

3. Павлов С. В. К задаче о распаде произвольного разрыва в каналах с местными сопротивлениями. — ЧММСС, Новосибирск, 1978, т. 9, № 3.
4. Гринь В. Т., Крайко А. П., Миллер Л. Г. К распаду произвольного разрыва на перфорированной перегородке. — ПМТФ, 1981, № 3.
5. Яушев И. К., Черешнев А. П. К задаче о распаде разрыва в разветвленных каналах. — ЧММСС, Новосибирск, 1971, № 2.
6. Яушев И. К. Распад произвольного разрыва в разветвленных каналах. — ЧММСС, Новосибирск, 1972, № 3.
7. Павлов С. В., Яушев И. К. Задача о распаде произвольного разрыва параметров газа в разветвленных каналах. — В кн.: Численный анализ. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978.
8. Павлов С. В. Алгоритм решения задачи о распаде произвольного разрыва для разветвленных каналов и модульная структура программы. — В кн.: Модульный анализ. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978.
9. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1960.
10. Deckker V. E. L., Male D. H. Unsteady flow in a branched duct. — Proc. Inst. Mech. Eng., 1967—1968, vol. 182, pt 3H.

УДК 533.6.011.8

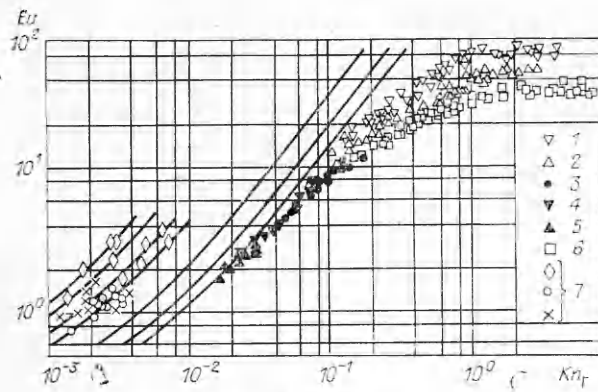
### СОПРОТИВЛЕНИЕ ПУЧКОВ ЦИЛИНДРОВ В ПОТОКЕ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

*Е. Н. Иноземцева, Ю. А. Кошмаров, С. Б. Свирицевский,  
Д. С. Стриженов*  
(Москва)

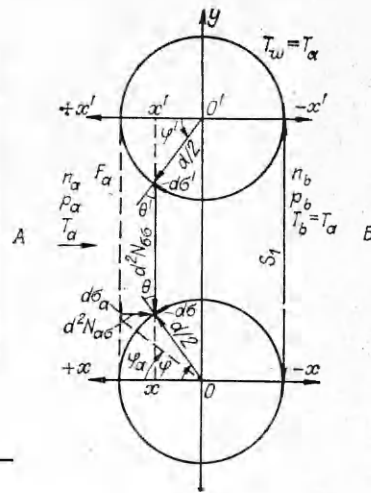
Исследование сопротивления цилиндров, поперечно обтекаемых воздухом, в переходной области проводилось в экспериментальной установке [1]. Рабочий участок представлял собой канал сечением  $l_1 \times l_2 = 22 \times 60 \text{ мм}^2$  ( $l_1$  и  $l_2$  — ширина и высота канала) со съёмными пакетами цилиндров, набранными из проволочек различного диаметра ( $d = 0,5; 0,6; 1; 1,45; 1,8; 2 \text{ мм}$ ), которые закреплялись на двух медных пластинках. Прямоугольный канал был вырезан в перегородке, выполненной из оргстекла толщиной 25 мм, которая разделяла рабочую часть установки на две вакуумные камеры. Перегородка со вставленным в нее пакетом устанавливалась в вакуумной трубе таким образом, чтобы вектор скорости набегающего потока был перпендикулярен цилиндрам пучка. Предварительные опыты, проведенные при больших и малых разрежениях газового потока, показали, что влиянием стенок на величину сопротивления пучков можно пренебречь, если поперечный ряд пакета содержит более шести проволочек.

Исследование проводилось с шестью пакетами цилиндров. Каждый пакет состоял из десяти рядов ( $z = 10$ ), а в каждом ряду устанавливалось десять цилиндров ( $n = 10$ ). В пяти пакетах проволочки были расположены в шахматном порядке по равностороннему треугольнику. При этом относительные шаги в пакетах менялись в пределах:  $\sigma_1 = S_1/d = 1,15—3,83$ ,  $\sigma_2 = S_2/d = 1—3,33$ , где  $S_1 = 2,3 \text{ мм}$  и  $S_2 = 2 \text{ мм}$  — поперечный и продольный шаги по потоку. В шестом пакете проволочки ( $d = 0,5 \text{ мм}$ ) располагались по равнобедренному прямоугольному треугольнику ( $\sigma_1 = 1,6$ ,  $\sigma_2 = 0,8$ ).

Сопротивление пучков цилиндров определялось по разности статических давлений  $\Delta p$ , измеренных в вакуумных камерах, перед пучком и за ним. Измерение давления в потоке  $p$  и перепада давления  $\Delta p$  осуществлялось по методике [1]. Средняя квадратичная погрешность измерения давления и перепада давления составила  $\pm 2\%$ . Расход газа  $G$  измерялся объемным методом при постоянном давлении. Средняя квадратичная погрешность определения расхода газа в диапазоне  $(0,01—5) \times 10^{-4} \text{ Н/с}$  не превышала  $\pm 7\%$ .



Фиг. 1



Фиг. 2

Исследование сопротивления шахматных пучков цилиндров проводилось в изотермических условиях ( $T = 290$  К) при  $p = 6,67 - 2940$  Па в диапазоне чисел Кнудсена  $Kn_r = 1,27 \sqrt{kM}/Re_r = 0,01 - 7$  и Рейнольдса  $Re_r = \rho u d_r / \mu = 0,013 - 26$ , вычисленных по гидравлическому диаметру пучка  $d_r = d[4\sigma_2(\sigma_1 - 1)]/\pi$  [1], чисел Маха  $M = 0,05 - 0,3$  при относительном шаге пучка  $t = 2\sigma_1 = 2,3 - 7,66$ . Плотность газа  $\rho$  вычислялась по среднему давлению в пучке. За характерную скорость принята скорость в наименьшем проходном сечении пакета  $u = G/g\rho f_1$ , где  $f_1 = \kappa(S_1 - d)l_2$ ,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\kappa = c_p/c_v$  — показатель адиабаты.

Опытные данные обобщены в виде зависимости (фиг. 1)

$$Eu = f(Kn_r) \quad Eu = \Delta p / \rho u^2 z,$$

где  $Eu$  — число Эйлера, отнесенное к одному ряду пучка.

На фиг. 1 опытные точки 1 относятся к пакетам цилиндров диаметром  $d = 2$  мм и числам Маха, реализуемым в опытах  $M = 0,107 - 0,048$ ; 2 —  $d = 1,8$  мм,  $M = 0,157 - 0,057$ ; 3 —  $d = 1,45$  мм,  $M = 0,109 - 0,069$ ; 4 —  $d = 1$  мм,  $M = 0,243 - 0,165$ ; 5 —  $d = 0,6$  мм,  $M = 0,307 - 0,226$ ; 6 —  $d = 0,5$  мм,  $M = 0,119 - 0,061$ . Средняя квадратичная ошибка в определении могла составлять  $\pm 10\%$ .

Из фиг. 1 видно, что в переходной области течения степень разреженности среды оказывает неодинаковое влияние на сопротивление пучков с различными относительными шагами. С увеличением  $Kn_r$  опытные точки расслаиваются, а сопротивление пучков цилиндров стремится к своим асимптотическим свободномолекулярным пределам. Здесь же нанесены опытные точки 7 ( $d = 16 - 24$  мм,  $M = 0,03 - 0,06$ ) по сопротивлению пучков труб при низких числах Рейнольдса. Сплошными линиями на графике нанесена зависимость [1]

$$(1)^* \quad Eu_c = 21\pi Re_r^{-1} (1 - 0,324 Re_r^{0,5} + 0,149 Re_r^{2/3}),$$

описывающая сопротивление шахматных пучков труб в континуумной области для различных  $M$ .

Для установления картины обтекания в свободномолекулярной области рассматривалось изотермическое дозвуковое течение газа ( $M \ll 1$ ) между круглыми цилиндрами (фиг. 2). Течение в межтрубном пространстве рассматривалось как наложение двух молекулярных потоков: из камер А и В [2]. Принималось, что перед рядом цилиндров и за ним газ находится в равновесных состояниях при плотностях  $n_a$  и  $n_b$ , температуре  $T = T_a = T_b$  и давлениях  $p_a > p_b$ . Схема отражения частиц от стенок цилиндров

\* Зависимость (1) численно совпадает с формулой, полученной в работе [1].

диффузная. Для элемента цилиндрической поверхности  $d\sigma$  можно записать с учетом интерференции баланс падающих и отраженных частиц:

$$(2) \quad dN_{cr} = dN_{\sigma\sigma} + dN_{a\sigma},$$

где  $dN_{cr} = n_r(x) \sqrt{\frac{R_0 T}{2\pi}} d\sigma$  — поток частиц от элемента  $d\sigma$ ;  $n_r(x)$  — плотность частиц, отраженных от цилиндрической стенки;  $R_0$  — газовая постоянная;  $dN_{\sigma\sigma}$  — поток к элементу  $d\sigma$  частиц, отраженных от поверхности другого цилиндра;  $dN_{a\sigma}$  — поток частиц из камеры  $A$  к элементу  $d\sigma$ .

Подставляя выражения молекулярных потоков в (2) и производя преобразования, можно получить следующее интегральное уравнение Фредгольма второго рода относительно плотности отраженных частиц, где определяющим параметром является относительный шаг пучка  $t = 2S_1/d$ :

$$(3) \quad w(\varphi) = \frac{1}{2} \int_0^\pi w(\varphi') K(\varphi, \varphi') d\varphi' + Q(\varphi),$$

где  $w(\varphi) = n_r(\varphi)/n_a$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi$ ,  $t \geq 2$ ,

$$K(\varphi, \varphi') = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{a(\varphi, \varphi') b(\varphi, \varphi')}{[(\cos \varphi - \cos \varphi')^2 + (t - \sin \varphi - \sin \varphi')^2]^{3/2}} & \text{при } a > 0 \wedge b > 0, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

$$a(\varphi, \varphi') = t \sin \varphi + \cos(\varphi + \varphi') - 1,$$

$$b(\varphi, \varphi') = t \sin \varphi' + \cos(\varphi + \varphi') - 1,$$

$$Q(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{1 - t \sin \varphi + t \cos \varphi \sqrt{t^2 - 2t \sin \varphi}}{1 + t^2 - 2t \sin \varphi} \right] & \text{при } 0 \leq \varphi \leq \pi - \arcsin \frac{2}{t}, \\ 0 & \text{при } \pi - \arcsin \frac{2}{t} \leq \varphi \leq \pi. \end{cases}$$

Поскольку норма оператора правой части уравнения (3)

$$\left\| \int_0^\pi K(\varphi, \varphi') d\varphi' \right\| = \frac{1}{t-1} < 1,$$

то интегральное уравнение при произвольных значениях  $0 < t < \infty$  решалось методом итераций. В качестве первого приближения для  $w(\varphi)$  принималось значение свободного члена  $Q(\varphi)$ . Так как при каждом очередном приближении  $w_k^*(\varphi)$  интеграл в выражении (3) вычислялся с ошибкой меньше  $\delta_1 = \varepsilon(t-2)^2/t(t-1)$ , то справедлива оценка

$$\|(w - w_k^*)\| \leq \frac{1}{t-2} \|(w_k^* - w_{k-1}^*)\| + \delta_1(t-1)/(t-2).$$

В процессе итерации выполнялось условие

$$\|(w_k^* - w_{k-1}^*)\| \leq \varepsilon 2(t-2)/t$$

для того, чтобы точность вычисления значения  $\|(w - w_k^*)\|$  была меньше заданной точности  $\varepsilon = 10^{-3}$ , принятой в расчетах. Вычисление интеграла осуществлялось методом трапеций с точностью

$$\delta_1 \leq \frac{Mh^2(k_2 - k_1)}{6} = \frac{M(k_2 - k_1)^3}{6N^2} = \frac{\pi^3}{12(t-2)},$$

где  $M = [2(t-2)]^{-1}$  — максимум подынтегральной функции  $K(\varphi, \varphi')$ ;  $h = (k_2 - k_1)/N$  — шаг интегрирования;  $k_1 = 0$ ,  $k_2 = \pi$  — интервалы значений  $\varphi$ ;  $N \geq [\pi^3 t(t-1)/12\varepsilon(t-2)^3]^{1/2}$  — число шагов на этом интервале. Расчеты  $w(\varphi)$  для шагов  $t = 2,5 - 30$  проводилось на БЭСМ-4.

После нахождения функции  $w(\varphi)$  определялся суммарный расход (с учетом обратного потока отраженных частиц в камеру  $A$  и потока молекул из камеры  $B$  в  $A$ ) молекул газа в межтрубном пространстве, приходящийся на единицу длины цилиндра  $l_2$ :

$$(4) \quad N_m = (n_a - n_b) \sqrt{\frac{R_0 T}{2\pi}} \frac{d}{2} t W,$$

где коэффициент Клаузинга  $W$  равен

$$(5) \quad W = 1 - \frac{2}{t} \int_0^{\pi - \arcsin \frac{2}{t}} w(\varphi) Q(\varphi) d\varphi.$$

Интеграл в (5) вычислялся методом трапеций с точностью  $0,5 \cdot 10^{-3}$ .

Результаты расчета коэффициента  $W$  представлены на фиг. 3 в виде зависимости  $W = f(t)$  сплошной линией, кружками нанесены значения  $W$ , полученные в опытах при больших числах Кнудсена. Наблюдается удовлетворительное согласие опытных и расчетных данных.

Используя понятие коэффициента Клаузинга, с учетом (4) найдем массовый расход газа между цилиндрами:

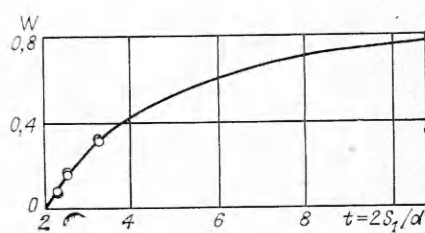
$$G_m = \frac{p_a - p_b}{\sqrt{2\pi R_0 T}} F W,$$

где  $F = S_1 l_2 = t d l_2 / 2$  — входное поперечное сечение. Из связи коэффициента  $W$  с сопротивлением пакета цилиндров можно получить, что число Эйлера при течении газа между цилиндрами при свободномолекулярном режиме, приходящееся на один ряд пучка, равно

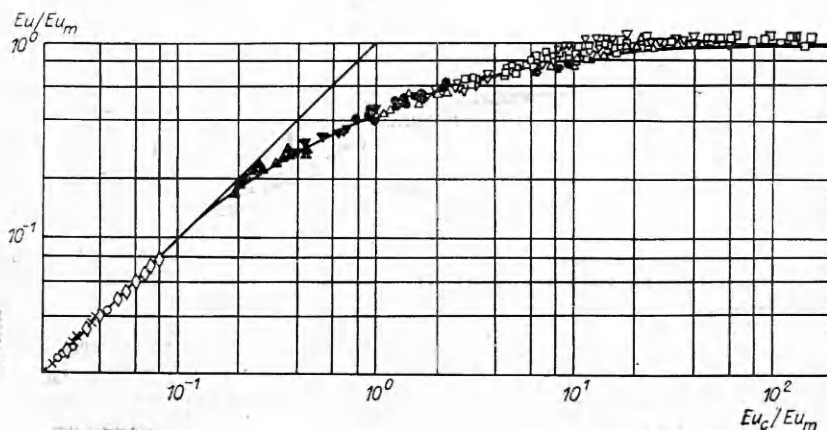
$$(6) \quad Eu_m = \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \frac{1}{W M} \left( \frac{t-2}{t} \right),$$

где  $k = c_p / c_v$ . Из (6) следует, что сопротивление пучков цилиндров в свободномолекулярной области зависит от скорости набегающего потока молекул ( $M$ ) и геометрии пакета ( $t$ ).

Для обобщения результатов экспериментов с пучками цилиндров различной геометрии во всей переходной области динамики разреженного газа опытные данные были представлены в виде зависимости  $Eu = f(Eu_m, Eu_c)$ , где  $Eu_m$  и  $Eu_c$  — числа Эйлера для пучков труб (цилиндров) в свободномо-



Фиг. 3



Фиг. 4

лекулярной и континуумной областях, отнесенные к одному ряду пучка. На фиг. 4 видно, что при такой обработке результатов данные эксперимента по сопротивлению пучков располагаются в виде единой опытной зависимости, асимптотичной к предельным режимам течений разреженного газа, и не зависят от геометрических характеристик пучков.

Опытные данные по сопротивлению шахматных пучков цилиндров, обтекаемых дозвуковым потоком воздуха, во всей переходной области течения удовлетворительно описываются аппроксимирующей формулой

$$(7) \quad Eu = Eu_m [1 + 1,3(Eu_m/Eu_c)^{0,8}]^{-1}.$$

Зависимость (7) представлена на фиг. 4 сплошной линией, опытные точки соответствуют обозначениям, принятым на фиг. 1.

Для нахождения границ свободномолекулярной и континуумной областей для пучков цилиндров отношение  $Eu_c/Eu_m$  можно представить в виде

$$(8) \quad Eu_c/Eu_m = 21 Kn_r W \left( \frac{t}{t-2} \right) \left[ 1 - 0,4 M^{1/2} (Kn_r)^{-1/2} + \right. \\ \left. + 0,2 M^{2/3} (Kn_r)^{-2/3} \right].$$

Из (8) следует, что при  $M = 0,05-0,3$ ,  $t = 2,1-8$  границы предельных режимов обтекания с точностью до 2% определяются следующими условиями:  $Kn_r \leq 10^{-2} - 1,5 \cdot 10^{-2}$  для режима сплошной среды,  $Kn_r \geq 7,8-10,5$  для режима свободномолекулярного обтекания.

Из фиг. 4 видно, что эти условия выполняются при значениях  $Eu_c/Eu_m$ , равных 0,13 и 160 соответственно

Поступила 22 III 1983

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гуров В. И., Иноземцева Е. Н. и др. Сопротивление пакетов цилиндров, поперечно обтекаемых газом при низких числах Рейнольдса. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 1.
2. Кошмаров Ю. А., Рыжов Ю. А. Прикладная динамика разреженного газа. М.: Машиностроение, 1977.

УДК 532.72

### О СОВМЕСТНОМ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСЕ К ЧАСТИЦЕ] В ПОТОКЕ ГАЗА С ПЕРЕМЕННЫМИ ОПРЕДЕЛЯЮЩИМИ ПАРАМЕТРАМИ

А. Д. Полянин

(Москва)

В работе [1—5] рассматривались линейные стационарные задачи о массо- и теплообмене частиц в поступательном потоке несжимаемой жидкости при малых числах Пекле. Аналогичные нелинейные задачи в случае произвольной кинетики поверхностной химической реакции анализировались в [6—9]. В [10] рассматривалась нелинейная задача о совместном тепломассопереносе к сферической частице в потоке сжимаемого газа в случае степенного закона изменения вязкости от температуры. В [11] исследовался массо- и теплообмен капли и твердой частицы любой формы в поступательном и сдвиговом потоках несжимаемой жидкости в случае, когда коэффициент диффузии (температуропроводности) произвольным образом зависит от концентрации (температуры).

**1. Постановка задачи. Новые переменные.** Рассмотрим стационарный тепломассообмен частицы (капли) любой формы с поступательным потоком сжимаемого газа, определяющие параметры которого произвольным образом зависят от температуры. Считается, что концентрация и температура на поверхности частицы и вдали от нее (на бесконечности) принимают постоянные значения. Пренебрегая эффектами термо- и бародиффузии и опус-