

О ВЛИЯНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ОТКОЛЬНОЕ РАЗРУШЕНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. К. Голубев, С. А. Новиков, Ю. С. Соболев

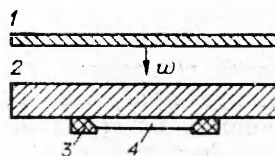
(Москва)

Результаты исследования откольного разрушения некоторых полимерных материалов приведены в работах [1—9]. Наибольшее число экспериментальных результатов получено для плексигласа [1—6], детально исследовано откольное разрушение поликарбоната [7, 8]. Что касается вопроса о влиянии температуры на откольное разрушение, то он экспериментально исследовался только для некоторых металлов (см., например, [10, 11]), а относительно полимерных материалов можно упомянуть лишь работу [12], в которой с использованием метода светорассеяния оценивалась скорость роста микроповреждений в плексигласе при комнатной и повышенной температуре.

В данной работе приведены результаты экспериментального исследования откольного разрушения восьми полимерных материалов. Идентичность условий нагружения и использование методов предварительного нагрева и охлаждения образцов позволяют получить реальную сравнительную картину откольного разрушения исследуемых материалов и определить характер влияния температуры на их сопротивление откольному разрушению.

Схема экспериментальной установки для исследования влияния температуры на откольное разрушение материалов дана в работе [11], а схема проведения опытов приведена на фиг. 1, где 1 — алюминиевый ударник, 2 — медный экран, 3 — крепление образца, 4 — образец исследуемого материала. Образцы толщиной 4 мм и диаметром 40 мм нагружались ударом по медному экрану толщиной 12 мм пластины из алюминиевого сплава АМц толщиной 4 мм, скорость которой w задавалась с точностью около 3%. Нагрев образцов осуществлялся через медный экран посредством ленточного нихромового нагревателя. Время нагрева не превышало 10 мин, а температура регистрировалась с помощью хромель-копелевой термопары. Охлаждение до температуры -196°C осуществлялось погружением экрана с образцом в сосуд с жидким азотом. В проведенных экспериментах определялись критические скорости удара алюминиевой пластины по медному экрану, незначительное превышение которых приводило к визуально наблюдаемой начальной стадии откольного разрушения исследуемых материалов. Зарождение разрушения наблюдалось под микроскопом при небольшом увеличении ($\times 20$) в прозрачных материалах на просвет, а в непрозрачных на полированной поверхности среза. В работе исследовались следующие полимерные материалы: плексиглас марки ТОСП, фторопласт-4, поликарбонат дифлон марки 2, винипласт марки ВН, клей ВК-3 на основе фенолоформальдегидной смолы, полиэтилен марки ПЭВД, капролон В-1 и полистирол, изготовленный из порошка ПСЭ-1.

Знание ударных адиабат материалов ударника, экрана и образца позволяет расчетно сопоставить скорости алюминиевого ударника значение давления в нагружающем импульсе сжатия, выходящем на свободную поверхность образца. Ударные адиабаты материалов брались в виде линейных соотношений между волновой и массовой скоростями $D = c_0 + \lambda u$, причем предполагалось, что расширение материалов также удовлетворительно описывается их адиабатами ударного сжатия, включая и область небольших отрицательных давлений. Необходимые для расчетных оценок ударные адиабаты полимерных материалов взяты в работах [13—18] и приведены в таблице, а ударные адиабаты для алюминия и меди взяты в виде $D = 5,25 + 1,39u$ и $D = 3,95 + 1,50u$ соответственно. Следует отметить, что в области низких давлений ударно-волнового сжатия наблюдается некоторая нелинейность соотношений $D - u$ для полимерных материалов [14, 16, 19], поэтому используемые приближенные соотношения $D - u$ основывают-



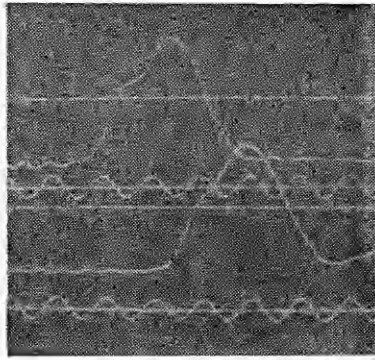
Ф и г. 1

№ п/п	Исследуемые полимер- ные материалы	Ударные адиабаты материалов			Критические условия разруше- ния при нормальной темпера- туре		
		ρ , г/см ³	c_0 , км/с	λ	w , м/с	p , ГПа	σ , ГПа
1	Плексиглас	1,18	2,57	1,54	95	0,16	0,15
2	Фторопласт-4	2,19	1,53	1,95	125	0,24	0,20
3	Поликарбонат	1,20	1,74	1,72	115	0,14	0,12
4	Винипласт	1,40	1,95	1,66	93	0,14	0,13
5	Клей ВК-3	1,10	2,27	1,70	77	0,11	0,10
6	Полиэтилен	0,92	2,05	1,95	128	0,14	0,12
7	Капролон	1,15	3,30	1,32	93	0,19	0,18
8	Полистирол	1,05	2,51	1,36	<69	<0,10	<0,09

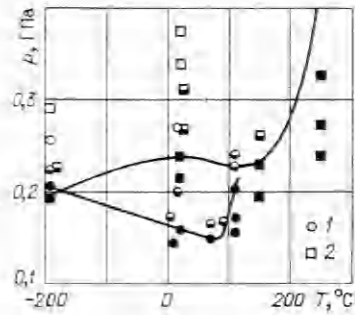
ся, как правило, на результатах, полученных при небольших значениях u . Для определения давления в импульсе сжатия при повышенной температуре следует учесть снижение плотности и модуля объемной упругости материала. Оценки, сделанные для плексигласа и полистирола с использованием результатов работы [20], показывают, что нагрев на 50° приводит к снижению давления в нагружающем импульсе примерно на 4%. Это значение снижения давления принято в оценочных расчетах для всех исследуемых материалов. Характерное время нагружения τ оценивается в 1,5 мкс как время циркуляции пластической волны в алюминиевом ударнике. Для проверки правомочности используемого метода оценочного расчета проведены измерения давления в полимерных материалах с использованием методики манганинового датчика [21]. Измерения проводились для всех материалов, кроме поликарбоната и клея ВК-3, при скорости ударника 150 м/с. Один из датчиков располагался между медным экраном и образцом, а другой — на расстоянии 4 мм от первого между двумя образцами. Это позволяло проводить одновременную регистрацию волновой скорости и давления в импульсе сжатия на двух базах. Экспериментально зарегистрированные нагружающие импульсы сжатия в исследуемых материалах имели форму, близкую к колоколообразной, а их характерная длительность на полувисоте составляла около 1,5 мкс.

На фиг. 2 приведена осциллограмма, полученная при измерении параметров нагружения плексигласа. Наблюдаемая также и у капролона особенность переднего фронта в виде предвестника может быть связана как с некоторой асимметрией ударного нагружения, так и с влиянием зазора в месте установки датчика, который заполнялся вакуумной смазкой. Равенство давлений в импульсе сжатия на обеих базах измерения наблюдалось для плексигласа, капролона и винипласта. Для остальных материалов наблюдалось незначительное снижение амплитуды давления, но величина этого снижения меньше погрешности методики, оцененной в 10%, и за давление в нагружающем импульсе принималось его среднее значение. Хорошее совпадение расчетных и экспериментальных результатов наблюдается для плексигласа, фторопласта, полиэтилена и полистирола. Расчетные и экспериментальные значения D для них практически совпадают, а экспериментальные значения p несколько превышают расчетные (не более чем на 7%). Для капролона экспериментальные значения D и p меньше расчетных соответственно на 3 и 10%. Для винипласта же при хорошем совпадении давлений наблюдается превышение экспериментального значения D на 17% по сравнению с расчетным. Необходимо отметить, что приведенная в работе информация позволяет провести более детальный анализ результатов, если использовать упругопластическую программу расчета и более точные и совершенные уравнения состояния материалов.

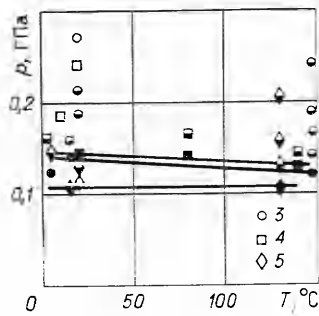
Результаты экспериментов приведены на фиг. 3—5, где давлению в импульсе сжатия и температуре T ставится в соответствие состояние образца после опыта, условно подразделяемое на 3 типа: зачерненные точ-



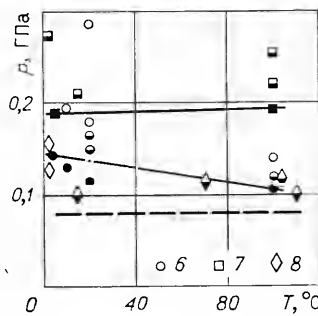
Ф и г. 2



Ф и г. 3



Ф и г. 4



Ф и г. 5

ки — отсутствие визуально наблюдаемого разрушения, частично зачерненные точки — частичное откольное разрушение, характеризуемое наличием отдельных повреждений либо их скоплений в зоне откола, светлые точки — полное откольное разрушение, характеризуемое наличием магистральной откольной трещины, проходящей через все сечения среза образца, перекрытием всего сечения образца скоплениями повреждений либо непосредственным откалыванием части свободной поверхности образца. Остановимся подробнее на результатах, полученных для каждого из исследуемых материалов (номера точек на фиг. 3—5 соответствуют номерам материалов в таблице).

Для плексигласа при нормальной температуре и нагружении импульсами давления 0,17 и 0,2 ГПа относительная площадь поврежденного материала S (относительно площади свободной поверхности образца) примерно 2 и 60 %, а при нагружении давлением 0,27 ГПа происходит полное отслаивание откольного слоя толщиной 1,8 мм. Повышение температуры испытания до 110° приводит к увеличению критического значения p , а величина S при давлениях 0,23 и 0,24 ГПа составляет 20 и 40 % соответственно. Снижение температуры до -196° также приводит к увеличению критического значения p , величина S при $p = 0,23$ ГПа составляет 5 %, а при $p = 0,26$ ГПа происходит откалывание около 70 % свободной поверхности образца.

Для фторопласта при нормальной температуре и нагружении импульсами давления 0,27 и 0,31 ГПа на поверхности среза образцов наблюдаются отдельные небольшие трещины, при $p = 0,34$ ГПа магистральная откольная трещина проходит почти через все сечения среза, а при $p = 0,37$ ГПа происходит полное отслаивание откольного слоя толщиной 1,15 мм. Повышение температуры до 150° практически не изменяет критического значения p , а дальнейшее повышение до 250° приводит к тому, что при $p = 0,43$ ГПа еще не наблюдается зарождения откольного разру-

шения, а при $p = 0,68$ ГПа в сечении среза образца уже заметно существенное растрескивание материала в довольно широкой (более 1 мм) зоне откола. Охлаждение до -196° приводит к некоторому снижению критического значения p , при $p = 0,23$ ГПа в сечении среза наблюдается несколько небольших трещин, а при $p = 0,29$ ГПа происходит откалывание около 60 % свободной поверхности.

Для поликарбоната при нормальной температуре и нагружении импульсами давления 0,16; 0,19; 0,21; 0,27 и 0,38 ГПа имеет место следующий характер повреждения образцов: единичные мелкие повреждения, $S = 40$; 60 %, а в двух последних случаях скопления повреждений перекрывают все сечение образцов. При температуре 150° и нагружении импульсами давления 0,14; 0,17; 0,19 и 0,24 ГПа величина S составляет соответственно 5; 20; 20 и 60 %.

Для винипласта при нормальной температуре и нагружении импульсами давления 0,16; 0,19; 0,24 ГПа наблюдается следующий характер повреждения образцов: магистральная трещина, проходящая через половину сечения среза, полное отслаивание откольного слоя толщиной 1,9 мм, полное откольное разрушение с отслаиванием от откольного слоя и оставшегося материала слоев толщиной 0,65 мм, что указывает на то, что образцы изготовлялись из листа, полученного путем горячего прессования тонких слоев, а полученное значение величины сопротивления откольному разрушению соответствует динамической прочности сцепления этих слоев. При $T = 80^\circ$, $p = 0,18$ ГПа и при $T = 140^\circ$, $p = 0,14$ ГПа происходит откалывание 40 и 5 % свободной поверхности образцов.

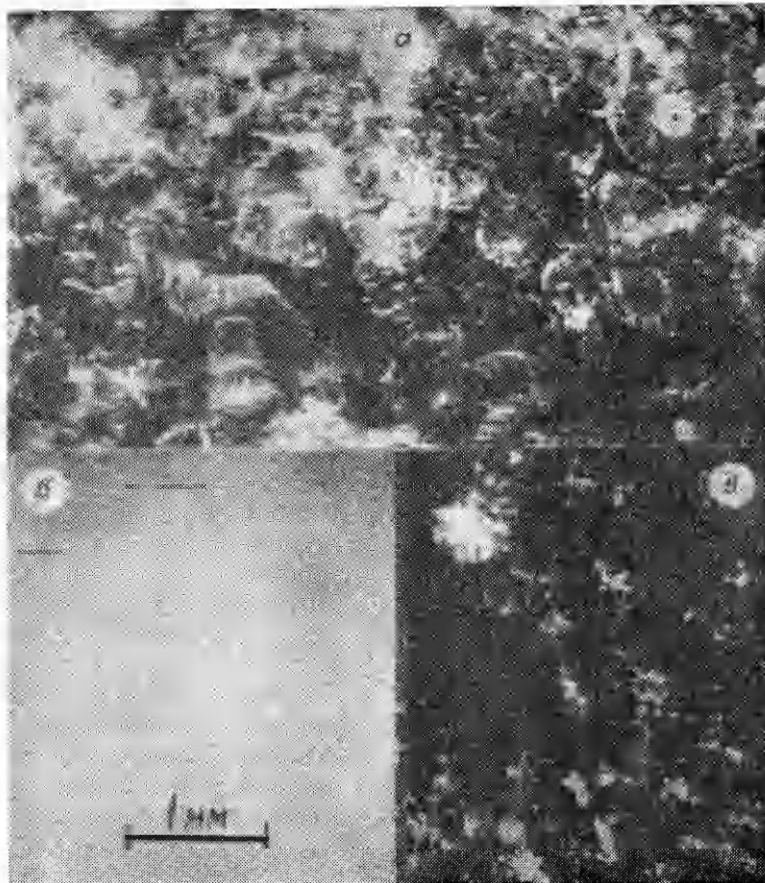
Для клея ВК-3 при нормальной температуре и давлении около 0,15 ГПа скопления повреждений пересекают около 50 % сечения, а при $T = 130^\circ$ и $p = 0,2$ ГПа более мелкие повреждения рассеяны по всему сечению образца.

Для полиэтилена при нормальной температуре и давлениях 0,15; 0,17 и 0,19 ГПа величина S составляет соответственно 2; 40 и 100 %, но полного отслаивания откольного слоя не наступает, хотя давление увеличивалось до 0,42 ГПа. При $T = 100^\circ$ и давлениях 0,12 и 0,14 ГПа величина S составляет 20 и 100 % соответственно.

Для капролона при нормальной температуре и нагружении импульсами давления 0,21; 0,27 и 0,31 ГПа имеется следующий характер повреждения образцов: единичные мелкие повреждения, магистральная трещина, проходящая через 60 % сечения среза, магистральная трещина, пересекающая все сечение среза. При $T = 100^\circ$ и давлениях 0,22 и 0,25 ГПа в сечении среза видны единичные мелкие повреждения.

Для полистирола при нормальной температуре и нагружении импульсами давления 0,10 и 0,13 ГПа величина S составляет 40 и 100 %, а при нагружении давлением 0,15 ГПа полностью отслаивается откольный слой толщиной 1,7 мм. При $T = 70^\circ$ и $p = 0,11$ ГПа, $T = 100^\circ$ и $p = 0,12$ ГПа, $T = 110^\circ$ и $p = 0,10$ ГПа величина S составляет соответственно 40; 60 и 40 %. Критические условия зарождения откольного разрушения в полистироле не были получены в связи с ограниченными возможностями используемого метода нагружения ($w \geq 70$ м/с), но, наблюдая характер повреждения образцов, можно интуитивно предположить, что критическое значение p составляет около 0,08 ГПа.

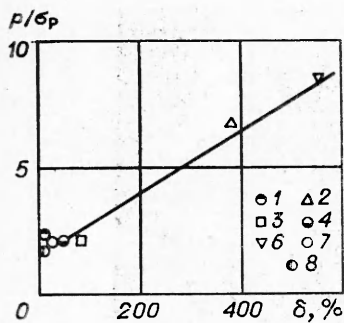
Следует отметить особенности откольных повреждений, которые особенно удобно наблюдать на просвет в прозрачных материалах. Фактически для всех материалов повреждения представляют собой дискообразные трещины, которые наблюдались при откольном разрушении поликарбоната [7, 8], хотя размеры их, как правило, были несколько меньше, что связано отчасти с более коротким временем нагружения, а плотность по сечению образца больше. Для примера на фиг. 6 приведено несколько фрагментов из наблюдений характера откольного разрушения материалов (а — плексиглас, $T = 15^\circ$, $p = 0,2$ ГПа; б — капролон (сечение среза), $T = 100^\circ$, $p = 0,22$ ГПа; в — клей ВК-3, $T = 130^\circ$, $p = 0,16$ ГПа).



Ф и г. 6

Измеряя радиус трещины r и зная характерное время нагружения τ , можно оценить среднюю скорость трещины $v = r/\tau$. Для плексигласа (фиг. 6, а) при нормальной температуре средняя скорость более крупных трещин составляет около 330 м/с, для полистирола ($p = 0,13$ ГПа) 300 м/с, а для полиэтилена ($p = 0,19$ ГПа) 360 м/с. Можно также отметить влияние температуры на величину v . Для поликарбоната при $T = 15^\circ$ и $p = 0,16$ ГПа $v = 470$ м/с, а при $T = 150^\circ$ и $p = 0,17$ ГПа $v = 330$ м/с, т. е. налицо некоторое снижение скорости трещин, что наблюдается и для других материалов. Скорость трещин может быть оценена также и для непрозрачных материалов методом наблюдения сечения среза образца. Для капролона (фиг. 6, б) $v = 200$ м/с. Для клея ВК-3, представляющего собой модифицированную фенолоформальдегидную смолу и являющегося в отличие от других исследуемых материалов термореактивным полимером, происходит явное изменение механизма разрушения при нагреве до 130° . Если при нормальной температуре повреждения представляют собой более крупные, чем в других материалах, и расположенные с меньшей плотностью дискообразные трещины (при $T = 20^\circ$ и $p = 0,13$ ГПа $v = 730$ м/с), то при $T = 130^\circ$ повреждения — звездообразные объемные растрескивания (фиг. 6, в), расположенные со значительной плотностью по всему сечению образца. Оценка максимальной скорости развития разрушения в этом случае составляет 200 м/с.

Полученные и приведенные в таблице критические условия разрушения исследуемых полимерных материалов (в том числе и σ — максимальное растягивающее напряжение в плоскости откола, оцененное экстраполяцией ударных адиабат в область небольших отрицательных давле-



Ф и г. 7

ний) дают реальную сравнительную картину прочности полимерных материалов при характерном времени нагружения ~ 1 мкс. Результаты, полученные для плексигласа и поликарбоната, хорошо согласуются с результатами работ [3, 4, 7], а результаты для клея ВК-3 и полистирола близки к результатам, приведенным в обзоре [9] для эпоксидной смолы и АБС-пластика, близкого по свойствам к полистиролу. Проведение сопоставления с результатами, полученными при взрывном нагружении, затруднительно в связи с наложением на картину явления дополнительных эффектов, связанных с более высокой интенсивностью нагружения. Вопрос о влиянии времени нагружения на откольное разрушение полимерных материалов также еще окончательно не решен. Если в работе [3] во временном диапазоне 0,75—2,1 мкс отмечена некоторая зависимость разрушающего напряжения от времени нагружения, то в работе [1] во временном диапазоне 0,2—5 мкс не наблюдалось влияния времени нагружения на разрушающее напряжение в люците. Что же касается работы [4], то здесь экспериментальная методика нагружения, по-видимому, просто не позволяла существенно варьировать время нагружения, для чего необходимо изменение в значительных пределах масштаба системы ударник — образец.

Интересно также сопоставить полученные результаты по динамическому разрушению исследуемых полимерных материалов с данными по их прочности в статических условиях одноосного растяжения [22]. На фиг. 7 результаты приведены в координатах δ , p/σ_p , где δ — относительное удлинение при разрыве, служащее основной технической характеристикой пластичности материала, а σ_p — разрушающее напряжение при растяжении. Так как данные табличные величины даются с некоторым разбросом, то для σ_p бралось его верхнее значение, чтобы в чистом виде получить минимальный эффект динамического упрочнения, а для δ бралось его среднее значение. Увеличение пластичности материала от полистирола до полиэтилена приводит к его динамическому упрочнению от 1,8 до 8,4, т. е. налицо явная связь процессов пластической деформации и разрушения полимерных материалов в условиях импульсного механического нагружения. Аналогичную картину можно наблюдать и для металлов, систематизируя результаты, полученные в одинаковых условиях нагружения (см., например, [11]). Это явление также качественно объясняет существенное различие в поведении температурных зависимостей откольной прочности полимерных материалов и металлов по сравнению с температурными зависимостями их прочности в статических условиях одноосного растяжения и дает некоторые предпосылки для количественного решения этого вопроса.

Относительно влияния температуры на сопротивление полимерных материалов откольному разрушению можно также отметить, что нагрев фактически не снижает их динамической прочности, а зачастую, как в случае плексигласа и особенно фторопласта, может приводить даже к весьма существенному упрочнению, в то время как для металлов повышение температуры приводит лишь к снижению, хотя и в различной степени, их сопротивления откольному разрушению [10, 11]. Интересно, что для плексигласа наблюдается явная корреляция результатов по влиянию температуры на сопротивление откольному разрушению и на ударную вязкость [22], которая является весьма чувствительным параметром к изменению механизма разрушения. Проведенные в работе [12] экспериментальные оценки скоростей микроповреждений на докритической стадии их роста (размер до 2×10^{-4} мм) при откольном разрушении плексигласа дают значения 1,3 и 3,8 м/с для температур 22 и 73°C. На закритической

же стадии роста повреждений в виде дискообразных трещин, характерный размер которых около 1 мм, для всех исследуемых полимерных материалов происходит снижение скорости их роста с повышением температуры, что связано, по-видимому, с тем, что характер разрушения становится более вязким в смысле увеличения зоны локальной пластичности у вершины растущей трещины. Характерные значения скоростей трещин лежат в пределах от 100 м/с до 1 км/с, что наблюдалось для поликарбоната в работе [8]. Сделанный вывод нельзя распространять на термореактивный полимерный клей ВК-3, характер разрушения которого при нагреве становится хотя и менее скоростным, но визуально наблюдаемое объемное растрескивание материала создает впечатление его более хрупкого разрушения, а также и на винипласт, разрушение которого происходит по границе спрессованных слоев материала и не очень отчетливо наблюдается визуально.

В заключение отметим, что нагрев полимерных материалов до температур, превышающих их температуры эксплуатации в условиях статических нагрузок, не снижает их прочности к воздействию интенсивных импульсных механических нагрузок малой длительности.

Поступила 20 XI 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Keller D. V., Trulio J. G. Mechanism of spall in lucite.— J. Appl. Phys., 1963, vol. 34, N 1.
2. Тарасов Б. А. О временной зависимости прочности оргстекла при ударной нагрузке.— Проблемы прочности, 1972, № 12.
3. Тарасов Б. А. О количественном описании откольных повреждений.— ПМТФ, 1973, № 6.
4. Евсеев Е. П., Зильбербранд Е. Л. и др. Динамическая ветвь временной зависимости прочности полиметилметакрилата.— Письма в ЖТФ, 1977, т. 3, вып. 14.
5. Дремин А. Н., Канель Г. И., Колдунов С. А. Исследование откола в воде, этиловом спирте и плексигласе.— В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1972.
6. Голубев В. К., Новиков С. А., Синицына Л. М. О разрушении материалов при нагружении взрывом листового заряда ВВ.— ПМТФ, 1981, № 2.
7. Currant D. R., Shockey D. A., Seaman L. Dynamic fracture criteria for a polycarbonate.— J. Appl. Phys., 1973, vol. 44, N 9.
8. Kalthoff J. F., Shockey D. A. Instability of cracks under impulse loads.— J. Appl. Phys., 1977, vol. 48, N 3.
9. Davison L., Graham R. A. Shock compression of solids.— Physics Reports, 1979, vol. 55, N 4.
10. Schmidt R. M., Davies F. W. et al. Temperature dependent spall threshold of four metal alloys.— J. Phys. Chem. Solids, 1978, vol. 39, N 4.
11. Голубев В. К., Новиков С. А. и др. Влияние температуры на критические условия откольного разрушения металлов.— ПМТФ, 1980, № 4.
12. Воловец Л. Д., Златин Н. А. и др. Влияние температуры на кинетику разрушения полиметилметакрилата при долговечности микросекундного диапазона.— Письма в ЖТФ, 1980, т. 6, вып. 11.
13. Маккуин Р., Марш С. и др. Уравнение состояния твердых тел по результатам исследований ударных волн.— В кн.: Высокоскоростные ударные явления. М.: Мир, 1973.
14. Кулешова Л. В., Павловский М. Н. Динамическая сжимаемость, электропроводность и скорость звука за фронтом ударной волны в капролоне.— ПМТФ, 1977, № 5.
15. Дудолов И. П., Ракитин В. И. и др. Ударная сжимаемость полистирола с различной начальной плотностью.— ПМТФ, 1969, № 4.
16. Калашников Н. Г., Кулешова Л. В., Павловский М. Н. Ударное сжатие политетрафторэтилена до давлений 1,7 мбар.— ПМТФ, 1972, № 4.
17. Миллс И. Сравнение эмпирических уравнений состояния Гюгонио для пластиков.— РТК, 1965, т. 3, № 4.
18. Павловский М. Н. Измерение скорости звука в ударно-сжатых кварците, доломите, ангидриде, хлористом натрии, парафине, плексигласе, полиэтилене и фторопласте-4.— ПМТФ, 1976, № 5.
19. Barker L. M., Hollenbach R. E. Shock-wave studies of PMMA, fused silica, and sapphire.— J. Appl. Phys., 1970, vol. 41, N 10.
20. Lamberson D. L., Asay J. R., Guenther A. H. Equation of state of polystyrene and polymethylmethacrylate from ultrasonic measurements at moderate pressures.— J. Appl. Phys., 1972, vol. 43, N 3.

21. Батюков Ю. В., Вишневецкий Е. Д. Аппаратура для измерения импульсных давлений пьезорезистивными датчиками в диапазоне 0,1—20 ГПа.— В кн.: Тезисы докладов II Всесоюз. симпозиума по импульсным давлениям. М.: изд. ВНИИФТРИ, 1976.
22. Справочник по пластическим массам. Т. 1, 2/Под ред. В. М. Катаева, В. А. Попова, Б. И. Сажина. М.: Химия, 1975.

УДК 539.4

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ДЕФОРМАЦИИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Г. В. Степанов

(Киев)

Одна из основных задач механических испытаний материалов — определение их прочностных и деформационных характеристик в зависимости от температурно-временных условий нагружения. При фиксированных температуре и скорости деформации сопротивление исследуемого материала определяется его структурным состоянием (будем условно обозначать C), изменяющимся в процессе деформирования в результате совместного действия процессов, связанных с ростом величины пластической деформации и процессов, развивающихся во времени. Их влияние на уровень сопротивления сдвигу τ можно оценить модулями деформационного упрочнения $M_d = \partial\tau/\partial e_p (\partial\tau/\partial t = 0)$ и разупрочнения $R = -\partial\tau/\partial t (\partial\tau/\partial e_p = 0)$ [1], так что при фиксированной скорости пластического сдвига \dot{e}_p

$$(1) \quad \tau_{\dot{e}_p = \text{const}} = \tau(C_0, \dot{e}_p) + \int_{e_p^0}^{e_p} \left[M_d - \frac{R}{\dot{e}_p} \right] de_p$$

(индекс 0 соответствует начальному состоянию).

Изменение при фиксированной структуре материала скорости деформации приводит к изменению вязкой составляющей сопротивления. Характеризуя влияние скорости коэффициентом вязкости μ — коэффициентом пропорциональности между приращениями скорости и вязкой составляющей сопротивления, — находим

$$(2) \quad \tau_{C = \text{const}} = \tau(C, \dot{e}_p) + \int_{\dot{e}_p^0}^{\dot{e}_p} \mu(C) d\dot{e}_p$$

Учитывая выражения (1), (2), получаем зависимость сопротивления от истории предшествующего деформирования $e_p(t)$ в виде

$$\tau = \tau(C_0, \dot{e}_p^0) + \int_0^t \left[M_d \frac{de_p(t)}{dt} - R \right] dt + \int_{\dot{e}_p^0}^{\dot{e}_p} \mu(C) d\dot{e}_p$$

Обычно результаты экспериментальных исследований со сложным режимом нагружения обрабатываются с использованием интегральных уравнений нелинейной наследственной вязкопластичности, например, вида [2]

$$(3) \quad \tau = \varphi(e_p) - \int_{(t)} Q_1(t - \xi) \tau(\xi) d\xi,$$