

УДК 532.529

**ДИНАМИКА ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА,  
СОДЕРЖАЩЕГО ГОРЯЧУЮ ЧАСТИЦУ,  
В ВОЛНЕ ДАВЛЕНИЯ\***

**А.А. ГУБАЙДУЛЛИН, И.Н. САННИКОВ**

*Тюменский филиал Института теоретической и прикладной  
механики им. С.А. Христиановича СО РАН*

Выполнено параметрическое исследование динамики и тепломассообмена в волне давления парового пузырька, содержащего горячую частицу. Исследовано влияние размера и температуры частицы, температуры и статического давления жидкости, амплитуды волны на динамику такого двухфазного пузырька. Предложена методика оценки наименьшего значения толщины парового слоя вокруг частицы.

**ВВЕДЕНИЕ**

В существующих моделях парового взрыва [1–2], возможного при возникновении нештатных ситуаций на атомных электростанциях, а также в металлургической и химической промышленности процесс теплообмена отдельных фрагментов расплава металла с окружающим охладителем (водой), как правило, описывается на основе эмпирических зависимостей. Динамика жидкости и парового слоя вокруг горячих частиц металла существенно влияет на интенсивность процесса тепломассообмена [3–6] и, следовательно, на процесс парового взрыва. Поэтому дальнейшее развитие моделей парового взрыва предполагает исследование динамики и тепломассообмена парового пузырька, содержащего горячую частицу (так называемого двухфазного пузырька). Анализ состояния в конце прошлого века теоретических и экспериментальных исследований явления парового взрыва в масштабах отдельной частицы расплава и трехфазной смеси частиц с охладителем и его паром можно найти в работе [7].

Задача о динамике двухфазного пузырька ранее исследовалась в работах [3, 8–14]. В работе [8] предлагалась модель, описывающая динамику и тепломассообмен сферически симметричного двухфазного пузырька при допущениях однородности давления пара по пространству и линейности профиля температуры в паре. Дальнейшее развитие модель получила в работах [10–11, 14], в которых были учтены нестационарность профиля температуры в частице, паре и жидкости и неравновесность фазового перехода жидкость–пар. Установлено [10], что нестационарность профиля температуры существенно влияет на рост двухфазного пузырька в тепловом режиме. В работе [14] было показано, что в динамическом

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Президента РФ (НШ-7055.2006.1).

режиме, вызванном воздействием волны давления типа “ступенька”, неравновесность фазового перехода жидкость–пар приводит к более интенсивному затуханию пульсаций пузырька.

В работах [3, 12] исследовалось влияние радиационного теплообмена на динамику двухфазного пузырька. Показано, что тепловое излучение вносит заметный вклад в процесс тепломассообмена при высокой температуре частицы металла ( $T_d > 3000$  К) и демпфирует колебания пузырька. Для частиц радиусом  $a < 0,1$  мм влиянием теплового излучения на динамику двухфазного пузырька можно пренебречь.

В работах [4, 13] исследована устойчивость поверхности двухфазного пузырька. Установлено, что с ростом недогрева жидкости возможна потеря устойчивости поверхности и нарушение сферической симметрии пузырька.

В настоящей работе в рамках модели динамического режима [14], учитывающей неравновесность фазового перехода жидкость–пар, исследуется поведение двухфазного пузырька при различных значениях начального статического давления жидкости, амплитуды волны, температур частицы и жидкости, а также радиусов частицы и пузырька.

### ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Основные уравнения модели, описывающей динамику и тепломассообмен двухфазного пузырька, учитывающие неравновесность фазового перехода, имеют вид:

$$\rho_d c_d \frac{\partial T_d}{\partial t} = \frac{\lambda_d}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T_d}{\partial r} \right), \quad r \in (0, a); \quad (1)$$

$$\rho_v c_{pv} \left( \frac{\partial T_v}{\partial t} + w_v \frac{\partial T_v}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_v r^2 \frac{\partial T_v}{\partial r} \right) + \frac{dp_v}{dt}, \quad r \in (a, R(t)); \quad (2)$$

$$\rho_l c_l \left( \frac{\partial T_l}{\partial t} + w_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) = \frac{\lambda_l}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T_l}{\partial r} \right), \quad r \in (R(t), \infty); \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \frac{\partial \rho_v w_v}{\partial r} + \frac{2\rho_v w_v}{r} = 0; \quad (4)$$

$$p_v = \frac{\gamma - 1}{\gamma} c_{pv} \rho_v T_v, \quad (5)$$

$$\frac{dT_s}{dp_v} = \frac{T_s}{\rho_{vs} L} \left( 1 - \frac{\rho_{vs}}{\rho_l} \right); \quad (6)$$

$$R \frac{dw_{IR}}{dt} + \frac{3}{2} w_{IR}^2 + 4v_l \frac{w_{IR}}{R} = \frac{1}{\rho_l} \left( p_v - p_\infty - \frac{2\sigma}{R} \right), \quad (7)$$

$$\frac{dR}{dt} = w_{IR} + \frac{j}{\rho_l} = w_{vR} + \frac{j}{\rho_{vR}}, \quad (8)$$

$$w_l r^2 = w_{lR} R^2, \quad (9)$$

$$\lambda_v = kT_v + b, \quad (10)$$

$$j = K_\beta \frac{T_R - T_s}{T_s}, \quad K_\beta = \frac{\beta L \rho_{vs}}{\sqrt{2\pi c_{pv} (1-1/\gamma) T_s}}. \quad (11)$$

Здесь представлены уравнения теплопроводности в частице, паре и жидкости (1)–(3), уравнение сохранения массы пара в пузырьке (4), уравнения состояния совершенного пара (5) и уравнение Клапейрона–Клаузиуса (6), связывающее давление пара  $p_v$  с температурой на линии насыщения  $T_s$ , уравнение Рэлея–Ламба (7)–(8), описывающее колебания пузырька, уравнение неразрывности жидкости (9), линейная зависимость коэффициента теплопроводности пара от температуры (10), и выражение для интенсивности неравновесного фазового перехода (11), следующее из формулы Герца–Кнудсена [15]. В этих уравнениях  $\rho_i$ ,  $T_i$ ,  $\lambda_i$  ( $i = d, v, l$ ) — плотности, температуры и коэффициенты теплопроводности частицы, пара и жидкости соответственно,  $c_k$  ( $k = d, l$ ) — коэффициенты теплоемкости частицы и жидкости,  $c_{pv}$  — коэффициент изобарной теплоемкости пара,  $w_v$  — радиальная скорость пара,  $a$  и  $R(t)$  — радиусы частицы и парового пузырька соответственно,  $\gamma$  — показатель адиабаты пара,  $\rho_{vs}$  — плотность пара на линии насыщения,  $L$  — скрытая теплота фазового перехода жидкость–пар,  $w_{lR}$ ,  $w_{vR}$  и  $\rho_{vR}$  — скорости жидкости и пара, а также плотность пара на поверхности пузырька,  $\nu_l$  — кинематическая вязкость жидкости,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения жидкости на границе с паром,  $j$  — интенсивность массообмена,  $\beta$  — коэффициент аккомодации, определяющий долю сконденсировавшегося пара из потока на межфазной поверхности.

Выписанная система уравнений (1)–(11) при заданных значениях теплофизических параметров материала частицы, пара и жидкости замкнута.

Постановка задачи о динамике двухфазного пузырька включает граничные условия, которые должны быть поставлены в центре частицы, на границах раздела фаз и вдали от системы. Они имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_d}{\partial r} &= 0 \quad \text{при } r = 0, \\ \lambda_d \frac{\partial T_d}{\partial r} &= \lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial r}, \quad T_d = T_v, \quad w_v = 0 \quad \text{при } r = a, \\ \lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial r} - \lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial r} &= jL, \quad T_v = T_l = T_R \quad \text{при } r = R(t), \\ \frac{\partial T_l}{\partial r} &= 0 \quad \text{при } r = \infty. \end{aligned} \quad (12)$$

При условии равенства температуры поверхности температуре насыщения  $T_R = T_s$  интенсивность массообмена  $j$  определяется граничным условием (12), что соответствует квазиравновесной схеме описания фазового перехода жидкость–пар. При этом значение коэффициента аккомодации  $\beta$  формально становится бесконечно большим.

Что касается начальных условий задачи, то в начальный момент времени необходимо задать профили температуры в частице, паре и жидкости. Рассматриваемая математическая модель не позволяет описать начальную стадию процесса,

когда горячая частица, проникнув в жидкость, еще не окружена паровым слоем. Данное обстоятельство создает некоторый произвол при задании начальных условий. В силу большой теплоемкости и теплопроводности металлической частицы начальное распределение температуры в ней можно считать однородным. Анализ характерных времен процессов распространения тепла в паре и жидкости показал [14], что в паре профиль температуры приближается к стационарному значительно быстрее, чем в жидкости. Следовательно, в достаточно медленном, по сравнению с процессом распространения тепла в паре, процессе проникновения частицы металла в жидкость можно считать, что в паровом слое устанавливается стационарный профиль температуры, который может быть найден из решения уравнения теплопроводности в паре (2) в стационарном приближении с граничными условиями  $T_v(a) = T_{d0}$  и  $T_v(R) = T_{R0}$ :

$$T_v = \frac{1}{k} \sqrt{b^2 + 2k(C_2 - C_1/r)} - \frac{b}{k},$$

$$C_1 = \frac{Ra}{R-a} \left[ \frac{k}{2} (T_{R0}^2 - T_{d0}^2) + b(T_{R0} - T_{d0}) \right], \quad C_2 = \frac{k}{2} T_{d0}^2 + bT_{d0} + \frac{C_1}{a}.$$

При определении начальных профилей температур фаз предполагается, что  $T_{R0} = T_{s0}$ . Для начального распределения температуры жидкости можно использовать профиль температуры, найденный из решения уравнения теплопроводности (3) с однородной начальной температурой  $T_i(r, 0) = T_{i0}$ ,  $r > R$  и граничным условием первого рода  $T_i(R, t) = T_{R0}$ , считая при этом границу неподвижной. Тогда приходим к выражению

$$T_i(r) = T_{i0} + (T_{R0} - T_{i0}) \frac{R}{r} \operatorname{erfc} \left( \frac{r-R}{2\sqrt{D_i t_f}} \right),$$

где значение параметра  $t_f$  найдено из условия равенства нулю интенсивности массообмена  $j$ .

Система уравнений модели двухфазного пузырька может быть решена только численными методами. Методика численного интегрирования уравнений и некоторые особенности ее реализации в компьютерном коде описаны в работе [14].

#### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В рамках описанной выше постановки задачи исследована динамика двухфазного парового пузырька при различных значениях начального радиуса пузырька и радиуса частицы, начальных температур частицы и жидкости, амплитуды волны и начального статического давления жидкости  $p_0$ . Уже до прихода волны к пузырьку из-за интенсивного массообмена пар-жидкость могут возникать затухающие радиальные колебания парового слоя. Для исключения влияния этих колебаний пузырька на поведение пузырька в волне последняя создавалась в момент времени, при котором колебания уже затухли. Этот момент времени и принимался за начальный  $t_0$ . Волна создавалась повышением давления вдали от пузырька ступенькой  $p_\infty(t) = p_0 + \Delta p$  ( $t > t_0$ ). В качестве материала частицы бралась медь, жидкости — вода. В линейной аппроксимации зависимости  $\lambda_v(T_v)$  использовались следующие значения коэффициентов:  $b = -0,01836$  Вт/(м·К)

и  $k = 1,157 \cdot 10^{-4}$  Вт/(м·К<sup>2</sup>) [16]. Коэффициент аккомодации  $\beta$  для воды принимался равным 0,04 [15]. Для параметрического анализа задачи в качестве базового варианта принимался следующий:

$$p_0 = 0,1 \text{ МПа}, \quad a = 2 \text{ мм}, \quad T_{d0} = 1356 \text{ К}, \quad T_{i0} = 373 \text{ К}, \quad T_{s0} = 373 \text{ К}.$$

Для обезразмеривания времени использовался масштаб  $t_v = a^2 \rho_v (T_{d0}) c_{pv} / \lambda_v (T_{s0})$ .

Исследовано влияние радиуса частицы на динамику пузырька при постоянном отношении  $R_0/a$ . Установлено, что увеличение радиуса частицы приводит к увеличению значения радиуса пузырька  $R/a$ , соответствующего максимальному давлению пара в волне, некоторому росту максимального давления и снижению интенсивности затухания его колебаний. Иллюстрирующие этот вывод результаты расчетов представлены на рис. 1, *a, b*. Видно, что по завершении непродолжительной динамической стадии эволюции пузырька с частицей радиусом  $a = 0,2$  мм (см. рис. 1, *a*) начинается рост пузырька в тепловом режиме. Колебания давления пара в пузырьке с частицей радиусом  $a = 2$  мм (см. рис. 1, *b*) затухают менее интенсивно. По завершении динамической стадии радиус пузырька в тепловом режиме сначала уменьшается, достигая наименьшего значения, а затем растет (см. рис. 1, *b*). Отметим еще такую особенность двухфазного пузырька: на рис. 1, *b* амплитуда колебаний давления больше, но амплитуда колебаний радиуса меньше, чем на рис. 1, *a*. В случае большой частицы (см. рис. 1, *b*) наименьшее значение толщины парового слоя достигается на тепловой стадии, в случае малой частицы (см. рис. 1, *a*) — на динамической стадии.

Известно [14], что в тепловом режиме понижение температуры жидкости (увеличение ее недогрева) приводит к более медленному росту парового слоя вокруг частицы и к уменьшению предельного по времени значения его толщины. В настоящей работе исследовано влияние температуры жидкости на динамику двухфазного пузырька в волне давления. Установлено, что увеличение недогрева жидкости приводит к увеличению пикового давления пара при колебаниях

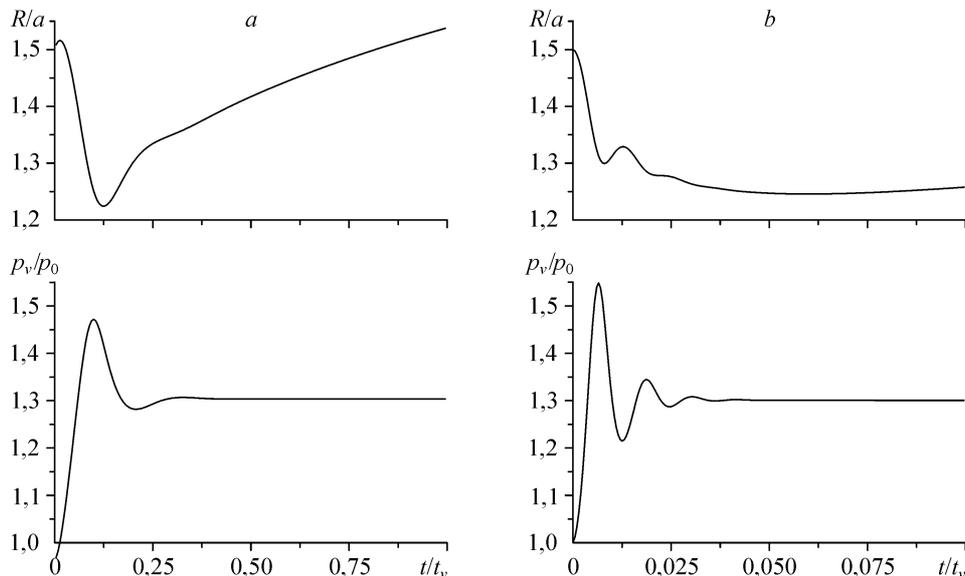


Рис. 1. Зависимости от времени радиуса двухфазного пузырька и давления пара при различных радиусах частицы:  $a = 0,2$  (*a*),  $2$  (*b*) мм.

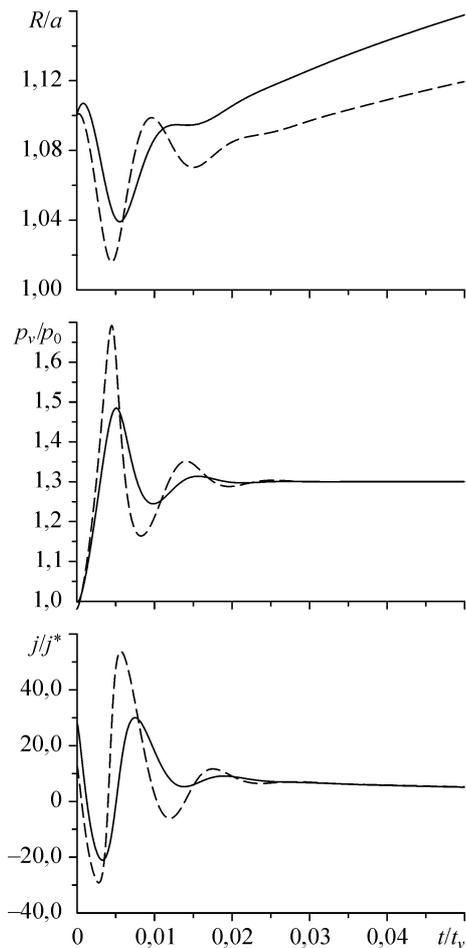


Рис. 2. Зависимости от времени радиуса двухфазного пузырька, давления пара и интенсивности массообмена ( $j^* = \lambda_v(T_{s0})/a c_{pv}$ ) при различных значениях температуры воды:  $T_{10} = 373$  (сплошные линии),  $T_{10} = 368$  (штриховые линии) К.

пузырька и к уменьшению толщины парового слоя, соответствующей первому пику давления пара. Данный эффект усиливается при уменьшении начальной (на момент прихода волны) толщины парового слоя  $(R_0 - a)/a$ . На рис. 2 представлены результаты расчетов динамического режима двухфазного пузырька с толщиной парового слоя  $(R_0 - a)/a = 0,1$ . Видно, что зависимости от времени радиуса пузырька, давления пара и интенсивности фазового перехода при температурах жидкости  $T_{10} = 373$  и  $368$  К существенно различаются. В недогретой жидкости при сжатии пузырька волной интенсивность конденсации выше, и это приводит к меньшей толщине парового слоя. При максимальном сжатии пузырька начинается испарение, более резкое и интенсивное в недогретой жидкости, что приводит к более высокому пиковому давлению пара. В расчетах с начальной толщиной парового слоя  $(R_0 - a)/a \geq 0,5$  соответствующие различия незначительны.

Выполнен анализ влияния амплитуды волны на динамику двухфазного пузырька. Установлено, что с увеличением амплитуды давления растут амплитуда и частота колебаний пузырька и увеличивается максимальное пиковое давление пара. В качестве иллюстрации на рис. 3 приведены зависимости давления пара и радиуса двухфазного пузырька от времени, демонстрирующие влияние амплитуды волны на его динамику в воде при температуре насыщения. Давление в жидкости поднималось ступенькой по достижении относительным радиусом значения  $R_0/a = 1,2$ . Из рисунка следует, что увеличение  $\Delta p$  приводит к возникновению затухающих колебаний пузырька, увеличению их амплитуды и частоты и росту максимального пикового давления в паровом слое.

Исследовано поведение двухфазного пузырька при различных статических давлениях жидкости. Установлено, что с увеличением начального давления колебания двухфазного парового пузырька в динамическом режиме затухают менее интенсивно. Частота его колебаний при этом увеличивается и может быть оценена по формуле

$$\omega_M = \sqrt{\frac{3\gamma p_e R_e}{\rho_l (R_e^3 - a^3)}},$$

Рис. 3. Зависимости от времени давления пара и радиуса двухфазного пузырька в воде при температуре насыщения и различных амплитудах волны:  $\Delta p = 0,025$  (штриховые линии),  $\Delta p = 0,05$  (пунктир),  $\Delta p = 0,075$  (сплошные линии) МПа.

полученной по аналогии с формулой Миннаэрта для газового пузырька, где  $p_e = p_0 + \Delta p$  и  $R_e^3 = a^3 + (R_0^3 - a^3)(p_0/p_e)^{1/\gamma}$ . Кроме того, показано, что при одной и той же относительной амплитуде воздействия  $\Delta p/p_0$  с увеличением начального статического давления  $p_0$  максимальное пиковое давление в паровом слое  $p_{vm}/p_0$  и соответствующее ему минимальное значение радиуса пузырька увеличиваются. В целом, поведение двухфазного парового

пузырька при высоком статическом давлении становится похожим на поведение двухфазного газового пузырька. Ранее это было замечено для парового пузырька без частицы [15]. Эти выводы проиллюстрированы рис. 4, на котором приведены результаты расчетов динамической стадии эволюции двухфазного пузырька при значениях начального давления  $p_0 = 0,1$  и 1 МПа и соответствующих им температурах насыщения  $T_{s0} = 373$  и 450 К. В расчете моделировалось взаимодействие двухфазного пузырька с волной типа “ступенька” интенсивности  $\Delta p/p_0 = 0,5$ , приходящей в момент, когда относительный радиус пузырька достигал значения  $R/a = 1,2$ . Из рисунка следует, что с ростом начального давления  $p_0$  максимальное пиковое давление в паровом слое, минимальное значение радиуса и частота колебаний двухфазного парового пузырька увеличиваются. Кроме того, снижается интенсивность затухания колебаний

двухфазного парового пузырька, и его поведение становится похожим на поведение двухфазного газового пузырька.

Проведены расчеты эволюции двухфазного пузырька при различных начальных значениях температуры частицы. Варьирование начальной температуры частицы в первую очередь приводит к изменению толщины парового слоя, соответствующей первому пику давления пара при сжатии пузырька

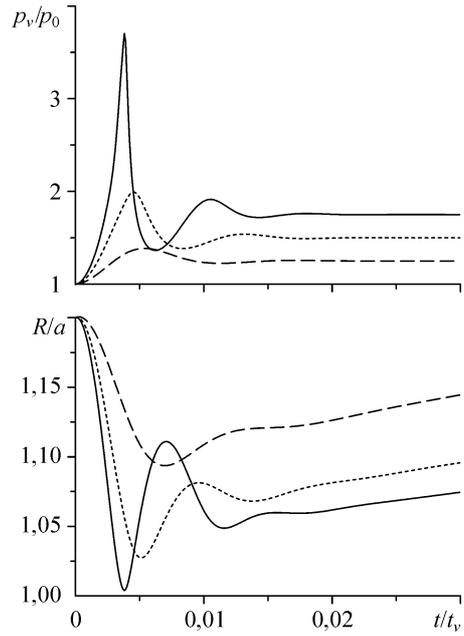
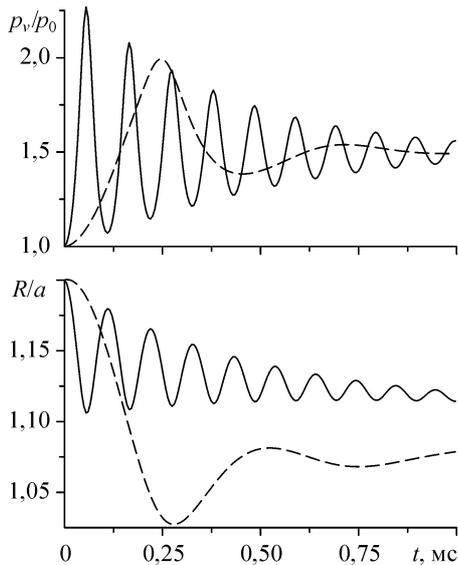


Рис. 4. Зависимости от времени давления пара и радиуса двухфазного пузырька в воде при температуре насыщения и различных начальных статических давлениях:  $p_0 = 1,0$  (сплошные линии),  $p_0 = 0,1$  (штриховые линии) МПа,  $T_{s0} = 450, 373$  К.

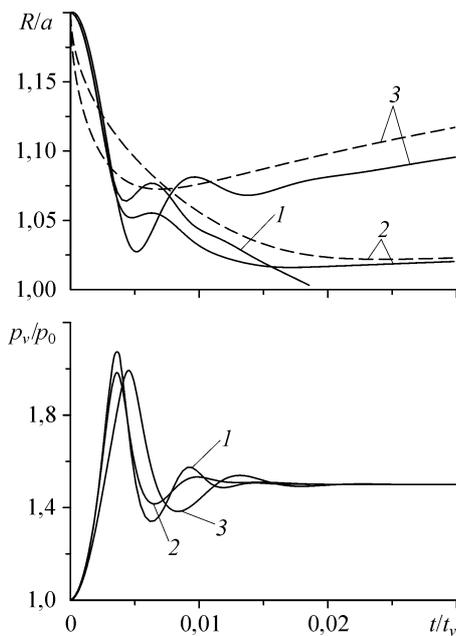
волной. Расчеты показали (рис. 5), что с повышением температуры частицы значение минимального радиуса пузырька уменьшается, в то время как значение пикового давления пара изменяется незначительно. Что касается наименьшего значения толщины парового слоя в последующем процессе, то оно с ростом температуры частицы увеличивается. При температуре частицы, равной температуре насыщения, паровой слой под воздействием волны сжатия схлопывается (линия 1 на рис. 5).

Отметим, что во всех проведенных расчетах (см. рис. 1–5) температура частицы остается практически постоянной в рассматриваемых временах из-за большой теплоемкости меди.

Одной из важных характеристик динамики двухфазного пузырька является наименьшее значение толщины парового слоя, достигаемое в течение всего процесса. В зависимости от параметров задачи (амплитуды волны, температуры частицы и жидкости и др.) это значение достигается либо на динамической, либо на тепловой стадии процесса. Искомое значение может быть найдено из решения задачи в рамках модели динамического режима. Однако если оно достигается на тепловой стадии, когда колебания пузырька уже затухли, то его можно вычислить приближенно в рамках модели теплового режима. Последнее менее трудоемко и значительно быстрее.

В качестве критерия применимости предложенной методики оценки наименьшего значения толщины парового слоя может быть использован следующий: если вычисленное в рамках модели теплового режима время, за которое толщина парового слоя достигает наименьшего значения, много больше периода колебаний в волне двухфазного пузырька  $t_M = 2\pi/\omega_M$ , то методика применима.

Для иллюстрации предложенной методики на рис. 5 штриховыми линиями нанесены зависимости радиуса пузырька от времени, рассчитанные в рамках модели теплового режима. Время достижения наименьшего значения толщины парового слоя вдоль штриховой линии 2 составляет 1,3 мс, линии 3 — 0,38 мс. Период колебаний пузырька  $t_M = 0,35$  мс. Следовательно, в случае  $T_{d0} = 1356$  К модель теплового режима неприменима для упомянутой выше оценки. Сравнение сплош-



ных и штриховых линий 2 и 3 подтверждает этот вывод. Видно, что наименьшее значение толщины парового слоя вокруг частицы с температурой  $T_{d0} = 673$  К согласно расчету по модели динамического режима (сплошная кривая 2 на рис. 5) составляет  $(R_m - a)/a = 0,016$ . В рамках модели теплового режима (штриховая кривая 2 на рис. 5) это значение составляет  $(R_m - a)/a = 0,022$ . Наименьшее значение толщины парового слоя в расчете по модели теплового режима при

Рис. 5. Зависимости от времени радиуса двухфазного пузырька и давления пара при различных температурах частицы:  $T_{d0} = 373$  (1), 673 (2), 1356 (3) К. Амплитуда волны —  $\Delta p = 0,05$  МПа.

температуре частицы  $T_{d0} = 1356$  К (штриховая кривая 3 на рис. 5) составляет  $(R_m - a)/a = 0,072$ . Однако наименьшая толщина парового слоя, определенная в рамках модели динамического режима, значительно меньше ( $(R_m - a)/a = 0,025$ ) из-за влияния инерции жидкости и более интенсивной конденсации пара на этап сжатия.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мелихов В.И., Мелихов О.И. Распространение волны термической детонации в системе вода-корриум // Изв. РАН. МЖГ. — 2000. — № 4. — С. 115–125.
2. Fletcher D.F. An Improved Mathematical Model of Melt/Water Detonations. I. Model Formulation and Example Results // Inter. J. Heat and Mass Transfer. — 1991. — Vol. 34, No. 10. — P. 2435–2448.
3. Домбровский Л.А., Зайчик Л.И. Динамика парового пузыря при тепловом взаимодействии горячей сферической частицы с окружающей водой // Теплофизика высоких температур. — 2000. — Т. 38, № 6. — С. 975–984.
4. Furuya M., Matsumura K., Kinoshita I.A. Linear Stability Analysis of a Vapor Film in Terms of the Triggering of Vapor Explosions // J. Nucl. Sci. Technol. — 2002. — Vol. 39, No.10. — P. 1026–1032.
5. Nelson L.S. Steam explosions of single drops of pure and alloyed molten aluminum // Nuclear Engineering and Design. — 1995. — Vol. 155. — P. 413–425.
6. Глазков В.В., Жилин В.Г., Зейгарник Ю.А. и др. Исследование развития неустойчивости и разрушения парового слоя на твердой нагретой полусферической поверхности // Теплофизика высоких температур. — 2000. — Т. 38, № 6. — С. 935–944.
7. Berthoud G. Vapor Explosions // Annu. Rev. Fluid Mech. — 2000. — Vol. 32. — P. 573–611.
8. Зоненко С.И. О численном исследовании динамики паровой оболочки около нагретой твердой частицы, помещенной в жидкость // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1985. — № 4. — С. 154–157.
9. Усынин Г.Б., Храмов Н.И. Паровой взрыв в смеси двух жидкостей // Физика горения и взрыва. — 1983. — Т. 19, № 3. — С. 112–115.
10. Ганиев О.Р. Динамика, тепло- и массообмен жидкости с “двухфазными” пузырями. — Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. — М.: Механико-математический ф-т МГУ, 1989. — 113 с.
11. Хабеев Н.С. Эволюция ударных волн в жидкости с “двухфазными” пузырьками // Изв. РАН. МЖГ. — 1997. — № 2. — С. 110–117.
12. Домбровский Л. А., Зайчик Л. И. Учет динамики парового пузыря при расчете теплового взаимодействия горячей сферической частицы с окружающей водой // 4-й Минский Международный форум по тепло- и массообмену. — Минск, 22-26 мая, 2000. — Т. 5. — С. 66–76.
13. Алипченков В.М., Домбровский Л.А., Зайчик Л.И. Рост и устойчивость паровой пленки на поверхности сферической частицы // Теплофизика высоких температур. — 2002. — Т. 40, № 1. — С. 109–113.
14. Губайдуллин А.А., Санников И.Н. Динамика и тепломассообмен парового пузырька, содержащего горячую частицу // Теплофизика высоких температур. — 2005. — Т. 43, № 6. — С. 919–926.
15. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
16. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. — М.: Наука, 1972. — 720 с.

*Статья поступила в редакцию 17 июля 2006 г.*