappa \ll 1$.



Начальными условиями¹ для (10) являются $\eta(0) = 0$; интегрирование следует вести до значения $\eta \approx 0,2a_3/a_2$, соответствующего $M \approx 0,9$. Промежуток интегрирования разделим на три зоны (см. рисунок): I — область, где $\kappa \cdot d\eta/d\xi \ll 1$, II — $\kappa \cdot d\eta/d\xi \sim 1$, III — $\kappa \cdot d\eta/d\xi \gg 1$. В области I достаточно точным является решение:

$$\eta = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\xi}}{2}, \quad 0 \leq \xi < \frac{1}{4} - \frac{\kappa^2}{4}.$$

В конце области I $\eta \approx 0,5$, $M = \sqrt{1 - a_2/2a_3}$. Протяженность области II $\Delta\xi$ по порядку величины составляет $\kappa/2$, а η достигает значения ~ 1 . В области III η возрастает экспоненциально с показателем ξ/κ и при изменении ξ на 2κ увеличивается на порядок. При этом, по крайней мере, часть этой области заведомо лежит за пределами зоны релаксации. Следует различать два случая. Если область I целиком содержится в зоне релаксации (смеси 1 и 3, см. таблицу), то с точностью до величины порядка κ началу релаксации ($\eta = 0,2a_3/a_2$) соответствует значение $\xi = 0,25$, или в прежних переменных

$$\frac{\lambda l}{2d} = 0,25 \frac{a_2^2}{a_3 a_4}, \quad \text{если } 0,4 \cdot \frac{a_3}{a_2} \geq 1. \quad (11)$$

При этом l практически не зависит от выбора начала зоны ($M \approx 0,9$).

Если, наоборот, зона релаксации целиком содержится в области I (смеси 2 и 4), то выбор ее начала существенно влияет на l , которая может быть определена из формулы

$$\lambda l/2d \approx 0,2 \cdot a_2/a_4 (1 - 0,2 \cdot a_3/a_2), \quad \text{если } 0,4 \cdot a_3/a_2 < 1. \quad (11a)$$

¹ Через особую точку $\eta = \xi = 0$ («седло») в области $d\eta/d\xi > 0$ проходит единственная интегральная кривая, что позволяет выбрать эту точку в качестве начальной.

Полагая, что l составляет большую часть расстояния от фронта детонации до поверхности Чепмена — Жуге, можно оценить потери тепла и импульса. Поскольку в зоне релаксации параметры незначительно отличаются от параметров в точке $M=1$, то из (4) и (5) следует

$$\alpha_* \approx \rho_0 D^2 / \gamma (\gamma + 1) \cdot \lambda l / 2d,$$

$$\beta_* \approx -D^2 / (\gamma - 1) (\gamma + 1)^2 \cdot \lambda l / 2d.$$

Отсюда, в частности, следует, что относительная величина потерь в широких трубах не зависит ни от диаметра трубы, ни от коэффициента трения. Таким образом, уравнения, описывающие «идеальную» детонацию, нельзя получить предельным переходом при $d \rightarrow \infty$ или $\lambda \rightarrow 0$. Физически этот результат легко трактуется: при увеличении диаметра расстояние до поверхности Чепмена — Жуге ($M=1$) увеличивается, а отношение площади боковой поверхности трубы в зоне реакции к поперечному сечению остается постоянным. Поэтому уровень потерь и не стремится к нулю. Аналогично при $\lambda \rightarrow 0$ поверхность Чепмена — Жуге отодвигается от фронта, а величина $\lambda l / d$ остается постоянной.

Оценим разность параметров «идеальной» детонации и детонации в широких трубах. Параметры детонации в широких трубах в точке Чепмена — Жуге и ее скорость вполне определяются системой (3), дополненной условиями: $M=1$, $\alpha = \alpha_*$, $\beta = \beta_*$, $F=0$ (правая часть (7)). Обозначим θ отношение последнего члена F к первому, характеризующее степень неравновесности реакции:

$$\theta \approx (\gamma + 1)^2 / \gamma^2 \cdot a_1 \lambda / 2d \sim 10^{-2} \cdot a_1 / l \ll 1.$$

Малость θ объясняется так же, как и малость κ . Линеаризуя зависимость решения дополненной системы уравнений по параметрам α , β , θ , получим

$$\begin{aligned} (D - D') / D' &\approx \alpha_* / \rho_0 D^2 - RT' / 2E \cdot \theta, \\ (T_* - T') / T' &\approx -RT' / E (\theta + \alpha_* / \rho_0 D^2), \\ (p_* - p') / p' &\approx -\alpha_* / \rho_0 D^2 - RT' / E \cdot \theta, \\ (\rho_* - \rho') / \rho' &\approx -\alpha_* / \rho_0 D^2, \quad (u_* - u') / u' \approx -RT' / 2E \cdot \theta, \\ (\mu_* - \mu') / \mu' &\approx \gamma RT' / (\gamma + 1)^2 E \cdot (\alpha_* / \rho_0 D^2 - \beta_* / D^2) - \gamma (\gamma^2 - 1) / 2 (\gamma + 1)^2 \times \\ &\quad \times (RT' / 2E)^2 \theta, \end{aligned}$$

где штрихом помечены параметры «идеальной» детонации (с условием $u = c_f$). Отсюда и из таблицы, в частности, видно, что влияние потерь в широких трубах пренебрежимо мало. Полученные результаты позволяют проверить правильность сделанных при решении уравнения (7) упрощений.

Расстояние до поверхности Чепмена — Жуге

Оценим число Рейнольдса в зоне релаксации для смеси $2H_2 + O_2$:

$$Re = \rho_* (D - u_*) d / \nu \sim 5 \cdot 10^4 d / a.$$

Для других смесей отклонение Re в меньшую сторону возможно не более чем на порядок. Как будет ниже показано, в широких трубах $d/a \gg 1$, поэтому для оценки λ можно использовать формулу [4].

$\lambda = 0,32/\text{Re}^{0,25} \sim 10^{-2}$. Тогда с помощью (11) или (11a) можно вычислить

$$l/d = 6\text{Re}^{0,25} \cdot (\lambda l/2d).$$

Расстояние от фронта детонации до поверхности Чепмена — Жуге может быть больше длины зоны релаксации на величину порядка размера ячейки.

Теперь можно уточнить понятие «широкая труба». Для этого оценим затухание турбулентных пульсаций скорости, вызванных неустойчивостью фронта. Согласно экспериментальным данным [6], затухание турбулентности можно описать формулой

$$\varepsilon/\varepsilon_0 = 1/(1+t/t_0)^n, \quad (12)$$

где ε и ε_0 — текущий и начальный средние квадраты пульсационной скорости; $n = 1,2 \div 1,5$ и зависит от геометрии решетки; t_0 — характерное время затухания турбулентности, зависящее от ее характера. В начальный момент $\text{Re} \sim 5 \cdot 10^4$ (относительно размера ячейки), и можно принять гипотезу Колмогорова [6] о наличии инерционного интервала. Тогда

$$\left. \frac{d\varepsilon}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{\varepsilon_0^{3/2}}{L_0},$$

где L_0 — характерный продольный масштаб турбулентности, связанный с характерным размером множителем $1/2\pi$. Учитывая сжатие в непосредственной близости от фронта ($(\gamma+1)/\gamma < \sigma < (\gamma_0+1)/(\gamma_0-1)$), получим $L_0 = b/2\pi\sigma \sim a/\pi\sigma$, где b — продольный размер ячейки. Полагая $\varepsilon_0 \sim (D/\sigma)^2$ и дифференцируя (12), найдем t_0 . Подставив полученное значение t_0 в (12), получим

$$\varepsilon = D^2/\sigma^2 (1 + \pi n D t/a)^n.$$

При малых ε и $t \approx x/u_* = x(\gamma+1)/\gamma D$

$$\varepsilon \approx D^2/\sigma^2 \cdot [\gamma/\pi n (\gamma+1) \cdot a/x]^n. \quad (13)$$

Это формула не учитывает работы турбулентности при расширении газа. Без учета вязкого затухания в [7] найдена оценка: $\varepsilon \sim \sqrt{\rho}$. Вводя эту зависимость просто множителем в (13) при $x=l$, получим

$$\varepsilon_* \approx D^2 \sqrt{(\gamma+1)/\gamma} \sigma^5 \cdot [\gamma/\pi n (\gamma+1) \cdot a/l]^n. \quad (14)$$

Отметим, что при $x \approx a$ величина $\varepsilon \approx 0,01 D^2$. Относительная величина пульсаций скорости $\sqrt{\varepsilon}/u$ при $x \approx a$ приближенно равна 0,2 и убывает примерно как $\sqrt{a/x}$. Этим объясняется возможность оптической визуализации шлейфов и неоднородностей на расстоянии нескольких десятков ячеек от фронта, хотя их энергия становится пренебрежимо малой.

Примем, что влиянием пульсаций можно пренебречь, если $\rho_* \varepsilon_* \ll \alpha_*$ (отсюда следует такое же соотношение для производных) из (14), тогда

$$l/a \gg \gamma/\pi n (\gamma+1) \cdot (\rho_0 D^2/\alpha_*)^{1/n} \cdot [(\gamma+1)^3/\gamma^3 \sigma^5]^{1/2n}.$$

Производя оценку правой части сверху ($n=1,2$, $\sigma = (\gamma+1)/\gamma$) и переходя от отношения l/a к отношению d/a , получим количественный критерий понятия широкой трубы (см. таблицу). Предположим, что значения n и σ равны средним геометрическим их предельных возможных

значений, тогда допустимые значения d/a получим на порядок ниже.

Оценим влияние стенок трубы на течение продуктов за поверхностью Чепмена — Жуге. Назовем характерным расстоянием спада скорости продуктов в лабораторной системе отсчета (L) отношение $\left(\frac{D-u}{du/dx}\right)_*$. Градиент скорости в точке $M=1$ можно вычислить по формуле

$$du/dx = du/\partial(M^2) \cdot d(M^2)/dx + du/\partial\alpha \cdot d\alpha/dx + du/\partial\beta \cdot d\beta/dx.$$

Используя (4) и (6) и учитывая, что $(d\eta/d\xi)_* = 1$, находим

$$\frac{L}{d} = \frac{2(\gamma+1)}{\lambda(\gamma a_4/a_2 + 1)}.$$

Применение этой формулы возможно, если удаление детонационной волны от места инициирования значительно превышает $2L$, т. е. если волной разрежения, идущей от торца трубы, можно пренебречь.

В [8] экспериментально показано, что поверхность Чепмена — Жуге лежит заведомо не ближе $0,1d$ (измерялось положение точки $D-u \geq c$), что не противоречит результатам настоящей работы. Наибольшее возможное расстояние до поверхности Чепмена — Жуге ($(0,3-0,4)d$) в [8] измерялось лишь в разлетающихся трубках, при этом скорость детонации падала приблизительно на 50 м/с. Поскольку при переходе через звуковую поверхность расширение трубки эквивалентно интенсивному теплоотводу, в этих опытах формирование поверхности Чепмена — Жуге определялось в основном не трением о стенки, а разлетом трубки, что исключает возможность использования этих данных для сравнения.

Сформулируем основные результаты работы:

1. Выведено правило отбора скорости детонации в широких трубах.
2. Система уравнений с учетом потерь при $d \rightarrow \infty$ не приводится к «идеальной» модели. Уровень потерь имеет ненулевую асимптотику.
3. Получены формулы для определения расстояния до поверхности Чепмена — Жуге в широких трубах. Приведен количественный критерий понятия широкой трубы.
4. Оценена протяженность зоны основного спада скорости продуктов детонации за поверхностью Чепмена — Жуге.

Поступила в редакцию
25/IV 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, А. С. Комнаниец. Теория детонации. М., Гостехиздат, 1955.
2. Ю. А. Николаев. ФГВ, 1978, 14, 4.
3. А. А. Васильев, Т. П. Гавриленко, М. Е. Топчиян. ФГВ, 1973, 9, 2.
4. И. П. Гинзбург. Прикладная гидрогазодинамика. Л., изд. ЛГУ, 1958.
5. Ю. А. Николаев, М. Е. Топчиян. ФГВ, 1977, 13, 3, 393.
6. А. С. Монин, А. М. Яглом. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М., «Наука», 1967.
7. Ю. А. Николаев, М. Е. Топчиян.— В сб.: Горение и взрыв. М., «Наука», 1977.
8. A. A. Vasiliev, T. P. Gavrilenko, M. E. Topchian. Astronautica Acta, 1972, 17, 4—5, 499.