ПМТФ, № 1, 1973

УДК 538.4

ДИСПЕРСИОННАЯ ТЕОРИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В СИЛЬНОМ ВЧ ПОЛЕ

Ю. М. Алиев, О. М. Градов, А. Ю. Кирий

(Москва)

Изучаются спектры собственных поверхностных колебаний и устойчивость плазмы, находящейся в сильном высокочастотном (ВЧ) электрическом поле. Показано, что неоднородность плазмы приводит к возникновению пространственной дисперсии и специфического затухания устойчивых колебаний плазмы во внешнем ВЧ поле, частота которого значительно превышает плазменную частоту. Развита последовательная теория параметрического резонанса на частоте электронных поверхностных колебаний с учетом неоднородности плазмы.

1. Дисперсионная теория поверхностных колебаний плазмы в сильном высокочастотном (ВЧ) поле [1] была развита для случая, когда плазму можно считать однородной, а ее границу — резкой. В реальных экспериментах приближение однородной плазмы с резкой границей не всегда оправдано. Известно [2,3], что неоднородность плазмы оказывает существенное влияние на спектры ВЧ поверхностных колебаний. Так, в случае, когда характерный размер неоднородности вблизи границы плазмы значительно превышает дебаевский радиус, пространственная дисперсия и декремент затухания ВЧ поверхностных волн полностью определяются эффектами неоднородности плазмы. Из теории параметрического резонанса в безграничной и однородной плазме [4] известно, что в случае сильных ВЧ полей наличие пространственной дисперсии плазменных волн существенно меняет картину неустойчивости плазмы. Ниже показано, что аналогичные эффекты возникают также и при параметрическом резонансе на частоте ВЧ поверхностных волн в ограниченной неоднородной плазме. Установлено, что апериодическая неустойчивость возникает не только на частоте внешнего поля ω_0, меньшей частоты поверхностных волн $\omega_p / (1+\varepsilon_0)^{1/2}$, но и при $\omega_0 > \omega_p / (1+\varepsilon_0)^{1/2}$. Кроме того, возможны такие ситуации, когда параметрическая неустойчивость является диссипативной.

Помимо изучения особенностей параметрического резонанса в данной работе исследовано также влияние неоднородности плазмы на спектры неустойчивых поверхностных колебаний во внешнем ВЧ поле.

2. Рассмотрим плазму с плотностью $n(z)$, быстро нарастающей на отрезке переходного слоя $0 \leqslant z \leqslant a$, а при $z > a$ меняющейся относительно медленно, так что характерный размер неоднородности

$$L = (\partial \ln n(z) / \partial z \,|_{z=a})^{-1} \gg a$$

При таких условиях в плазме существуют слабозатухающие поверхностные волны с волновым вектором $\mathbf{k}_\parallel$, направленным вдоль границы плазмы и удовлетворяющим условию [2, 3]

$$a^{-1} \gg k_\parallel \gg L^{-1} \tag{2.1}$$

Вектор напряженности внешнего электрического поля будем предполагать ориентированным вдоль границы плазмы. Для достаточно больших значений $k_{\parallel}$, когда область локализации поля поверхностной волны (равная $1 / k_{\parallel}$) значительно меньше глубины проникновения внешнего поля $c / (\omega_p^2 - \omega_0^2)^{1/2}$, последнее можно считать однородным: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin \omega_0 t$.

Дисперсионные уравнения, описывающие НЧ (с частотой $\omega \ll \omega_0$) и ВЧ (с частотой $\omega \pm n\omega_0$) поверхностные волны в сильном ВЧ поле, имеют вид

$$1 + \delta\varepsilon_i^{(0)}(a) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n^2}{R^{(n)}} = 0 \tag{2.2}$$

$$R^{(n)} = [1 + \varepsilon_0 + \delta\varepsilon_e^{(n)}(a)] \left\{ 1 - \frac{1}{2k_{\parallel}} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\delta\varepsilon_i^{(0)}(z)}{\delta\varepsilon_i^{(0)}(a)} \right|_{z=a} -$$

$$- k_{\parallel} \int_0^a dz \frac{\delta\varepsilon_i^{(0)}(z)}{\delta\varepsilon_i^{(0)}(a)} - k_{\parallel}\varepsilon_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{J_m^2}{1 + \varepsilon_0 + \delta\varepsilon_e^{(m)}(a)} \int_0^a dz \frac{1 + \delta\varepsilon_e^{(n)}(a)}{1 + \delta\varepsilon_e^{(m)}(z)} \times$$

$$\times \left[\frac{\delta\varepsilon_i^{(0)}(z)}{1 + \delta\varepsilon_e^{(n)}(z)} - \frac{\delta\varepsilon_i^{(0)}(a)}{1 + \delta\varepsilon_e^{(n)}(a)} \right] \left[1 + \delta\varepsilon_i^{(0)}(z) \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{J_s^2}{1 + \delta\varepsilon_e^{(s)}(z)} \right]^{-1} \Bigg\} +$$

$$+ \frac{1}{2k_{\parallel}} \frac{\partial}{\partial z} [1 + \delta\varepsilon_e^{(n)}(z)]_{z=a} + k_{\parallel}\varepsilon_0 \int_0^a dz \frac{1 + \delta\varepsilon_e^{(n)}(a)}{1 + \delta\varepsilon_e^{(n)}(z)} +$$

$$+ k_{\parallel} \int_0^a dz [1 + \delta\varepsilon_e^{(n)}(z)] + \frac{(1 + \varepsilon_0)(\omega + n\omega_0)^2}{2k_{\parallel}^2 c^2}$$

$$\delta\varepsilon_\alpha^{(n)}(z) = -\omega_{L\alpha}^2(z) / (\omega + n\omega_0)^2, \quad \mathbf{r}_E = e\mathbf{E}_0 / m_e\omega_0^2$$

Здесь ε_0 — диэлектрическая проницаемость среды, ограничивающей плазму, $\delta\varepsilon_\alpha^{(n)}(z)$ — парциальный вклад частиц сорта α в линейную диэлектрическую проницаемость холодной плазмы; J_n — функция Бесселя от аргумента $\mathbf{k}_{\parallel}\mathbf{r}_E$, $\mathbf{r}_E$ — амплитуда осцилляции электрона в ВЧ поле.

3. С помощью дисперсионного уравнения (2.2) изучим сначала спектры слабозатухающих поверхностных колебаний в случае частот внешнего поля, значительно превышающих плазменную $\omega_p = (\omega_{Le}^2(a) + \omega_{Li}^2(a))^{1/2}$. При этом оказывается возможным существование как высокочастотных, так и низкочастотных поверхностных волн с частотой Ω и декрементом затухания γ'

$$\Omega^2 = \omega_*^2 \left\{ 1 - \frac{\omega_*^2}{4k_{\parallel}^2 c^2} + \frac{k_{\parallel}}{1 + \varepsilon_0} \int_0^a \frac{dz}{\varepsilon(\omega_*, z)} [\varepsilon_0^2 - \varepsilon^2(\omega_*, z)] + \frac{1}{2k_{\parallel}} \frac{\partial \ln\varepsilon(\omega_*, z)}{\partial z} \right|_{z=a} \Bigg\} \tag{3.1}$$

$$\gamma' = \frac{\pi\varepsilon_0^2\omega_* k_{\parallel}}{2(1 + \varepsilon_0)} \int_0^a dz \delta[\varepsilon(\omega_*, z)] \tag{3.2}$$

Для НЧ колебаний, частота которых значительно меньше плазменной, для ω_* и $\varepsilon(\omega, z)$ следует использовать выражения

$$\omega_*^2 = [1 - J_0^2(\mathbf{k}_{\parallel}\mathbf{r}_E)] \frac{\omega_{Li}^2(a)}{1 + \varepsilon_0}$$

$$\varepsilon(\omega, z) = 1 - [1 - J_0^2(\mathbf{k}_{\parallel}\mathbf{r}_E)] \frac{\omega_{Li}^2(z)}{\omega^2} \tag{3.3}$$

в то время как для ВЧ колебаний эти величины имеют вид

$$\omega_*^2 = \frac{\omega_{Le}^2(a)}{1 + \varepsilon_0}, \qquad \varepsilon(\omega, z) = 1 - \frac{\omega_{Le}^2(z)}{\omega^2} \tag{3.4}$$

С точностью до членов порядка отношения масс электронов и ионов ВЧ поле не меняет спектр ВЧ поверхностных колебаний. Поэтому второе и третье слагаемые в фигурных скобках формулы (3.1), а также декремент затухания (3.2) могут быть найдены из дисперсионного уравнения, полученного К. Н. Степановым [3], а последнее слагаемое формулы (3.1) соответствует учтенной Ю. А. Романовым [2] поправке, связанной с неоднородностью плазмы в отсутствие ВЧ поля.

Отметим, что выбор точки a, ограничивающей переходной слой, связан лишь с условием (2.1). При этом выражение для частоты не зависит от выбора точки a в области медленного изменения плотности ($a \ll L$), так как в этой области всюду $\varepsilon\,(\omega_*, z) \approx -\varepsilon_0$.

4. С уменьшением частоты внешнего поля ω_0 и приближением ее обертона $n\omega_0$ к ω_* (3.4) возникает параметрический резонанс, приводящий к нарастанию с инкрементом γ НЧ (с частотой ω) и ВЧ (с частотами $\omega \pm \pm n\omega_0$) поверхностных колебаний. Из уравнения (2.2) в этом случае получаем

$$(\omega + i\gamma)^2 - \frac{\omega_{Li}^2(a)}{1+\varepsilon_0} J_n^2(\mathbf{k}_\parallel \mathbf{r}_E) \frac{n\omega_0\Delta}{\Delta^2 - (\omega + i\gamma + i\gamma')^2} = 0 \tag{4.1}$$

Здесь $\Delta = n\omega_0 - \Omega$, а Ω определяется формулами (3.1), (3.4).

Дисперсионное уравнение (4.1) отличается от полученного в работе [1] вследствие учета малых поправок к частоте ω_*, определяющих пространственную дисперсию ВЧ поверхностных волн, а также учета затухания поверхностных колебаний. Такое отличие может оказаться существенным, как показано в работе [4] для случая параметрического резонанса в безграничной плазме.

Рассмотрим прежде всего случай расстроек $n\omega_0 - \omega_*$, для которого в области максимума инкремента выполнено условие $\gamma \gg \gamma'$. При этом из дисперсионного уравнения (4.1) получаем следующие выражения для спектров периодической

$$\omega^2 = \frac{1}{4}\left\{\Delta^2 + 2\left[J_n^2(\mathbf{k}_\parallel \mathbf{r}_E)\, n\omega_0\Delta\, \frac{\omega_{Li}^2(a)}{1+\varepsilon_0}\right]^{1/2}\right\} \tag{4.2}$$

$$\gamma = \frac{1}{2}\left\{-\Delta^2 + 2\left[J_n^2(\mathbf{k}_\parallel \mathbf{r}_E)\, n\omega_0\Delta\, \frac{\omega_{Li}^2(a)}{1+\varepsilon_0}\right]^{1/2}\right\}^{1/2} \tag{4.3}$$

$$\Delta > 0$$

и апериодической ($\omega \equiv 0$) неустойчивостей

$$\gamma = \left\{-\frac{\Delta^2}{2} + \left[\frac{\Delta^4}{4} - J_n^2(\mathbf{k}_\parallel \mathbf{r}_E)\, n\omega_0\Delta\, \frac{\omega_{Li}^2(a)}{1+\varepsilon_0}\right]^{1/2}\right\}^{1/2} \tag{4.4}$$

$$\Delta < 0$$

Из формулы (4.3) следует, что найденное в [1] максимальное значение инкремента периодической неустойчивости

$$\gamma_{\max} = \left\{(\max J_n^2)\frac{\sqrt{27}}{32}\frac{n\omega_0\omega_{Li}^2(a)}{1+\varepsilon_0}\right\}^{1/3} \tag{4.5}$$

достигается в области $\Delta = 2\gamma_{\max}/\sqrt{3}$. Учитывая, что поверхностные колебания в рассматриваемом случае холодной плазмы обладают пространственной дисперсией, приходим к выводу, что максимальное значение инкремента (4.5), найденное в работе [1], имеет место в относительно широкой области частот внешнего поля в соответствии с условием $\gamma \gg \gamma'$. Для случая апериодической неустойчивости максимальное значение инкремента

$$\gamma_{\max} = \left[(\max J_n^2)\frac{n\omega_0\omega_{Li}^2(a)}{2(1+\varepsilon_0)}\right]^{1/3} \tag{4.6}$$

достигается в области $\Delta = -\gamma_{\max}$.

Заметим, что максимальное значение инкремента апериодической неустойчивости (4.6) превышает соответствующее выражение для случая периодической неустойчивости (4.5). Следовательно, апериодическая неустойчивость может полностью определять нелинейное параметрическое взаимодействие и в области частот внешнего поля $\omega_0 > \omega_* / n$.

Для определенных профилей плотности в переходной области (например, для линейного распределения плотности в переходном слое) затухание поверхностных волн $\gamma' \sim \omega_p k_\| a$ и одновременное выполнение условий $\gamma \gg \gamma'$ и $k_\| r_E \sim 1$ возможно лишь в случае достаточно больших напряженностей внешнего поля $(r_E / a) \gg (\omega_0 / \gamma_{\max})$.

Для значений $n\omega_0 - \omega_*$ таких, что $\omega, \gamma, \ll \gamma'$, решение дисперсионного уравнения (4.1) в случае периодической неустойчивости имеет вид

$$\omega^2 = J_n^2(\mathbf{k}_\| \mathbf{r}_E)\frac{\omega_{Li}^2(a)}{1+\varepsilon_0}\frac{n\omega_0\Delta}{\Delta^2+(\gamma')^2}, \qquad \gamma = J_n^2(\mathbf{k}_\| \mathbf{r}_E)\frac{\omega_{Li}^2(a)}{1+\varepsilon_0}\frac{n\omega_0\Delta\gamma'}{[\Delta^2+(\gamma')^2]^2} \tag{4.7}$$

$$\Delta > 0$$

Соответственно для инкремента апериодической неустойчивости получаем

$$\gamma = \left[-J_n^2(\mathbf{k}_\| \mathbf{r}_E)\frac{\omega_{Li}^2(a)}{1+\varepsilon_0}\frac{n\omega_0\Delta}{\Delta^2+(\gamma')^2}\right]^{1/2} \tag{4.8}$$

Следует отметить, что тепловое движение оказывает несущественное влияние на спектры изученных колебаний в случае, когда характерный размер неоднородности переходной области велик по сравнению с дебаевским радиусом. Обратный предельный случай однородной плазмы с резкой границей изучен в работе [5].

Заметим, что проведенное выше рассмотрение относилось к случаю длин поверхностных волн $(1 / k_\|)$, значительно меньших толщины диэлектрических стенок d, ограничивающих плазму. При произвольном соотношении этих длин в вышеприведенных формулах необходимо произвести замену

$$\varepsilon_0 \to \varepsilon_0 \frac{(1+\varepsilon_0)\exp(k_\| d) + (1-\varepsilon_0)\exp(-k_\| d)}{(1+\varepsilon_0)\exp(k_\| d) - (1-\varepsilon_0)\exp(-k_\| d)}$$

Авторы благодарят В. П. Силина за интерес к работе и ценные замечания.

Поступила 24 IV 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Алиев Ю. М., Ферленги Э. Параметрическое возбуждение поверхностных колебаний плазмы внешним высокочастотным полем. ЖЭТФ, 1969, т. 57, вып. 5.
2. Романов Ю. А. К теории характеристических потерь в тонких пленках. ЖЭТФ, 1964, т. 47, вып. 6.
3. Степанов К. Н. О влиянии плазменного резонанса на распространение поверхностных волн в неоднородной плазме. Ж. техн. физ., 1965, т. 35, вып. 6.
4. Андреев Н. Е., Кирий А. Ю., Силин В. П. К теории параметрического резонанса в плазме, находящейся в сильном высокочастотном электрическом поле. Изв. вузов, Радиофизика, 1970, т. 13, № 9.
5. Алиев Ю. М., Градов О. М., Кирий А. Ю. Кинетическая теория параметрического возбуждения поверхностных волн в полуограниченной плазме. ЖЭТФ. 1972, т. 63, стр. 112, вып. 1.