

5. Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред.— М.: Наука, 1987.— Т. 1.— 464 с.
6. Смоляков В. К. Макроструктурные превращения в процессах безгазового горения // ФГВ.— 1990.— 26, № 3.— С. 55—61.
7. Смоляков В. К. Горение гетерогенных систем, образующих конденсированные продукты, в условиях макроструктурных превращений.— Деп. в ВИНТИ, 27.06.90, № 3672—В90.
8. Смоляков В. К. Изменение пористости при горении гетерогенных систем с частично газообразным продуктом // ФГВ.— 1992.— 28, № 3.
9. Скороход В. В. Реологические основы теории спекания.— Киев: Наук. думка, 1972.— 149 с.
10. Гольдштик М. А. Процессы переноса в зернистом слое.— Новосибирск: ИТФ, 1984.— 163 с.
11. Ковальченко М. С. Теоретические основы горячей обработки пористых материалов давлением.— Киев: Наук. думка, 1980.— 240 с.

г. Новокузнецк

Поступила в редакцию 20/VI 1992

УДК 536.46

С. А. Кириллов, В. В. Клубович, И. М. Котин, М. М. Кулак

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС ПОД ДЕЙСТВИЕМ МАССОВЫХ СИЛ В ПРОЦЕССЕ СВС

Предложена модель гетерогенной среды, состоящей из туго- и легкоплавкого компонентов, позволяющая учесть конвективный теплоперенос под действием массовых сил. Получена система уравнений, описывающая стационарное распространение фронта горения с учетом конвективного теплопереноса. В капиллярном режиме горения получены выражения для скорости и температуры горения.

Внешние воздействия на процесс самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС), например, массовые силы [1], магнитное поле [2], ультразвуковые колебания [3], изменяют скорость горения и продукты реакции [4].

В данной работе теоретически рассматривается воздействие массовых сил на распространение волны горения в процессе СВС. Реакционная смесь предполагается состоящей из легкоплавкого (металл) и тугоплавкого (неметалл) компонентов. Расплавленный металл растекается по капиллярам, образованным тугоплавким компонентом. Капиллярное растекание наблюдалось экспериментально в работе [5] и исследовано теоретически в [6], где среда моделировалась набором независимых сферических реакционных ячеек. Такое рассмотрение возможно, поскольку капиллярное растекание происходило только под воздействием сил поверхностного натяжения, которые также препятствуют вытеканию расплава за пределы ячеек (действием силы тяжести пренебрегали). Если же учитывать воздействие и массовых сил, то расплав может покинуть пределы реакционных ячеек. Поэтому модель среды должна предполагать возможность перетекания расплава из одной ячейки в другую.

Предполагается, что среда состоит из цилиндрических частиц легкоплавкого компонента высотой b и площадью основания S ($b \ll S^{1/2}$), равномерно распределенных среди сферических частиц неплавящегося компонента радиусом $r_0 \ll b$ (см. рисунок *a*). Гетерогенная среда моделировалась набором цилиндрических ячеек длиной L и площадью основания S , которые выстроены друг за другом, соприкасаясь торцами, тем самым образуя длинные цилиндры (см. рисунок *б*). Частицы реагента металла расположены в середине каждой ячейки соосно с ней. Вся среда состоит из набора таких длинных параллельно расположенных цилиндров. Ближайшие вдоль длины цилиндры частицы компонента металла из разных цилиндров сдвинуты друг относительно друга на любое расстояние, меньшее $(L - b)$, в силу предполагаемой равномерности распределения частиц легкоплавкого компонента.

Модель гетерогенной среды.

a — структура элементарной ячейки; b — модель среды.

Размеры реакционной ячейки считаются малыми по сравнению с толщиной зоны прогрева. Пористость тугоплавкого компонента равна m , поэтому в предположении равенства плотностей реагентов стехиометрический размер частицы

$$b = L[(1 - m)v_1\alpha_1] / [(1 - m)v_1\alpha_1 + v_2\alpha_2].$$

Здесь индексы 1 и 2 соответствуют легкоплавкому и тугоплавкому компонентам; v_j — стехиометрические коэффициенты ($i = 1, 2$); α_i — молекулярные массы реагентов. Размеры пор r_n считаются одинаковыми. Принимается модель реакционной диффузии, распределением температуры по объему ячейки пренебрегаем, так как $D/a \ll 1$, где D и a — коэффициенты диффузии и температуропроводности [7]. Число ячеек в единице объема среды $M = (SL)^{-1}$, общая функция тепловыделения равна сумме функций тепловыделения в каждой ячейке [7]. Массовые силы направлены вдоль цилиндров.

Согласно [6], по достижении температуры плавления $T_{пл}$ металла в среде будут одновременно идти процессы растекания расплава металла по порам (характерное время t_k), и химическая реакция между текущим расплавом и стенками пор (t_p). Время t_k определяется длиной ячейки $L - b$, поверхностным натяжением расплава σ (считаем, что растекание происходит только вдоль цилиндра) и ускорением G за счет массовых сил;

$$t_p = r_n^2 / D(T),$$

где $D(T) = k_0 \exp(-E/RT)$; T — температура, k_0 — предэкспоненциальный множитель; E — энергия активации диффузии; R — газовая постоянная [7]. В зависимости от отношения $\epsilon = t_p/t_k$ возможны два режима: капиллярный ($\epsilon \ll 1$), в котором тепловыделение лимитируется стадией капиллярного растекания, и кинетической ($\epsilon \gg 1$), где лимитирующий фактор — химическая реакция.

В капиллярном режиме тепловыделение определяется степенью растекания расплава по порам, в кинетическом первоначально весь расплав растекается, а далее происходит химическая реакция. Подобную стадию наблюдали экспериментально [8].

Капиллярное растекание описывается уравнением Левича [9]. Поскольку при наличии массовой силы существует выделенное направление вдоль G , то необходимо отдельно рассматривать растекание вдоль и против G . Направление массовой силы, совпадающее с распространением фронта считаем положительным. В этом случае уравнения имеют вид

$$\frac{dl_1}{dt} = (r_n^2 / 8\mu) [(2\sigma / r_n l_1) + \rho G], \quad (1)$$

$$\frac{dl_2}{dt} = (r_n^2 / 8\mu) [(2\sigma / r_n l_2) - \rho G], \quad (2)$$

где l_1, l_2 — пути, пройденные расплавом вдоль и против G соответственно; μ — вязкость; ρ — плотность расплава; t — время. Запишем решения уравнений (1), (2) с начальными условиями $l_1 = 0, l_2 = 0$ при $t = 0$:

$$l_1/l_0 - \ln(1 + l_1/l_0) = t/t_0, \quad -l_2/l_0 - \ln(1 - l_2/l_0) = t/t_0, \quad (3)$$

$l_0 = 2\sigma / r_n \rho G$; $t_0 = 16\mu\sigma / r_n^3 (\rho G)^2$. Если $t \ll t_0$, то $l_1 = l_2 \approx (r_n t \sigma / 2\mu)^{1/2}$, при $t \gg t_0$ $l_1 \approx l_0 [t/t_0 + \ln(t/t_0)]$, $l_2 \approx l_0 (1 - \exp(-t/t_0))$.

Тепловыделение в процессе химической реакции зависит в обоих режимах от заполненности капилляров ξ расплавом в одной ячейке. Величина ξ определяется как отношение объема заполненных расплавом капилляров $V_{\text{зан}}(t) = mS(l_1(t) + l_2(t))$ к полному их объему в одной ячейке $V_{\text{пол}} = mS(L - b)$. Таким образом,

$$\xi(t) = V_{\text{зан}}(t)/V_{\text{пол}} = \xi_1(t) + \xi_2(t),$$

где $\xi_i(t) = l_i(t)/(L - b)$.

Поскольку скорость тепловыделения зависит как от степени превращения реагентов, так и от заполненности пор расплавом, слагаемое в уравнении теплопроводности, описывающего тепловыделение на единицу объема, находится из выражения

$$MmS(L - b) \frac{Q}{c_p} \frac{\partial(\xi\eta)}{\partial t}.$$

Здесь Q — тепловой эффект реакции на единицу массы; c_p — удельная теплоемкость; $\eta = \delta/r_s$ — степень превращения тугоплавкого реагента (δ — толщина слоя продукта, образовавшегося на частице этого реагента). Множитель $mS(L - b)$ представляет собой объем ячейки, в которой идет химическая реакция.

Уравнение теплопроводности по всей совокупности ячеек при стационарном распространении фронта волны горения имеет вид

$$u \frac{dT}{dx} \pm mv \frac{d}{dx} [(\xi_1 + \xi_2) \xi(\eta) (T - T_{\text{пл}} + H(T_{\text{пл}})/c_p)] = a \frac{d^2T}{dx^2} + mu \left(1 - \frac{b}{L}\right) \frac{Q}{c_p} \frac{d(\xi\eta)}{dx}, \quad (4)$$

u — скорость распространения волны горения $v = r_{\text{п}}^2 \rho G / 8\mu$; $\xi(\eta)$ — функция, учитывающая расходование расплава в химической реакции; $H(T_{\text{пл}})$ — энтальпия расплава при $T = T_{\text{пл}}$, в которой учтена скрытая теплота плавления; знак минус соответствует положительной, а плюс — отрицательной массовой силе.

Запишем уравнение для степени превращения:

$$u \frac{d\eta}{dx} = D(T) f(\eta), \quad (5)$$

$$f(\eta) = r_s^{-n-1} \eta^{-n},$$

тогда уравнения Левича (1), (2) примут вид

$$u \frac{d\xi_1}{dx} = \frac{r_{\text{п}}^2}{8\mu(L - b)} \left(\frac{2\sigma}{r_{\text{п}} \xi_1 (L - b)} + \rho G \right), \quad (6a)$$

$$u \frac{d\xi_2}{dx} = \frac{r_{\text{п}}^2}{8\mu(L - b)} \left(\frac{2\sigma}{r_{\text{п}} \xi_2 (L - b)} - \rho G \right). \quad (6b)$$

Граничные условия для системы (4) — (6)

$$x = 0: T = T_{\text{пл}}, \quad \xi_1 = \xi_2 = 0, \quad \eta = 0, \quad \frac{dT}{dx} = \frac{u}{a} (T_{\text{пл}} - T_0),$$

$$x \rightarrow \infty: T = T_r, \quad \xi_i = \xi_{ik} \leq \xi_{in}, \quad \eta = 1, \quad \frac{dT}{dx} = 0.$$

Здесь T_r — конечная температура; ξ_{ik} — конечные значения ξ_i ; $T_0 = T_0 - \kappa b / (c_p L)$ — эффективная начальная температура; T_0 — начальная температура; κ — скрытая теплота плавления единицы массы металла; ξ_{in} — предельные значения ξ_i , которые могут быть достигнуты при полном растекании, причем $\xi_{in} = \xi_{1n} + \xi_{2n} = b / [m(L - b)]$.

Рассмотрим решение задачи (4) — (7) для случая капиллярного режима. В приближении $r_{\text{п}}(L - b) \rho G / 2\sigma \ll 1$ она запишется следующим обра-

зом (для простоты считаем $\zeta(\eta) = 1$):

$$u \frac{dT}{dx} \pm mv \frac{d}{dx} \left\{ (\xi_1 + \xi_2) \left[T - T_{пл} + \frac{H(T_{пл})}{c_p} \right] \right\} = a \frac{d^2 T}{dx^2} +$$

$$+ m \left(1 - \frac{b}{L} \right) u \frac{Q}{c_p} \frac{d(\xi_1 + \xi_2)}{dx},$$

$$u \frac{d\xi_1}{dx} = \frac{\alpha}{\xi_1} + \frac{v}{L-b}, \quad (7)$$

$$u \frac{d\xi_2}{dx} = \frac{\alpha}{\xi_2} - \frac{v}{L-b},$$

$$\alpha = r_{\pi} \sigma / 4\mu (L-b)^2.$$

Поскольку предполагается рассмотреть малые и линейные по v добавки к скорости u_0 (u_0 — скорость распространения фронта при $v=0$), то в уравнениях для ξ_2 отбросим слагаемые с v , ибо в сумме $\xi_1 + \xi_2$ они дают члены выше первого порядка по v . Тогда

$$u \frac{dT}{dx} \pm 2mv \frac{d}{dx} \left\{ \xi_1 \left(T - T_{пл} + \frac{H(T_{пл})}{c_p} \right) \right\} = a \frac{d^2 T}{dx^2} + 2u \frac{\tilde{Q}}{c_p} \frac{d\xi_1}{dx}, \quad (8)$$

$$u \frac{d\xi_1}{dx} = \frac{\alpha}{\xi_1}, \quad (9)$$

$$x=0: \quad T = T_{пл}, \quad \xi_1 = 0, \quad \frac{dT}{dx} = \frac{u}{a} (T_{пл} - T_{\theta}), \quad (10a)$$

$$x \rightarrow \infty: \quad T = T_{\Gamma}, \quad \xi_1 = \xi_{1\Gamma} \leq \xi_{1\pi}, \quad \frac{dT}{dx} = 0, \quad (10b)$$

$$\tilde{Q} = mQ(1-b/L).$$

Первый интеграл (10) имеет вид

$$a \frac{dT}{dx} = (u \pm 2mv\xi_1) T \pm 2mv\xi_1 \left(\frac{H(T_{пл})}{c_p} - T_{пл} \right) - uT_{\theta} - 2u(\tilde{Q}/c_p)\xi_1, \quad (11)$$

откуда, удовлетворив граничному условию (10б), получим конечную температуру

$$T_{\Gamma} = \left[u \left(T_{\theta} + \frac{2\tilde{Q}\xi_{1\Gamma}}{c_p} \right) \mp 2mv\xi_{1\Gamma} \left(\frac{H(T_{пл})}{c_p} - T_{пл} \right) \right] / (u \pm 2mv\xi_{1\Gamma}). \quad (12)$$

Разделив (11) на (9), находим

$$\frac{dT}{d\xi_1} = \frac{u \xi_1}{a\alpha} - \left[\left(1 \pm \frac{2mv\xi_1}{u} \right) T \pm \frac{2mv\xi_1}{u} \left(\frac{H(T_{пл})}{c_p} - T_{пл} \right) - T_{\theta} - \frac{2\tilde{Q}\xi_1}{c_p} \right] \quad (13)$$

с граничными условиями

$$\xi_1 = 0: \quad T = T_{пл}, \quad \xi_1 = \xi_{1\Gamma}, \quad T = T_{\Gamma}.$$

Интегрируя (13) с граничными условиями, получаем уравнение для определения u :

$$T_{пл} - T_{\theta} = -A_{\pm} \int_0^{\xi_{1\Gamma}} \left(1 \pm \frac{2mv\xi}{u} \right)^{-2} \exp \left[-\frac{u^2}{a\alpha} \left(\frac{\xi^2}{2} \pm \frac{2mv\xi^2}{3u} \right) \right] d\xi, \quad (14)$$

$$A_{\pm} = (\pm 2mv/u) (H(T_{пл})/c_p + T_{\theta} - T_{пл}) - 2Q/c_p.$$

В силу малости рассматриваемых v ищем решение в виде $u = u_0 + \delta u$; $|\delta u/u_0| \ll 1$. Используя разложение в ряд по v и δu в подынтегральном выражении и в A_{\pm} и оставляя только слагаемые, линейные по v и δu , получаем следующие результаты: при $T_{пл} \rightarrow T_{\theta}$

$$u \simeq u_0 \mp vH(T_{пл}) [Q(1-b/L)]^{-1}, \quad (15)$$

при $T_{\Gamma}^0 \rightarrow T_{\text{пл}}$

$$u \simeq u_0 \mp vH(T_{\text{пл}})[2Q(1 - b/L)]^{-1}(T_{\text{пл}} - T_{\text{в}})/(T_{\Gamma}^0 - T_{\text{пл}}), \quad (16)$$

где $T_{\Gamma}^0 = T_{\text{в}} + 2\tilde{Q}\xi_{1\text{к}}/c_p$ — конечная температура при $v = 0$. В выражениях (15), (16) верхний знак — для отрицательного направления массовой силы, нижний — для положительного. Из (15), (16) видно, что чем больше энтальпия расплава при $T = T_{\text{пл}}$, тем сильнее изменяется скорость распространения фронта массовой силой; чем больше тепловой эффект реакции, тем меньше влияние массовой силы на скорость фронта горения. Поскольку $u_0 \sim b^{-1}$ [6], то чем больше размер частиц плавящегося реагента, тем больше изменение относительной скорости u/u_0 при действии массовой силы, что наблюдали в [1]. Из (12), (15) и (16) получим выражения для конечной температуры

$$\begin{aligned} T_{\Gamma} &\simeq T_{\Gamma}^0 + (2mv\xi_{1\text{к}}/u_0)(H(T_{\text{пл}}) + 2\tilde{Q}\xi_{1\text{к}})/c_p && \text{при } T_{\text{пл}} \rightarrow T_{\text{в}}, \\ T_{\Gamma} &\simeq T_{\Gamma}^0 + (2mv\xi_{1\text{к}}/u_0)(H(T_{\text{пл}}))/c_p && \text{при } T_{\Gamma}^0 \rightarrow T_{\text{пл}}, \end{aligned}$$

(правило знаков то же, что и в (15), (16)).

Из последних соотношений видно, что при положительном направлении действия массовой силы T_{Γ} повышается по сравнению со случаем отсутствия массовой силы, при противоположном — понижается. С увеличением размера частиц плавящегося компонента T_{Γ} меняется сильнее, так как $u_0 \sim b^{-1}$. Падение T_{Γ} по сравнению с адиабатической можно объяснить выносом тепла конвективным потоком из области вблизи фронта горения, а ее увеличение связано, по-видимому, с локализацией за счет конвективного переноса выделившегося в реакции тепла в некоторой части сгоревшего слоя вблизи фронта горения. Подобное явление сверхадиабатического перегрева зоны реакции впервые теоретически описано для фильтрационного горения в [10].

При достаточно большой отрицательной массовой силе возможен переход капиллярного режима в кинетический. В данном случае под кинетическим режимом понимается полное растекание расплава до начала химической реакции, конвективный теплоперенос осуществляется за счет столбика расплава, движущегося под действием только массовой силы, капиллярные силы, действующие с обеих сторон столбика, скомпенсированы.

Рассмотрим задачу (4)–(7) в кинетическом режиме ($\xi_1 + \xi_2 \simeq \xi_{\text{к}}$, примем $\xi(\eta) = 1 - \eta$) для отрицательного действия массовой силы:

$$u \frac{dT}{dx} + mv\xi_{\text{к}} \frac{d}{dx} \left[(1 - \eta)(T - T_{\text{пл}} + \frac{H(T_{\text{пл}})}{c_p}) \right] = a \frac{d^2T}{dx^2} + u \frac{\tilde{Q}}{c_p} \xi_{\text{к}} \frac{d\eta}{dx}, \quad (17)$$

$$u \frac{d\eta}{dx} = k_{\text{д}} f(\eta) \exp(-E/RT) \quad (18)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} x = 0: \quad T &= T_{\text{пл}}, \quad \eta = 0, \quad \frac{dT}{dx} = \frac{u}{a}(T_{\text{пл}} - T_{\text{в}}) + (mv\xi_{\text{к}}/a)H(T_{\text{пл}})/c_p, \\ x \rightarrow \infty: \quad T &= T_{\Gamma}, \quad \eta = 1, \quad \frac{dT}{dx} = 0. \end{aligned}$$

Последнее слагаемое в граничном условии для $\frac{dT}{dx}$ при $x = 0$ связано с конвективным тепловым потоком. Подобное же слагаемое должно присутствовать и в (10а), но в капиллярном режиме предполагается $\xi_1 = \xi_2 = 0$, при $x = 0$.

Первый интеграл уравнения (17) имеет вид

$$a \frac{dT}{dx} = u(T - T_{\text{в}} - \tilde{Q}\xi_{\text{к}}\eta/c_p) + mv\xi_{\text{к}}(1 - \eta)(T - T_{\text{пл}} + H(T_{\text{пл}})/c_p). \quad (19)$$

Удовлетворив граничному условию при $x \rightarrow \infty$, получим конечную температуру $T_r = T_s + \bar{Q}_{\xi_K}/c_p$, которая равна T_r^0 . Разделив (18) на (19) и, используя метод узкой зоны, получим

$$\frac{u^2}{a} \int_0^1 \frac{(1-\eta) d\eta}{f(\eta)} \left[\frac{\bar{Q}_{\xi_K}}{c_p} + \frac{mv\xi_K}{z} (T_r - T_{пл} + H(T_{пл})/c_p) \right] = k_0 \int_{T_{пл}}^{T_r} e^{-E/RT} dT. \quad (20)$$

При $v = 0$

$$(\bar{Q}_{\xi_K}/c_p) (\tilde{u}_0^2/a) \int_0^1 \frac{(1-\eta) d\eta}{f(\eta)} = k_0 \int_{T_{пл}}^{T_r^0} \exp(-E/RT) dT,$$

где \tilde{u}_0 — скорость распространения фронта горения при $v = 0$ в предположении реализации кинетического режима. Из (19) и (20) с учетом $T_r = T_r^0$ определяется u :

$$u^2 + u\omega - \tilde{u}_0^2 = 0, \quad \omega = mv [c_p(T_r - T_{пл}) + H(T_{пл})] Q. \quad (21)$$

Решение (21) имеет вид

$$u \simeq \tilde{u}_0 - 0,5\omega \quad \text{при} \quad \omega \ll \tilde{u}_0, \\ u \simeq \tilde{u}_0^2/\omega \quad \text{при} \quad \omega \gg \tilde{u}_0.$$

Таким образом, при большой отрицательной массовой силе скорость фронта горения уменьшается обратно пропорционально v .

Рассмотрим влияние массовой силы в случае реализации кинетического режима при $v = 0$. Для этого оценим отношение второго слагаемого в левой части выражения (17) к первому:

$$\frac{mv\xi_K}{u_0} = \frac{m\xi_K}{u_0} \frac{r_{пл}^2 \rho G}{8\mu}.$$

Подставив в последнее выражение $u_0 \approx 1$ см/с, $\xi_K \approx 1$, $m \approx 0,6$, $r_{пл} \approx r_s \approx 10^{-5}$ см, $\rho = 4$ г/см³ [11], $\mu \approx 10^{-2}$ г/(см·с) (для титана) получим $mv\xi_K/u_0 \approx 10^{-9} G$. В эксперименте [1] достигалось $G \approx 10^6$ см/с², даже при таком G рассматриваемое отношение остается много меньшим единицы. Следовательно, при кинетическом режиме влиянием массовой силы можно пренебречь.

В [1] в случае малых частиц металла скорость распространения фронта горения под действием массовой силы не изменялась. Оценим теперь отношение таких же слагаемых в (8) для капиллярного режима с учетом (9), (11): $(mr_{пл}^3 \sigma \rho a G / 16 \mu^2 u_0^3 b^2 \xi)$; подставив $b \approx 10^{-1}$ см [1], $a \approx 10^{-2}$ см²/с (для смеси TiB) [12], $\sigma \approx 10^3$ г/с² (для титана), получим, что отношение имеет порядок $10^{-9} G/\xi$. Очевидно, что вблизи $x = 0$, где $\xi \ll 1$, это отношение даже при малых G может быть сравнимым с единицей. Следовательно, слагаемое, описывающее конвективный перенос тепла в (9), важно в случае $\xi \ll 1$, т. е. когда $T \approx T_{пл}$. Факт существенности конвективного слагаемого именно при $T \approx T_{пл}$, по-видимому, объясняет наличие множителя $H(T)$ при $T = T_{пл}$ в выражениях (15), (16).

Определим возможность реализации кинетического режима при больших отрицательно направленных G , учитывая, что в случае G в образце образуются трещины [4] с размером $r_{тр} > r_s$. Пусть $r_{тр} \approx 10^2$, $r_s \approx 10^{-3}$ см, тогда при $G \approx 10^6$ см/с² $t_{тр} \approx 10^{-3}$ с (см. (3)); для времени прогрева смеси $t_{пр}$ от $T_{пл}$ до T_r в предположении $\omega \gg \tilde{u}_0$ получим

$$t_{пр} \approx \left(\frac{a}{\tilde{u}_0^2} \right) (m\xi_K)^2 \left(\frac{r_{пл}^2 \rho G}{8\mu} \right)^2 \approx 1 \text{ с.}$$

Таким образом, $t_k \ll t_{np}$, т. е. кинетический режим может реализовываться. Зависимость, подобная $u \sim G^{-1}$, наблюдалась в [1]. Получить плато на $(u/u_0)(G)$ при положительном направлении массовой силы в рамках предложенной модели не удастся, поскольку не учитывается кристаллизация расплава, попадающего в область с температурой $T < T_{пл}$.

Предложенная в работе модель конвективного теплопереноса позволяет описывать влияние массовой силы на скорость распространения фронта горения и конечную температуру. Полученные результаты косвенно согласуются с экспериментальными данными [1].

Приложение

Получим конвективное слагаемое, входящее в уравнение теплопроводности (4). В интегральном виде конвективное слагаемое описывает перенос тепла через поверхность Φ рассматриваемого объема V за счет течения жидкой фракции:

$$\oint_{\Phi} \xi(\eta) m \rho h (\vec{\omega} d\vec{\sigma}),$$

где $\vec{\omega}$ — скорость жидкой фракции; h — теплосодержание единицы объема жидкости; m — множитель, описывающий ту долю поверхности, которую пересекает жидкость при течении в пористой среде, он равен объемной пористости среды [13]; $\xi(\eta)$ — функция, дающая долю расплава, неизрасходованного в химической реакции.

При описании модели среды сказано, что ближайшие вдоль длины цилиндра металлические частицы из разных цилиндров сдвинуты друг относительно друга на любое расстояние, меньшее $(L - b)$. Тогда вероятность обнаружить основание металлического цилиндра на расстоянии $l \leq (L - b)$ от произвольной плоскости, проведенной перпендикулярно осям цилиндров, равна $l/(L - b)$.

В качестве объема V выберем цилиндр длиной L и площадью основания Σ с осью, параллельной осям реакционной ячейки. Предполагаем, что Σ достаточно велика, чтобы вид функции вероятности сохранялся при определении доли металлических частиц, находящихся на расстоянии l от оснований цилиндра V . Конвективным переносом тепла через боковую поверхность объема V пренебрегаем, так как $b \ll S^{1/2}$. Вычислим конвективный поток через левое основание цилиндра V , имеющее координату x , в момент времени t . Считаем, что G направлено вдоль x .

Металлические частицы, расплав от которых достиг точки x в момент t , находятся на расстояниях, меньших $l_1(x, t)$, слева (первая группа частиц) и на расстояниях, меньших $l_2(x, t)$, справа от нее (вторая группа частиц) рассматривается явная зависимость l_1 и l_2 от x , так как растекание в каждой ячейке начинается по достижении температуры $T_{пл}$ в данной ячейке. Доля таких частиц соответственно равна $l_1/(L - b)$ и $l_2/(L - b)$.

Скорости растекания расплава во всех ячейках первой и второй групп считаем одинаковыми и равными соответственно $\partial l_1/\partial t$ и $\partial l_2/\partial t$. Это возможно, ибо $D/a \ll 1$, и все частицы каждой группы расположены на длине, не превосходящей $L - b$, т. е. все частицы достигли $T_{пл}$ практически одновременно. Тогда находим тепловой поток через левое основание (нормаль внешняя):

$$m \rho \xi(\eta) (L - b)^{-1} \left\{ -l_1 \frac{\partial l_1}{\partial t} + l_2 \frac{\partial l_2}{\partial t} \right\} \left[\int_{T_{пл}}^T c_p(\tilde{T}) d\tilde{T} + H(T_{пл}) \right] \Sigma,$$

где выражение в квадратных скобках представляет собой теплосодержание единицы массы расплава при T ; в $H(T_{пл})$ учтена скрытая теплота плавления металла. Тепловой поток через правое основание цилиндра,

расположенное при $x + \Lambda$, описывается выражением (нормаль внешняя):

$$m\rho\zeta(\eta)(L-b)^{-1}\left\{l_1\frac{\partial l_1}{\partial t}-l_2\frac{\partial l_2}{\partial t}\right\}\left[\int_{T_{пл}}^T c_p(\tilde{T})d\tilde{T}+H(T_{пл})\right]\Sigma.$$

Учитывая (1), (2), получим

$$(L-b)^{-1}\left\{l_1\frac{\partial l_1}{\partial t}-l_2\frac{\partial l_2}{\partial t}\right\}=v(\xi_1+\xi_2),$$

$$\xi_i=l_i/(L-b).$$

Считаем, что $c_p(T)$ не зависит от температуры при $T \geq T_{пл}$, тогда полный поток через поверхность цилиндра находим по формуле

$$\rho m v \Sigma \{ [c_p(T - T_{пл}) + H(T_{пл})] \zeta(\eta) (\xi_1 + \xi_2) |_{x+\Lambda} - [c_p(T - T_{пл}) + H(T_{пл})] \zeta(\eta) (\xi_1 + \xi_2) |_x \} \simeq \rho m v \Sigma \Lambda \frac{\partial}{\partial x} [\zeta(\eta) (\xi_1 + \xi_2) \times [c_p(T - T_{пл}) + H(T_{пл})]].$$

Разделив этот поток на объем $V = \Sigma \Lambda$ и $c_p \rho$, получим конвективный член в уравнении теплопроводности (4):

$$m v \frac{d}{dx} [(\xi_1 + \xi_2) \zeta(\eta) (T - T_{пл} + H(T_{пл})/c_p)].$$

При изменении направления G на обратное величина v поменяет знак. Вид конвективного слагаемого не изменится в случае полного растекания расплава; расплав будет двигаться под действием только массовой силы, так как капиллярные силы, действующие с обеих сторон растекающегося расплава, скомпенсированы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кирдяшкин А. И., Максимов Ю. М., Некрасов Е. А. Влияние массовых сил на горение гетерогенных систем с конденсированными продуктами реакции // ФГВ.— 1986.— 22, № 1.— С. 23—26.
2. Кирдяшкин А. И., Максимов Ю. М., Мержанов А. Г. Влияние магнитного поля на горение гетерогенных систем с конденсированными продуктами реакции // Там же.— 22, № 6.— С. 65—72.
3. Клубович В. В., Кулак М. М., Мальцев В. М. Исследование влияния ультразвуковых колебаний на процесс горения смесей порошков титан — кремний // Докл. АН БССР.— 1991.— 35, № 3.— С. 231—234.
4. Клубович В. В., Кулак М. М., Чеботько И. С. Рентгеноструктурные исследования силицидов титана, синтезированных при воздействии ультразвуковых колебаний // Вестн АН БССР. Сер. физ.-техн. наук.— 1991.— № 1.— С. 67—70.
5. Шкиро В. М., Боровинская И. П. Капиллярное растекание жидкого металла при горении смесей титана с углеродом // ФГВ.— 1976.— 12, № 6.— С. 945—948.
6. Некрасов Е. А., Максимов Ю. М., Зиятдинов М. Х. и др. Влияние капиллярного растекания на распространение волны горения в безгазовых системах // Там же.— 1978.— 14, № 5.— С. 26—33.
7. Хайкин Б. И. К теории процессов горения в гетерогенных конденсированных средах // Процессы горения в химической технологии и металлургии/Под ред. А. Г. Мержанова.— Черногловка: ОИХФ АН СССР, 1975.— С. 227—244.
8. Левашов Е. А., Богатов Ю. М., Миловидов А. А. Макрокинетика и механизм СВС-процесса в системах на основе титан — углерод // ФГВ.— 1991.— 27, № 1.— С. 88—93.
9. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика.— М.: Физматгиз, 1959.
10. Алдушин А. П., Сенлярский Б. С. Распространение волны экзотермической реакции в пористой среде при продуве газа // Докл. АН СССР.— 1978.— 241, № 1.— С. 72—75.
11. Андронов В. Н., Чекин Б. В., Нестеренко С. В. Жидкие металлы и шлаки.— М.: Металлургия, 1977.
12. Зенин А. А., Мержанов А. Г., Нерсисян Г. А. Структура тепловой волны в некоторых процессах СВС // Докл. АН СССР.— 1980.— 250, № 4.— С. 880—884.
13. Ярин Л. П., Сухов Г. С. Основы теории горения двухфазных сред.— Л.: Энергоатомиздат, 1987.

г. Витебск

Поступила в редакцию 9/XII 1991,
после доработки — 26/VI 1992