

ти потока тепла из-за излучения. Таким образом, при данных параметрах плазмотрона излучение играет определяющую роль в процессе теплообмена.

Факт сильного влияния излучения на теплообмен при взаимодействии электрической дуги с потоком газа был отмечен ранее в работе [5], где рассматривалась дуга в турбулентном потоке аргона при атмосферном давлении.

Профили продольной и поперечной компонент скорости представлены на фиг. 4. Поперечная компонента скорости на пяти калибрах значительно возрастает в токопроводной зоне. Продольная компонента скорости также возрастает, но ее профиль остается близким к параболическому.

Следует отметить, что оба конвективных члена в уравнении энергии (1.1) имели один порядок. На фиг. 5 сплошной кривой нанесен первый конвективный член, пунктиром — второй, отнесенные к одной и той же величине. Приведенные данные соответствуют сечению на расстоянии четырех калибров от входа.

Авторы благодарят А. Т. Онуфриева за внимание к работе.

Поступила 21 X 1968

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Даутов Г. Ю. Положительный столб электрической дуги в потоке. ПМТФ, 1963, № 4.
2. Skifstad J. G. Analysis of the flow and heat transfer processes in a tube arc for heating a gas stream. AIAAJ. 1963, vol. 1, No. 8.  
Рус. перев.: Скифстед Д. Г. Анализ течения и процессов теплообмена при нагреве потока газа стабилизированной цилиндрической дугой. Ракетная техника и космонавтика, 1963, № 8, стр. 184.
3. Jedlicka J. R., Stine H. A. Axial flow through the wall — constricted direct current arc — comparison of theory and experiment. IEEE Trans. Nucl. Sci., 1964, vol. 11, No. 1.
4. Watson V. R. Comparison of detailed numerical solutions with simplified theories for the characteristics of the constricted — arc plasma generator. Proc. 1965 Heat Transfer and Fluid Mech. Inst. Los Angeles, Calif. Stanford, Calif., Univ. Press, 1965.
5. Онуфриев А. Т., Севастьяненко В. Г. The influence of radiation energy transport accounting for self-absorption on heat transfer process for an Electric arc in turbulent argon flow. Proc. III international heat transfer conf., Chicago, Illinois, 1966, vol. 5, N. Y. Amer. Inst. Chem. Engrs., 1966.
6. Worsoe — Schmidt P. M., Leppert G. Heat transfer and friction for laminar flow of gas in a circular tube at high heating rate. Internat. J. heat Mass transfer, 1965, vol. 8, No. 10.
7. Ветлужкий В. Н., Севастьяненко В. Г. Исследование теплообмена с учетом излучения при течении газа в трубе. ПМТФ, 1968, № 5.
8. Онуфриев А. Т., Севастьяненко В. Г. Расчет цилиндрической электрической дуги с учетом переноса энергии излучением. Дуга в водороде при давлении 100 атм. ПМТФ, 1968. № 2.

#### ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ В КОАКСИАЛЬНОМ ПЛАЗМОТРОНЕ С ОСЕВЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ПОТОКА ГАЗА

*Б. А. Урюков (Новосибирск)*

Качественная картина взаимодействия электрической дуги с осевым магнитным полем и рабочей средой в коаксиальном плазмотроне (фиг. 1) представляется более простой, чем в плазмотроне с вихревой стабилизацией дуги, ввиду того, что для ограничения длины дуги в коаксиальном плазмотроне нет необходимости привлекать явление пробоя (шунтирования) между дугой и стенкой. Тем не менее известно аналитическое решение для формы дуги и скорости ее вращения только для случая отсутствия продольного течения газа [1].

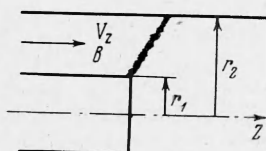
Наложение осевого течения газа усложняет задачу с той точки зрения, что механизм вовлечения в движение вдоль оси элементов дуги, возникающих на внутреннем электроде плазмотрона и движущихся к внешнему, вообще говоря, не совсем очевиден, если принимать во внимание приэлектродные эффекты. Кроме того, возникает вопрос об определении угловой скорости вращения дуги как целого, что существенным образом связано с начальными условиями существования элементов дуги на внутреннем электроде (в [1] выбор значения этой скорости не обоснован какими-либо физическими соображениями). В данном случае эта задача еще более усложнена появлением дополнительного источника влияния — осевого течения газа.

Приводится расчет идеализированной схемы поведения электрической дуги в указанных условиях. Идеализация заключается в том, что приэлектродные эффекты и явление шунтирования между дугой и электродами не принимаются во внимание и скорость вращения дуги как целого принимается постоянной во времени. Кроме того, вводится ряд предположений, которые оговариваются ниже. Цель работы состоит в выяснении, по крайней мере, качественного характера влияния таких параметров, как силы тока, магнитного поля, скорости течения газа, геометрических размеров плазмотрона, главным образом, на напряжение на дуге.

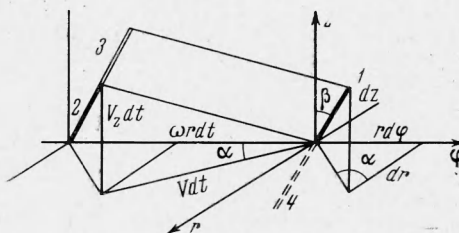
1. Схема коаксиального плазмотрона приведена на фиг. 1. Электрическая дуга горит между цилиндрическими коаксиальными электродами радиусов  $r_1$  и  $r_2$ . Под действием равномерного по длине и по радиусу магнитного поля индукции  $B$  она приводится во вращательное движение. Осевой поток с равномерной по сечению скоростью  $V_z$  сдувает дугу вдоль оси плазмотрона.

Рассмотрим детальнее картину движения элементов дуги под действием магнитного поля и потока газа (фиг. 2).

В некоторый начальный момент элемент дуги длины  $dl$  занимает положение 1 на радиусе  $r$  от оси плазмотрона. Под влиянием силы взаимодействия тока дуги и внешнего магнитного поля элемент дуги перемещается в плоскости  $r, \varphi$  (где  $\varphi$  — угол, отсчитываемый от точки соприкосновения дуги с поверхностью внутреннего электрода в рассматриваемый момент) перпендикулярно плоскости, построенной на элементе дуги и оси  $z$ , исходящей из конца элемента. По мере движения под действием электромагнитной силы элемент дуги смещается также вдоль оси  $z$  под действием потока газа. Предполагается,



Фиг. 1



Фиг. 2

что скорость движения элементов дуги вдоль оси  $z$  равна скорости потока  $V_z$ . Это предположение основано на том, что дуга не отделена от потока газа никакой жесткой границей и скорость направленного движения частиц дуги под действием аэродинамических сил не должна отличаться от скорости близлежащих частиц окружающей среды, что также подтверждается и наблюдениями движения радиальных участков дуги в плазмотронах с вихревой стабилизацией [2].

Через некоторый промежуток времени  $dt$  рассматриваемый элемент дуги займет положение 2. (При этом, однако, пренебрегается силой воздействия на участок дуги со стороны собственного магнитного поля дуги, а также закруткой потока под влиянием вращения дугового столба). Место элемента 1 на том же радиусе  $r$  займет элемент 3, пришедший из положения 4, которое он занимал в начальный момент. Приборы, следящие за вращением дуги как целого, фиксируют расстояние между элементами 1 и 3 вдоль окружности радиуса  $r$ , как  $\omega r dt$ , где  $\omega$  — угловая скорость вращения дуги. В избранной схеме рассмотрения промежуток времени  $dt$  не является произвольным, так как элемент 1 в положении 3 является продолжением элемента 2 той же длины  $dl$ , что и элемент 1. Эта картина хорошо демонстрирует то, что скорость вращения дуги, воспринимаемая приборами, не совпадает со скоростью движения отдельных элементов дуги, несмотря на то, что они объединены непрерывной стационарной во времени кривой, описывающей форму дуги. Отсюда становится также ясным и возможный механизм стабилизации дуги в коаксиальном плазмотроне (в смысле ограничения области горения дуги). Под действием магнитного поля элементы дуги, возникая на внутреннем электроде, перемещаются по направлению к внешнему электроду, исчезая на нем. Этот процесс приводит к тому, что поверхность (точнее, область толщиной порядка поперечного размера дуги), на которой могут находиться элементы дуги, пересекается с поверхностями внутреннего и внешнего электродов, «стабилизируя», таким образом, зону вращения дуги.

Скорость движения элемента дуги  $V$  под действием электромагнитной силы находится, как предложено в [3] и [1], из равновесия этой силы и силы аэродинамического сопротивления элемента, если он рассматривается как жесткий проводник с некоторым эффективным газодинамическим поперечным размером  $D$

$$IB \sin \beta = \frac{1}{2} c_f \rho V^2 D \quad (1.1)$$

Здесь  $I$  — сила тока дуги,  $\beta$  — угол между направлениями оси  $z$  и элемента дуги,  $\rho$  — плотность набегающего газа,  $c_f$  — коэффициент сопротивления элемента дуги.

Учитывая, что проекции элемента дуги длиной  $dl$  на оси цилиндрической системы координат есть  $dr$ ,  $r d\varphi$  и  $dz$ , находим

$$\sin \beta = \left( \frac{1 + (rd\varphi/dr)^2}{1 + (rd\varphi/dr)^2 + (dz/dr)^2} \right)^{1/2} \quad (1.2)$$

Из равенства углов  $\alpha$ , показанных на фиг. 1, получаем

$$\omega r / V = \sqrt{1 + (rd\varphi/dr)^2} \quad (1.3)$$

Промежуток времени  $dt$  такой, что длина элемента 2 равна длине элемента 1, поэтому из фиг. 1 имеем

$$dz = V_z dt \quad (1.4)$$

Геометрические связи приводят к соотношению

$$\frac{1}{V} \frac{dr}{dt} = \sin \alpha = \left( r \frac{d\varphi}{dr} \right) [1 + (rd\varphi/dr)^2]^{-1/2} \quad (1.5)$$

Из (1.4) и (1.5), исключая  $dt$ , получаем

$$\frac{V_z}{V} = \frac{r}{\sqrt{1 + (rd\varphi/dr)^2}} \frac{d\varphi}{dr} \frac{dz}{dr} \quad (1.6)$$

Обозначим через  $V_0$  скорость движения элементов дуги при отсутствии продольного течения газа в предположении, что остальные внешние параметры и  $c_f$  остаются неизменными. Тогда из (1.1)

$$V_0^2 = \frac{2IB}{c_f \rho D_0} \quad (1.7)$$

Здесь поставлена величина  $D_0$ , так как поперечный размер дуги, вообще говоря, должен зависеть от скорости движения элемента относительно газа. В [3] описаны эксперименты, которые позволили определить, что средняя плотность тока  $j$  поперечно обдуваемой дуги пропорциональна скорости движения газа относительно дуги. Поскольку  $j \sim I / D^2$ , можно получить

$$D / D_0 = \sqrt{V_0 / V} \quad (1.8)$$

Из сопоставления (1.1), (1.7) и (1.8) находим

$$V / V_0 = (\sin \beta)^{3/2} \quad (1.9)$$

Введем обозначения

$$\xi = \left( r \frac{d\varphi}{dr} \right)^2, \quad \zeta = \left( \frac{dz}{dr} \right)^2, \quad \Omega = \left( \frac{\omega r}{V_0} \right)^2, \quad \eta = \left( \frac{V_z}{V_0} \right)^2$$

В результате преобразований получаем систему уравнений, описывающих форму дуги

$$1 + \frac{\eta}{\Omega} \frac{1 + \xi}{\xi} = \left( \frac{1 + \xi}{\Omega} \right)^{3/2}, \quad \zeta = \frac{\eta}{\Omega} \frac{(1 + \xi)^2}{\xi} \quad (1.10)$$

Напряжение на дуге равно

$$U = \int_{r_1}^{r_2} E \sqrt{1 + \xi + \zeta} dr \quad (1.11)$$

Здесь  $E$  — напряженность электрического поля в дуге. В [3] указано, что при помощи принципа минимума напряженности получена зависимость напряженности поперечно обдуваемой дуги от скорости обдува и силы тока, подтвержденная экспериментально

$$E = c (V^2 / I)^{1/3} \quad (1.12)$$

Используя (1.12) и систему уравнений (1.10), уравнение (1.11) можно записать в виде

$$U = c \left( \frac{V_0^2}{I} \right)^{1/3} \frac{r_1}{2 \sqrt{\Omega_1}} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \left( \frac{1 + \xi}{\Omega} \right)^{3/2} d\Omega \quad (1.13)$$

Здесь  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  соответствуют значениям  $\Omega$  на радиусах  $r_1$  и  $r_2$ . При  $V_z = 0$  из первого уравнения следует, что

$$\Omega = 1 + \xi$$

В этом случае напряжение определяется соотношением

$$U_0 = c \left( \frac{V_0^2}{I} \right)^{1/3} \frac{r_1}{2 \sqrt{\Omega_{10}}} (\Omega_{20} - \Omega_{10}) \quad (1.14)$$

Поскольку угловая скорость вращения дуги  $\omega$  может зависеть от скорости обдува, то значения  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  при наличии течения газа могут отличаться от этих же величин  $\Omega_{10}$  и  $\Omega_{20}$  при отсутствии потока газа.

Интересно привести уравнение для напряжения на дуге к безразмерному виду, используя известные [4, 5] критерии подобия для дуг: критерий напряжения  $\Phi$ , критерий тока  $i$  («энергетический критерий») число Рейнольдса  $R$

$$\Phi = \frac{Ur_1\sigma}{I}, \quad i = \frac{I}{\sqrt{r_1^3\sigma h\rho V_z}}, \quad R = \frac{\rho V_z r_1}{\mu}$$

Здесь  $\sigma$  — характерная электропроводность дуги;  $\rho, h, \mu$  — характерные значения плотности, энтальпии и вязкости набегающего потока.

В качестве характерного линейного размера естественно выбрать величину  $r_1$ , что следует из формулы (1.14). Можно найти

$$\Phi = \frac{\beta}{2 \sqrt{\Omega_1} i^{4/3} \eta^{1/3}} \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} \left( \frac{1 + \xi}{\Omega} \right)^{11/12} d\Omega \quad (1.15)$$

где  $\beta$  — постоянная, по смыслу теории подобия не зависящая от свойств газовой среды и параметров дуги

$$\beta = c\sigma^{1/3} (h\rho)^{-2/3}$$

Отсюда, кроме того, следует, что напряженность электрического поля

$$E = \beta \left( \frac{h^2 \rho^2 V^2}{\sigma I} \right)^{1/3}$$

Характерно, что уравнение (1.15) показывает независимость критерия напряжения  $\Phi$  от числа Рейнольдса.

2. Первое уравнение (1.10) представим в следующем виде:

$$\Omega = \frac{1}{x} + \frac{\eta}{x^{3/2} - 1}, \quad x = \frac{1 + \xi}{\Omega} \quad (2.1)$$

Используя (2.1), можно проинтегрировать (1.15). Далее будем решать задачу приближенно, пренебрегая отличием показателя степени 11/12 в (1.16) по сравнению с 1. Это позволяет получить достаточно простое аналитическое выражение для  $\Phi$ . Интегрируя (вначале по частям), найдем

$$\Phi = \frac{2\beta}{\sqrt{\Omega_1} i^{4/3} \eta^{1/3}} [F(x_2) - F(x_1)] \quad (2.2)$$

Здесь

$$F(x) = -\ln x + \eta \left[ \frac{x}{x^{3/2} - 1} + \ln(1 + \sqrt{x} + x) - \frac{2}{3} \ln(x^{3/2} - 1) - \frac{2}{3} \arctg \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{3}} \right] \quad (2.3)$$

Без продольного течения газа (по [1]  $\Omega_{10} = 1$ ) выражение для  $\Phi$  имеет вид

$$\Phi_0 = \frac{2\beta}{i_*^{4/3}} (d^2 - 1) \quad \left( d = \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (2.4)$$

где  $i_*$  — критерий тока, определенный через скорость  $V_0$ .

Поскольку и при наличии продольного течения газа произведение  $i^{4/3} \eta^{1/3}$  не зависит от  $V_z$ , найдем отношение

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{F(x_2) - F(x_1)}{\sqrt{\Omega_1} (d^2 - 1)} \quad (2.5)$$

выражающее влияние скорости продольного течения газа на напряжение на дуге. Для замыкания системы полученных уравнений необходимо определить величину угловой скорости вращения дуги  $\omega$  (или  $\Omega_1$ ), так как приведенные выше уравнения допускают произвольное значение  $\omega$ . В [1] при отсутствии продольного течения газа принято  $\Omega_1 = 1$ . В качестве обоснования этого могут быть приведены следующие соображения:

а) условие  $\Omega = 1$  удовлетворяет принципу минимума Штеенбека [6] в формулировке: при заданных внешних условиях на дуге устанавливается минимально возможное падение напряжения;

б) при образовании элементов дуги на внутреннем электроде они должны, по-видимому, располагаться нормально к поверхности электрода. В противном случае элементы дуги в момент образования должны были бы отрываться от электрода. Это предположение также дает в результате  $\Omega_1 = 1$ .

При наличии продольного течения газа применение принципа минимума Штеенбека в указанной формулировке приводит к физически необоснованному результату. Действительно, в этом случае оказывается, что  $\Omega_1$  (или непосредственно связанные с  $\Omega_1$  начальные наклоны дуги  $\xi_1, \zeta_1$ ) зависит от  $d$ . Однако трудно представить, что при сохранении всех других параметров неизменными изменение только диаметра внешнего электрода должно приводить к изменению картины движения элементов дуги вблизи внутреннего электрода. Действительно, поток информации о поведении дуги течет в направлении перемещения элементов дуги, т. е. от внутреннего электрода к внешнему. Механизм обратной связи в принятой схеме рассмотрения, по-видимому, отсутствует, т. е. поведение элементов дуги на внешнем электроде не должно сказываться на условиях горения дуги на внутреннем электроде.

Применение другой гипотезы к данной задаче непосредственно в той постановке, которая указана, т. е. в предположении о равномерном профиле скорости осевого потока газа, так же приводит к физически ненаблюдаемому результату (из (1.10) следует, что  $\Omega_1 = 0$ ). Тем не менее если учесть реальную картину движения газа, то эта гипотеза может дать более или менее разумный результат. Действительно, профиль скорости в межэлектродном зазоре неравномерен. В пределах пограничного слоя около стенок электродов скорость изменяется от скорости свободного движения до нуля на стенках электродов. Таким образом, в непосредственной близости к стенке внутреннего электрода реализуются условия, принятые в [1], что позволяет предположить, что элементы дуги в окрестности электрода располагаются нормально к его поверхности. Тогда естественно принять, что на поверхности электрода  $\Omega_1 = 1$ . Если размер пограничного слоя мал по сравнению с межэлектродным зазором, то в начале области равномерного профиля скорости величина  $\Omega$  (для данной задачи это  $\Omega_1$ ) должна мало отличаться от единицы. Результат этих, конечно, очень не строгих рассуждений может быть сформулирован в виде гипотезы: угловая скорость вращения дуги как целого не зависит от скорости продольного течения газа. Условие  $\Omega_1 = 1$  замыкает полученную систему уравнений.

Результаты расчетов отношения  $\Phi / \Phi_0$  приведены на фиг. 3; цифры 1—11 соответствуют значениям  $d = 1.0, 1.1, 1.2, 1.4, 1.8, 2.0, 4.0, 6.0, 8.0, 10.0$ .

С достаточной для расчетов степенью точности эти данные аппроксимируются выражением

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = 1 + 10^{-3.520} (d^{0.15} - 1) \eta^{0.635} d^{0.185} \quad (2.6)$$

3. Некоторые качественные свойства дуги в рассматриваемой схеме можно получить из рассмотрения предельных соотношений, вытекающих из полученных формул.

Так, можно показать, что зависимость напряжения от силы тока в широком диапазоне изменения силы тока нельзя описать одной (как это принято) степенной зависимостью с постоянным показателем степени при  $I$ .

Поскольку (по [3])  $V_0 \sim I^{1/3}$ , рост силы тока означает уменьшение  $\eta$

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} \approx \eta^{2/3} \frac{d^{2/3} - 1}{d^2 - 1} \quad (\eta \rightarrow \infty), \quad \frac{\Phi}{\Phi_0} \approx 1 - \frac{1}{3} \frac{\eta \ln \eta}{d^2 - 1} \rightarrow 1 \quad (\eta \rightarrow 0) \quad (3.1)$$

Имея в виду указанную зависимость  $V_0$  от  $I$  и учитывая (2.4), можно найти, что при малых и больших значениях силы тока напряжение соответственно будет

$$U \sim I^{-5/6}, \quad U \sim I^{-1/6}$$

Таким образом, если рассматривать широкий диапазон изменения силы тока при прочих неизменных параметрах, вольтамперная характеристика может существенно менять свой вид. Видно также, что вольтамперная характеристика плазмотрона в рассматриваемых допущениях остается падающей, хотя с ростом силы тока производная  $\partial U / \partial I$  растет. В коаксиальном плазмотроне, по-видимому, возможно достижение восходящей вольтамперной характеристики. Если принять справедливым предложение

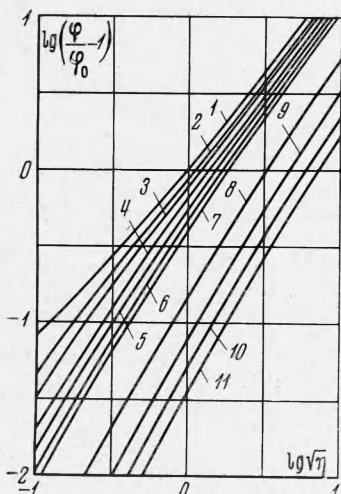
О. Б. Брона [3] о том, что напряженность поперечно обдуваемой дуги можно представить в виде линейной суперпозиции выражения (1.12) и напряженности свободногорящей дуги, то при больших значениях силы тока, когда напряженность свободногорящей дуги, вольтамперная характеристика которой имеет U-образный вид, растет с ростом тока, влияние этого добавка может стать существенным и привести к росту суммарного напряжения на дуге с ростом тока.

Влияние магнитного поля на напряжение на дуге оказывается неоднозначным. Из предельных уравнений (3.1), если принять зависимость  $V_0 \sim \sqrt{B}$  (по [3]), можно найти, что при больших значениях  $\eta$  (больших скоростях течения, малых магнитных полях, малых токах)

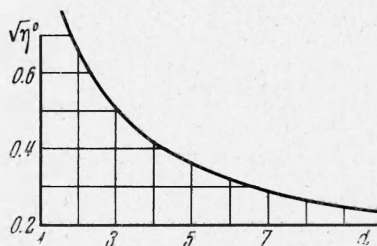
$$U \sim B^{-1/3}$$

при малых значениях  $\eta$  (малых скоростях течения, больших магнитных полях, больших токах)

$$U \sim B^{+1/3}$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Такая зависимость напряжения от магнитного поля достаточно ясна. При нулевом магнитном поле коаксиальный плазматрон вырождается в плазматрон с продольным обдувом дуги и в данной схеме напряжение на дуге должно быть бесконечным, так как длина дуги бесконечна. Рост магнитного поля приводит к сокращению длины дуги в результате появления механизма переноса элементов дуги от внутреннего электрода по направлению к внешнему. При достаточно больших полях рост магнитного поля слабо влияет на длину дуги и его увеличение сказывается главным образом на увеличении напряженности электрического поля. Уравнение (2.5) позволяет просто рассчитать значения  $\eta = \eta^\circ$ , при которых происходит смена направления влияния магнитного поля на напряжение на дуге. На фиг. 4 приведена зависимость величины  $\sqrt{\eta^\circ}$  от  $d$ . Как и в случае вольтамперной характеристики очевидно, что влияние магнитного поля на падение напряжения на дуге в широком диапазоне изменения величины магнитного поля невозможно описать одной степенной зависимостью с постоянным показателем степени при  $B$ .

Как показывает аппроксимация (2.6) и выражение (2.4), зависимость напряжения на дуге от геометрического параметра  $d$  описывается выражением

$$\varphi \sim d^2 - 1$$

причем в рассмотренном диапазоне изменения  $d$  поправки к этому закону невелики.

Поступила 22 VIII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Adams V. W. The Influence of gas streams and magnetic fields on electric Discharges. Aeronaut. Res. Council Current Papers, 1964, No. 743.
2. Колонина Л. И., Смоляков В. Я. Вращательное движение приэлектродных участков и особенности расположения столба дуги в плазматроне с вихревой газовой стабилизацией. ПМТФ, 1965, № 3.
3. Залесский А. М. Электрическая дуга отключения. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963.
4. Ясько О. И. Обобщение характеристик электрических дуг. Инж.- физ. ж., 1964, № 12.
5. Даутов Г. Ю., Жуков М. Ф. Некоторые обобщения исследований электрических дуг. ПМТФ, 1965, № 2.
6. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. М., Изд-во иностр. лит., 1961.