

4. Лушик В. Г., Павельев А. А., Якубенко А. Е. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 3.
15. Турбулентность. Принципы и применения/Под ред. У. Фроста, Т. Моурдена. М.: Мир, 1980.
16. Булеев Н. И., Зинина Г. А. Трехмерная модель турбулентного обмена с использованием уравнения баланса пульсационной энергии.— Вестн АН БССР. Сер. физ.-энерг. наук, 1983, № 3.
17. Хинце. Турбулентность. М.: Физматгиз, 1965.

Поступила 27/XII 1983 г.

УДК 532.517.4

БЕССДВИГОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ИЗОТРОПНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОЛЕЙ

Н. В. Алексенко, В. И. Букреев, В. А. Костомаха

(Новосибирск)

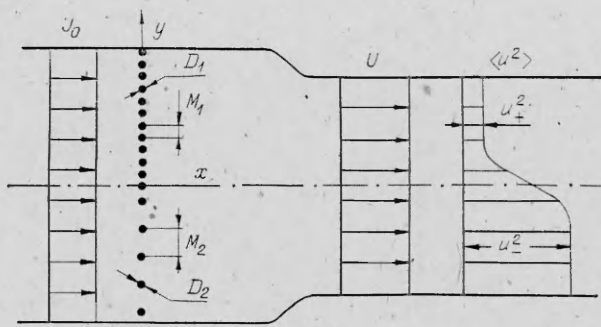
В сложной и пока не имеющей удовлетворительного решения проблеме описания турбулентного режима движения жидкости большое значение имеют результаты экспериментальных исследований, выполненных в возможно более простых условиях. Так, турбулентное течение существенно упрощается, если в нем отсутствует хотя бы одно из слагаемых баланса энергии турбулентных флуктуаций: конвекция, диффузия, генерация или диссипация. Одним из самых простых является поток за однородной гидродинамической решеткой, где нет диффузии и генерации энергии турбулентности и к тому же могут быть выполнены необходимые условия изотропии флуктуаций.

Течение, в котором нет диффузии энергии турбулентности, было реализовано, например, в [1]. Течение без сдвига осредненной скорости, а следовательно, и без генерации энергии турбулентности впервые изучалось экспериментально в [2]. Эти же условия имеют место в осесимметричном гидродинамическом следе с нулевым избыточным импульсом, экспериментальная информация о котором приведена, например, в [3]. Очень простое турбулентное поле генерирует решетка, колеблющаяся перпендикулярно своей плоскости в непроточном бассейне [4]. В этом случае осредненная скорость равна нулю и существует область, в которой имет место только диффузия и диссипация энергии.

Ниже приводятся описание и некоторые результаты исследования еще одного простого турбулентного течения, в котором нет сдвига осредненной скорости, а конвекция и диффузия являются одномерными. Оно представляется наиболее интересным при анализе задач о взаимодействии турбулентных полей друг с другом, например задач об эволюции пограничного слоя, струй или следа в турбулизованном внешнем потоке. При некоторой дополнительной модификации это течение позволяет также эффективно анализировать вопросы влияния плотности стратификации на турбулентность.

В основе рассматриваемого метода реализации бессдвиговой турбулентности лежит тот экспериментальный факт [5], что перепад давления на однородной гидродинамической решетке, зависящий в общем случае от параметров $Re = U_0 M / \nu$ и M/D , где U_0 — скорость набегающего на решетку потока, D — диаметр составляющих ее стержней, M — расстояние между осями стержней, ν — коэффициент кинематической вязкости жидкости, перестает зависеть от числа Рейнольдса Re , если оно достаточно велико. В таком асимптотическом по Re режиме можно менять диаметр и шаг стержней в отдельных частях решетки, соблюдая условие $M/D = \text{const}$, и это не повлечет за собой появления поперечных градиентов давления и осредненной скорости в потоке за решеткой. В то же время остается возможность в широком диапазоне менять неравномерность распределения поперек потока интенсивности, характерного масштаба и других вероятностных характеристик флуктуаций, т. е. создавать своего рода стратификацию по характеристикам турбулентности. Если к тому же часть стержней нагреть, то будет иметь место и стратификация по плотности жидкости: устойчивая или неустойчивая, вертикальная или горизонтальная, непрерывная или ступенчатая, в зависимости от того, как осуществляется нагрев.

В данной работе приводятся результаты изучения изотермического течения за решеткой, состоящей из двух частей (фиг. 1). Верхняя ее поло-



Ф и г. 1

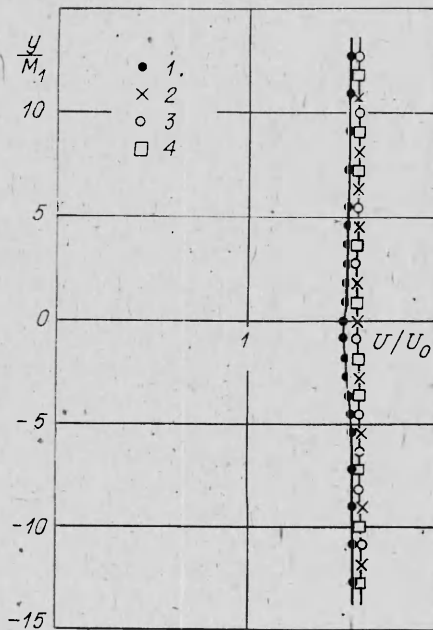
перечный размер 40 см и длину 4 м. Опыты проводились при скорости набегающего потока $U_0 = 15$ м/с и температуре воздуха 19°C . Дополнительное поджатие потока после решетки, показанное на фиг. 1, имело своей целью улучшить степень изотропии флуктуаций (детали см. в [6]), так что осредненная скорость в области измерения $U = 1,56 U_0$.

Некоторой дополнительной заботы потребовала стыковка двух половин решетки друг с другом, поскольку с этим могут быть связаны локальные искажения поля осредненной скорости. В результате испытания разных вариантов было найдено, что хорошие результаты дает некоторое уменьшение диаметра горизонтального стержня D_2 , ближайшего к линии стыковки, с одновременным уменьшением первого от нее шага M_2 между горизонтальными стержнями. От линии стыковки вертикально, вверх отсчитывается координата y , ось x направлена вниз по потоку. По оси z течение является полностью однородным в статистическом смысле, т. е. все его вероятностные характеристики инвариантны относительно сдвига по этой координате.

Измерения скорости осуществлялись стандартной термоанемометрической аппаратурой фирмы DISA Elektronik. Для статистического анализа сигнала термоанемометра использовалась система обработки данных Histomat-S фирмы Intertechnique. Осредненные скорости измерялись также трубкой Пито. Погрешность приводимой ниже экспериментальной информации оценивается коэффициентами вариации, не превышавшими 2% для осредненной скорости и 4% для интенсивностей флуктуаций. Эти оценки были получены по результатам многократных измерений в отдельных точках потока в одних и тех же условиях.

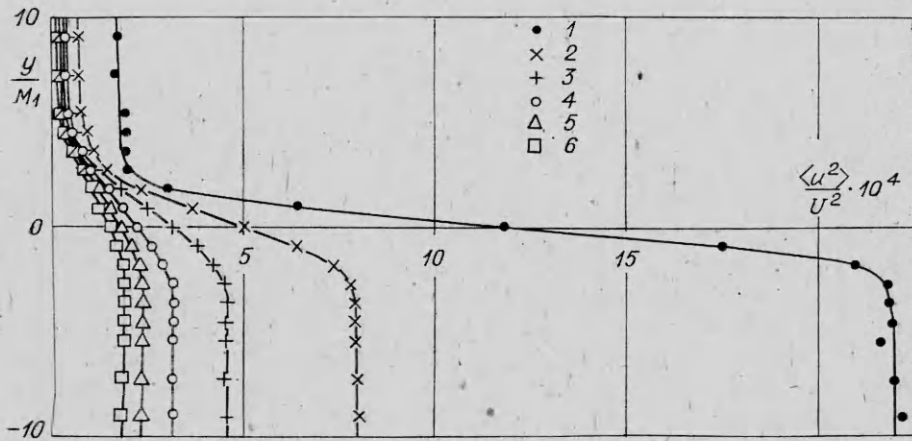
Степень однородности осредненной скорости U по координатам y и x в реализованном течении иллюстрируется экспериментальными данными, приведенными на фиг. 2 в виде профилей $U(y)$ при ряде фиксированных значений x/M_1 (точки 1—4 соответствуют $x/M_1 = 40, 80, 160, 240$). Можно видеть, что условия бесслышности течения выполняются с хорошей точностью.

На фиг. 3 приведены профили $\langle u^2 \rangle$ — дисперсии флуктуаций продольной компоненты скорости (угловые скобки — символ оператора осреднения, точки 1, ..., 6 соответствуют значениям $x/M_1 = 40, \dots, 240$, взя-



Ф и г. 2

вина имела стержни диаметром $D_1 = 1$ мм и шаг между ними $M_1 = 5,5$ мм, а нижняя — $D_2 = 5D_1$ и $M_2 = 5M_1$. Горизонтальные и вертикальные стержни располагались в разных плоскостях (так называемое биплановое исполнение решетки). Решетка помещалась в рабочую часть низкотурбулентной аэродинамической трубы, имеющую характерный по-



Ф и г. 3

тым с шагом 40). Они показывают, что наряду с вырождением вниз по потоку из-за влияния вязкости первоначальная неравномерность распределения $\langle u^2 \rangle$ по координате y постепенно сглаживается за счет турбулентной диффузии. При этом средняя точка y_0 профиля $\langle u^2 \rangle$, т. е. то значение координаты y , при котором $\langle u^2 \rangle = u_0^2 = (u_+^2 + u_-^2)/2$ (смысл u_+^2 и u_-^2 поясняется на фиг. 1), с ростом x все более и более смещается в сторону менее интенсивной турбулентности. Эта интересная особенность рассматриваемого диффузионного процесса должна учитываться при его математическом моделировании.

Представляет интерес вопрос о том, нельзя ли профили $\langle u^2 \rangle$, полученные при различных значениях x/M_1 , представить в универсальном виде, используя надлежащим образом выбранные преобразования растяжения и смещения по координате y . Этот вопрос аффинного подобия профилей тесным образом связан с существованием автомодельных решений соответствующих уравнений. Здесь приводится анализ автомодельных решений уравнения для величины $e = (u^2 + v^2 + w^2)/2$ (v и w — проекции пульсационной составляющей скорости на оси y и z соответственно), поскольку уравнения для $\langle e \rangle$ и $\langle u^2 \rangle$ аналогичны по форме, а при математическом моделировании турбулентности в основном используется уравнение для $\langle e \rangle$.

Используя свойство однородности всех вероятностных характеристик рассматриваемого течения по координате z , а осредненной скорости также по координатам x и y и учитывая стационарность течения в статистическом смысле, уравнение для энергии турбулентности $\langle e \rangle$ [5] можно записать в виде

$$(1) \quad U \frac{\partial \langle e \rangle}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial x} \left\langle u \left(\frac{p}{\rho} + e \right) \right\rangle - \frac{\partial}{\partial y} \left\langle v \left(\frac{p}{\rho} + e \right) \right\rangle + \varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$

$$\varepsilon_1 = \nu \left\langle \frac{\partial^2 u^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 e}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 (uv)}{\partial x \partial y} \right\rangle,$$

$$\varepsilon_2 = \nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle,$$

где p — флуктуация давления; ρ — плотность жидкости; $i, j = 1, 2, 3$; по повторяющемуся индексу проводится суммирование; для краткости записи последнего соотношения используется переобозначение системы координат и проекций скорости: $x = x_1, y = x_2$ и т. д.

Дальнейшие упрощения (1) возможны для некоторых асимптотических условий, когда отдельные слагаемые оказываются по порядку величины меньше других и ими можно пренебречь. Например, при достаточно

больших значениях Re и для достаточно больших расстояний от решетки имеет место

$$\langle u(p/\rho + e) \rangle \ll U \langle e \rangle,$$

так что (1) принимает вид

$$(2) \quad U \frac{\partial \langle e \rangle}{\partial x} \simeq - \frac{\partial}{\partial y} \left\langle v \left(\frac{p}{\rho} + e \right) \right\rangle - \varepsilon,$$

где $\varepsilon = -\varepsilon_1 + \varepsilon_2$. Слагаемое в левой части этого уравнения описывает конвективный перенос, первое слагаемое правой части — диффузию. Последнее слагаемое определяется в основном диссипацией энергии. При определенных условиях возможно также упрощение диффузионного члена и выражения для ε за счет отбрасывания в них слагаемых более высокого порядка малости. Но для соответствующих оценок нужна дополнительная экспериментальная информация, а при анализе вопроса о существовании автомодельных решений необходимости в дальнейшем упрощении (2) нет.

Подстановкой в уравнение (2) можно убедиться, что среди его решений имеются автомодельные решения вида

$$(3) \quad \langle e \rangle = U_*^2 f_1(\eta), \quad \left\langle v \left(\frac{p}{\rho} + e \right) \right\rangle = U_*^3 f_2(\eta), \quad \varepsilon = \frac{U_*^3}{l_*} f_3(\eta),$$

$$(4) \quad \eta = (y - y_0)/l_*$$

такие, что

$$(5) \quad U_* = c_1 [(x - x_0)/c_2]^m, \quad l_* = c_3 [(x - x_0)/c_2]^n, \\ y_0 = c_4 l_* + c_5, \quad n - m = 1,$$

c_k, x_0, m и n — не зависящие от x и y величины. Интересно отметить наличие в (4) слагаемого $y_0(x)$, смысл которого пояснялся выше.

Выписанные соотношения не позволяют порознь определить показатели степени m и n . Чтобы сделать это, нужно привлечь дополнительные соображения. Здесь используется гипотеза:

$$Re_* = U_* l_* / \nu = \text{const.}$$

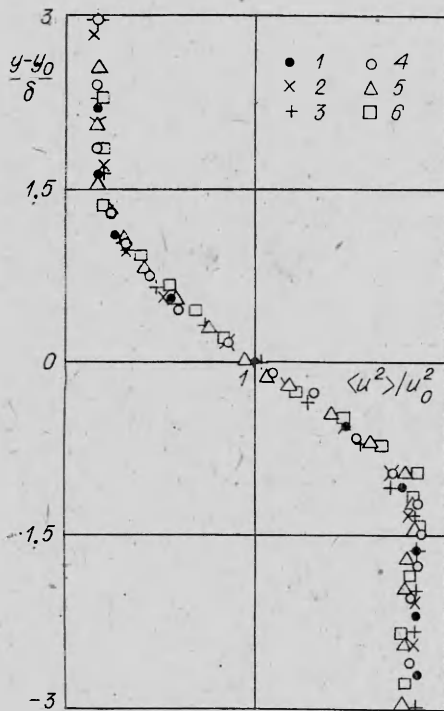
Она сформулирована на основе имеющейся в литературе экспериментальной информации о двумерных свободных турбулентных течениях (слоях смешения, струях и следах за телами) и находит косвенное подтверждение в полученных экспериментальных данных о рассматриваемом течении. Из этой гипотезы следует, что $m + n = 0$. Это доопределяет показатели степени в (5): $m = -1/2, n = 1/2$. Для полноты анализа автомодельных решений уравнения (2) нужно определить вид функций f_1, f_2 и f_3 . Но это требует введения замыкающих соотношений к уравнению (2), что выходит за рамки данной работы.

На фиг. 4 представлены в автомодельных переменных экспериментальные данные для $\langle u^2 \rangle$ в рассматриваемом течении. В качестве U_* взято определенное выше u_0 , а в качестве l_* — характерная полуширина профиля $\langle u^2 \rangle$, т. е. разность $\delta = y_2(x) - y_1(x)$, где y_1 и y_2 определяются условиями

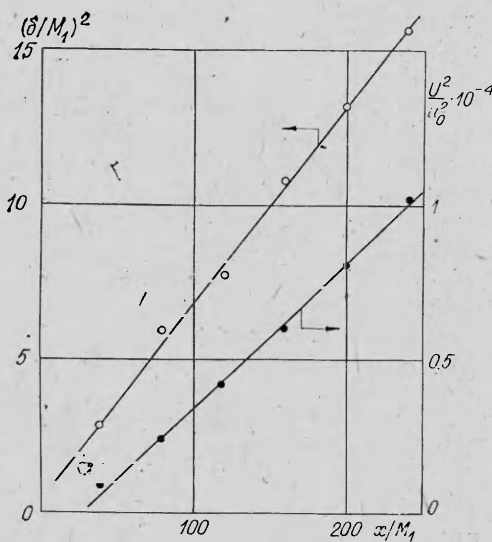
$$\langle u^2 \rangle = (u_+^2 + 3u_-^2)/4 \text{ при } y = y_1, \quad \langle u^2 \rangle = (3u_+^2 + u_-^2)/4 \text{ при } y = y_2.$$

Можно видеть, что полученные экспериментальные данные не противоречат предположению об автомодельности профилей $\langle u^2 \rangle$. Следует обратить внимание на отсутствие симметрии в профилях $\langle u^2 \rangle$ — факт, не часто встречающийся в диффузионных процессах. Его нужно учитывать при математическом моделировании.

Зависимости $(U/u_0)^2$ и $(\delta/M_1)^2$ от x/M_1 представлены на фиг. 5. Тот факт, что экспериментальные точки при таком представлении хорошо группируются около прямых линий, подтверждает степенной характер



Ф и г. 4



Ф и г. 5

зависимостей u_0 и δ от x , причем именно с указанными выше показателями степени. Но имеет место и одно несоответствие с результатами анализа автомодельных решений: значения x_0 , определяемые как точки пересечения прямых на фиг. 5 с

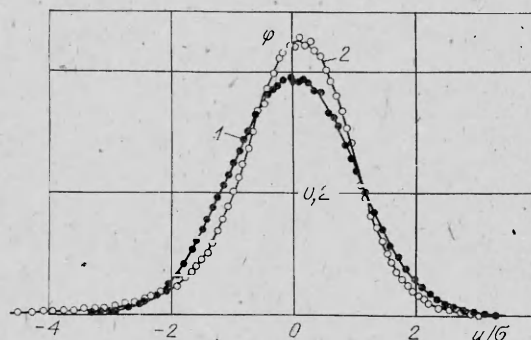
осью x , по экспериментальным данным оказываются для функций $u_0(x)$ и $\delta(x)$ разными, тогда как из анализа следует, что они должны совпадать.

С помощью метода наименьших квадратов получены следующие эмпирические формулы:

$$(6) \quad u_0/U = 0,15(x/M_1 - 28,3)^{-0,5}, \quad \delta/M_1 = 0,25(x/M_1 + 5,97)^{0,5}, \quad y_0/M_1 = 0,85\delta/M_1 - 1,46.$$

Вопрос об их универсальности для различных решеток остается открытым впредь до проведения соответствующей серии опытов. Этот вопрос представляет большой самостоятельный интерес, поскольку он тесно связан с особенностями релаксационных процессов в турбулентных потоках. В настоящее время накоплено достаточно много экспериментальной информации (см., например, [7]) о том, что турбулентность обладает удивительно долгой памятью об условиях ее образования — факт, весьма осложняющий ее математическое моделирование. Не исключено, что и в рассматриваемом течении никакой заменой используемых в формулах (6) нормирующих масштабов U и M_1 не удастся добиться универсальности этих формул для различных решеток.

На фиг. 6 приведены типичные результаты измерений одномерных плотностей распределения вероятностей флуктуаций продольной компоненты скорости $\varphi(u/\sigma)$, где $\sigma = \sqrt{\langle u^2 \rangle}$. Они относятся к сечению $x/M_1 = 160$. Кривая 1 соответствует таким большим значениям $+y/M_1$, где турбулентные поля, генерируемые раз-



Ф и г. 6

личными частями решетки, не взаимодействуют друг с другом и являются изотропными. Здесь одномерные законы распределения вероятностей оказываются гауссовыми.

Кривая 2 на фиг. 6 получена при $y/M_1 = 3,64$ внутри зоны смещения. Она сильно отличается от гауссова распределения. Для нее коэффициент асимметрии равен $-0,66$, а эксцесс равен $2,03$, тогда как для гауссова закона эти параметры равны нулю. Такой характер φ в зоне смещения связан со своеобразной перемежаемостью течения, когда крупные и более интенсивные вихри, генерируемые нижней частью решетки, чередуются с мелкими и менее интенсивными вихрями, порождаемыми верхней половиной решетки. То, что чередование вихрей разной природы приводит к отличию законов распределения от гауссова, продемонстрировано в [8]. Это сильно осложняет математическое моделирование турбулентных течений. Для их описания следует применять не только арифметическое, но и логическое суммирование флуктуаций различного происхождения. Перемежаемость флуктуаций, проявляющаяся в законах распределения вероятностей на столь больших расстояниях от решетки, свидетельствует о том, что турбулентные вихреобразования очень долго сохраняют свою индивидуальность, чем и обусловлена память турбулентности об условиях ее образования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Champagne F. И., Harris V. G., Corrsin S. Experiments on nearly homogeneous turbulent shear flows.— J. Fluid Mech., 1970, vol. 41, pt 1.
2. Таунсенд А. А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М.: ИЛ, 1959.
3. Naudascher E. Flow in the wake of self-propelled bodies and related sources of turbulence.— J. Fluid Mech., 1965, vol. 22, pt 4.
4. Thompson S. M., Turner J. S. Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid.— J. Fluid Mech., 1975, vol. 67, pt 2.
5. Хинце И. О. Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963.
6. Алексенко Н. В., Костомаха В. А. Динамика тройных корреляций в изотропной турбулентности. — В кн.: Динамика жидкости со свободными границами (Динамика сплошной среды), 1983, вып. 60.
7. Букреев В. И., Васильев О. Ф., Лыткин Ю. М. О влиянии формы тела на характеристики автомоделльного осесимметричного следа.— ДАН СССР, 1972, т. 207, № 4.
8. Букреев В. И., Костомаха В. А. Распределение вероятностей флуктуаций скорости в осесимметричных турбулентных спутных струях. — ПМТФ, 1983, № 5.

Поступила 23/1 1984 г.

УДК 536.25

О КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РАВНОВЕСИЯ ДВУХСЛОЙНЫХ СИСТЕМ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОГО ЭФФЕКТА

А. А. Непомнящий, И. Б. Симаковский

(Пермь)

Известно, что в однородной жидкости конвективная неустойчивость равновесия имеет монотонный характер [1]. Для системы двух слоев бесконечной толщины в [2] была установлена возможность термокапиллярной колебательной неустойчивости. Для слоев конечной толщины колебательная неустойчивость равновесия обнаружена как в случае термокапиллярной [3, 4], так и в случае термогравитационной конвекции [5]. В данной работе исследуется возникновение колебаний при совместном действии обоих механизмов неустойчивости. Установлено, что конечная толщина слоев существенно изменяет критерии возникновения колебательной конвекции, причем отношение толщин слоев является определяющим параметром. Показано, что при совместном воздействии термокапиллярного и термогравитационного механизмов конвекции колебательная неустойчивость может оказаться наиболее опасной даже для тех систем, для которых при наличии только одного из механизмов неустойчивость является монотонной.