

О ПРЕДЕЛЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ МНОГОФРОНТОВОЙ СТРУКТУРЫ В ПЕРЕСЖАТЫХ ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛНАХ В ГАЗАХ

В. И. Манжалея

(Новосибирск)

Теоретически устойчивость пересжатой детонации к поперечным возмущениям зоны реакции наиболее полно исследована в [1]. Показано, что граница устойчивости лежит в области очень малых положительных тепловыделений Q , и ее положение слабо зависит от величины пересжатия детонации по скорости.

При достаточно большом пересжатии детонации диссоциация продуктов реакции возрастает настолько, что тепловыделение становится отрицательным [2, 3]. Если измерить в эксперименте скорость пересжатой детонации, выше которой детонация гладкая, то можно, рассчитав зависимость $Q(D)$, определить Q , соответствующее переходу от многофронтной структуры детонации к одномерной. Такое сравнение расчета и эксперимента проведено в [4]. Оказалось, что в смесях $2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 7\text{Ar}$ и $\text{C}_2\text{H}_2 + 2,5\text{O}_2 + 31,5\text{Ar}$ граница устойчивости близка к переходу Q через нуль, а в смеси $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 + 7\text{Ar}$ получен странный на первый взгляд результат: многофронтная структура детонации наблюдалась и при отрицательном тепловыделении. Сравнение некоторых результатов эксперимента [5,6] с расчетом [3] привело к аналогичным выводам. В смеси $\text{C}_2\text{H}_2 + 2,5\text{O}_2$ многофронтная структура наблюдалась при начальном давлении $p_0 = 20$ и 50 мм рт. ст. вплоть до $D = 3,9$ км/с [5], а расчет показывает, что условию $Q = 0$ соответствует $D = 3,5$ и $3,67$ км/с. В смеси $2\text{C}_2\text{H}_2 + 3\text{O}_2 + 15\text{Ar}$ фронт детонации негладкий до пересжатий по скорости в $1,75$ раза [6], а по расчету для подобных смесей $Q = 0$ при пересжатиях в $1,4 \div 1,45$ раза. Основная цель данной работы — дать объяснение этим фактам.

Рассматриваются следующие моменты: во-первых, существует температурный предел детонации, т. е. имеется такая начальная температура недиссоциированного газа, что если взрывчатый газ нагрет выше, то ни при какой скорости детонации условие Чепмена—Жуге не может быть выполнено. Температурный предел есть следствие увеличения степени диссоциации продуктов реакции при росте начальной температуры. Во-вторых, введем предположение: если физико-химические параметры газа в зоне индукции одномерной пересжатой детонации таковы, что в газе с такими параметрами невозможно существование детонации Жуге, то одномерная пересжатая детонация будет устойчивой.

Исследуем связь между физико-химическими параметрами газа вблизи температурного предела детонации. Запишем законы сохранения массы и импульса на детонационном скачке

$$\begin{aligned} D\rho_1 &= (D-u)\rho_2, \\ p_2 - p_1 &= D^2\rho_1 - (D-u)^2\rho_2, \end{aligned}$$

где D — скорость детонации; u — массовая скорость; p — давление; ρ — плотность; индекс 1 относится к газу перед скачком, 2 — за ним. Обозначая $\pi = p_2/p_1$, $\sigma = \rho_1/\rho_2$ и $M = D/C_1$, где C_1 — скорость звука, получим

$$\gamma_1 M^2 = (\pi - 1)/(1 - \sigma), \quad (1)$$

$$\gamma_1 \frac{(D-u)^2}{C_1^2} = \sigma^2 \frac{\pi - 1}{1 - \sigma}. \quad (2)$$

Закон сохранения энергии имеет вид

$$D^2/2 - (D-u)^2/2 = I_2 - I_1 = I_{2r} - I_{1r} - Q,$$

где I_i — полная энтальпия; I_{ir} — термодинамическая часть энтальпии; Q — тепловыделение. Будем считать отношения теплоемкостей газа перед фронтом (γ_1) и за фронтом (γ_f, γ_e) постоянными, но не равными друг другу. Тогда закон сохранения энергии можно записать в виде

$$D^2/2 - (D-u)^2/2 = \gamma_f p_2 / (\gamma_f - 1) \rho_2 - \gamma_1 p_1 / (\gamma_1 - 1) \rho_1 - Q \quad (3)$$

или

$$D^2/2 - (D-u)^2/2 = \gamma_e p_2 / (\gamma_e - 1) \rho_2 - \gamma_1 p_1 / (\gamma_1 - 1) \rho_1 - Q', \quad (3')$$

где

$$Q' = Q + [\gamma_e / (\gamma_e - 1) - \gamma_f / (\gamma_f - 1)] p_2 / \rho_2 = \text{const}, \quad (3'')$$

вдоль равновесной детонационной адиабаты. Из (1), (2) и (3') получим уравнение равновесной детонационной адиабаты

$$\pi = \frac{\kappa_1 - \sigma + 2\gamma_1 Q' / C_1^2}{\kappa_e \sigma - 1}, \quad (4)$$

а из (1), (2) и (3) — уравнение «замороженной» детонационной адиабаты

$$\pi = \frac{\kappa_1 - \sigma + 2\gamma_1 Q / C_1^2}{\kappa_f \sigma - 1}, \quad (4')$$

где $\kappa_f = (\gamma_f + 1) / (\gamma_f - 1)$; $\kappa_e = (\gamma_e + 1) / (\gamma_e - 1)$; $\kappa_1 = (\gamma_1 + 1) / (\gamma_1 - 1)$.

Запишем условие Жуге для равновесной и «замороженной» детонаций

$$(\pi - 1) / (1 - \sigma) = \gamma_e \pi / \sigma, \quad (5)$$

$$(\pi - 1) / (1 - \sigma) = \gamma_f \pi / \sigma. \quad (5')$$

Из (1), (5) и (1), (5') получим безразмерные давление и плотность для самоподдерживающейся равновесной детонации

$$\sigma = \gamma_e (1 + \gamma_1 M^2) / \gamma_1 (1 + \gamma_e) M^2, \quad \pi = (1 + \gamma_1 M^2) / (1 + \gamma_e) \quad (6)$$

и детонации Жуге по «замороженной» скорости звука

$$\sigma = \gamma_f (1 + \gamma_1 M^2) / \gamma_1 (1 + \gamma_f) M^2, \quad \pi = (1 + \gamma_1 M^2) / (1 + \gamma_f). \quad (6')$$

Исключив из (1), (4) и (6) π и σ , получим число Маха M_e равновесной детонации Жуге

$$M_e^2 = \frac{\gamma_e^2 - \gamma_1}{\gamma_1 (\gamma_1 - 1)} + \frac{(\gamma_e^2 - 1) Q'}{C_1^2} + \sqrt{\left[\frac{\gamma_e^2 - \gamma_1}{\gamma_1 (\gamma_1 - 1)} + \frac{(\gamma_e^2 - 1) Q'}{C_1^2} \right]^2 - \left(\frac{\gamma_e}{\gamma_1} \right)^2}. \quad (7)$$

Число Маха действительно и минимально, когда подкоренное выражение равно нулю, т. е. когда

$$\frac{Q'}{C_1^2} = \frac{\gamma_1 - \gamma_e}{\gamma_1 (\gamma_1 - 1) (\gamma_e - 1)}, \quad (8)$$

откуда из (3'') с учетом (6) и (7) получим тепловыделение

$$\frac{Q}{C_1^2} = \frac{\gamma_1 - \gamma_f}{\gamma_1 (\gamma_1 - 1) (\gamma_f - 1)}. \quad (9)$$

Если $\gamma_f > \gamma_1$, то при минимальном числе Маха $Q < 0$. Подставляя (8) в (7), получим

$$(M_e^2)_{\min} = \frac{\gamma_e}{\gamma_1}. \quad (10)$$

При этом числе Маха $\pi=1$, $\sigma=1$, т. е. равновесная адиабата в координатах (π, σ) проходит через точку начального состояния газа. Точки, обозначающие в координатах π, σ начальное и конечное состояния детонации и дефлаграции, совпадают. Это происходит, когда давление p_1 и плотность ρ_1 в зоне индукции пересжатой детонации становятся равными p_3 и ρ_3 за зоной реакции, т. е. ударная и детонационная адиабаты, проведенные для нормальной температуры, пересекаются. Таким образом, получаем условие невозможности существования в зоне индукции пересжатой детонации решения в виде самоподдерживающейся волны реакции

$$\rho_3 > \rho_1. \quad (11)$$

Однако для газов с малым числом атомов в молекуле при любых температурах $\gamma_1 > \gamma_e$ и при $\frac{\gamma_e}{\gamma_1} < M_e^2 < 1$ волна дозвуковая, следовательно, она с течением времени «расплывается». В связи с этим объясним смысл критерия (11) иным образом. В реальной детонации поперечные волны нестационарны, условие Жуге в них не выполняется. Кроме того, при сильном пересжатии уменьшение числа Маха поперечных волн вместе с ростом температуры за передним ударным фронтом приводит к тому, что изменение задержки воспламенения в поперечных волнах становится незначительным. Поэтому непосредственное влияние воспламенения за поперечной волной на движение ее ударного фронта мало; механизм самоподдерживания поперечных волн очень сложен и осуществляется через их столкновения между собой, взаимодействие со шлейфами и т. д. Однако можно представить, что источником подкачки энергии в поперечные колебания являются «вспышки» сжатых в переднем фронте и находящихся в зоне индукции объемов непрореагировавшего газа. Если $\rho_3 < \rho_1$, то при достаточно большой энергии активации повышение температуры в некотором объеме (например, за счет столкновения слабых поперечных волн) приведет к сгоранию этого объема с повышением давления и генерацией волны сжатия, подкачивающей энергию в систему поперечных волн и связанных с ними шлейфов. В случае же $\rho_3 > \rho_1$ генерации волн сжатия нет, поэтому система поперечных волн не может существовать.

Рассмотрим еще некоторые особенности поведения равновесной детонации вблизи температурного предела. При $M_e^2 = \frac{\gamma_e}{\gamma_1}$ из уравнения состояния идеального газа получаем, что отношение температур на детонационном скачке равно отношению молекулярных весов

$$T_2/T_1 = \mu_2/\mu_1.$$

При $M_e = 1$ из (3''), (6) и (7) получим

$$\sigma = \frac{\gamma_e(1 + \gamma_1)}{\gamma_1(1 + \gamma_e)} > 1, \quad \pi = \frac{1 + \gamma_1}{1 + \gamma_e} > 1.$$

Приравняв давление в зоне реакции (6) и в зоне индукции $\pi_{уд} = 1 + \frac{2\gamma_1}{\gamma_1 + 1} (M_e^2 - 1)$, получим, что при

$$M_e^2 < \frac{\gamma_1\gamma_e + 2\gamma_1 - \gamma_e}{\gamma_1(2\gamma_e - \gamma_1 + 1)} \quad (12)$$

давление и плотность на поверхности Жуге больше соответствующих величин в зоне индукции. Эти особенности показаны на рис. 1.

Формула (12) представляет собой выраженный через число Маха критерий устойчивости (11), примененный к равновесной детонации Чепмена—Жуге при повышенной начальной температуре. Пусть $D_{ж}$ —

скорость самоподдерживающейся детонации, а D_1 — скорость пересжатой детонации, при которой $\rho_1 = \rho_3$. С повышением начальной температуры диапазон скоростей пересжатой детонации $D_{ж} \div D_1$, в котором возможна многофронтная структура, сужается, исчезая при начальной температуре, соответствующей

$$M_e^2 = (\gamma_1 \gamma_e + 2\gamma_1 - \gamma_e) / \gamma_1 (2\gamma_e - \gamma_1 + 1).$$

Рассмотрим теперь поведение «замороженной» детонации Жуге вблизи температурного предела. Исключая из (1), (4') и (6') π и σ , получим число Маха детонации Жуге

$$M_f^2 = a + \sqrt{a^2 - \frac{\gamma_f [(\gamma_e + 1) + (\gamma_f + 1)(\gamma_e - 1)]}{\gamma_1^2 (2\gamma_f - \gamma_e + 1)}}, \quad (13)$$

где

$$a = \frac{(\gamma_f^2 + \gamma_1)(\gamma_e - 1) + 2\gamma_f(\gamma_e - \gamma_1) + \frac{\gamma Q'}{C_1^2}(\gamma_1 - 1)(\gamma_e - 1)(\gamma_f + 1)^2}{\gamma_1(\gamma_1 - 1)(2\gamma_f - \gamma_e + 1)}.$$

Приравнивая подкоренное выражение нулю, получаем

$$(M_f^2)_{\min} = \frac{1}{\gamma_1} \sqrt{\frac{\gamma_f [(\gamma_e + 1) + (\gamma_f + 1)(\gamma_e - 1)]}{2\gamma_f - \gamma_e + 1}}. \quad (14)$$

Разложим правую часть (14) по $(\gamma_f - \gamma_1)$ и $(\gamma_1 - \gamma_e)$ до членов второго порядка

$$(M_f^2)_{\min} \simeq \frac{\gamma_e}{\gamma_1} + \frac{\gamma_1 - 1}{2\gamma_1^2(\gamma_1 + 1)} [(\gamma_f - \gamma_1)^2 + (\gamma_1 + \gamma_e)^2 + 3(\gamma_f - \gamma_1)(\gamma_1 - \gamma_e)].$$

Для $\gamma_1 \simeq 1,3$ сомножитель перед квадратной скобкой приблизительно равен 0,04, поэтому с хорошей точностью

$$(M_f^2)_{\min} \simeq \frac{\gamma_e}{\gamma_1}. \quad (15)$$

Равновесная адиабата, на которой число Маха детонации Жуге минимально, на π, σ -диаграмме проходит ниже точки, отвечающей начальному состоянию. Это адиабата с минимальным значением Q' . Условие $M_f = 1$ достигается на более высокой адиабате, проходящей ниже начальной точки, если $\gamma_f > \gamma_1$, и выше ее, если $\gamma_f < \gamma_1$. На равновесной адиабате, проходящей через начальную точку $M_f^2 = \frac{\gamma_f}{\gamma_1}$, Q минимально и равно тепловыделению, задаваемому формулой (9), а «замороженная» и равновесная точки Жуге совпадают с начальной. При $(M_f^2)_{\min} < M_f^2 < \frac{\gamma_f}{\gamma_1}$, $\pi < 1$, $\sigma < 1$, $Q > Q_{\min}$.

Все эти особенности показаны на рис. 2. Таким образом, температурный предел для детонации, в которой выполняется «замороженное» условие Жуге, оказывается немного выше, чем для «равновесной» детонации. Точка с $(M_f)_{\min}$ лежит на равновесной адиабате, проведенной для нормальной температуры, несколько выше ее пересечения с ударной адиабатой. Однако применение температурного предела «замороженной» детонации Жуге в качестве предела существования многофронтной структуры в пересжатой детонации физического смысла не имеет. Поэтому по-прежнему будем считать критерий (11) справедли-

Рис. 1. Относительное положение ударной AC и «равновесной» детонационной адиабаты вблизи температурного предела.

AD — детонационная адиабата при $M_e^2 = \frac{\gamma_e}{\gamma_1}$;
 AB — касательная к ударной адиабате в точке A ; MN — детонационная адиабата при $M_e = 1$ и $\gamma_1 > \gamma_e$; KL — детонационная адиабата при $M_e^2 = \frac{\gamma_1 \gamma_2 + 2\gamma_1 - \gamma_e}{\gamma_1 (2\gamma_e - \gamma_1 + 1)}$; A, A_1, A_2 — точки Жуге.

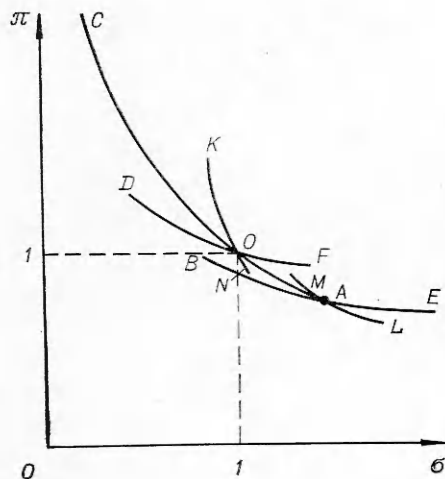
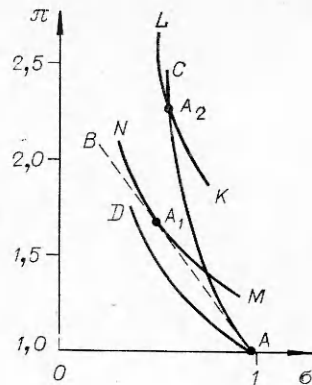


Рис. 2. Относительное положение ударной OC и равновесной детонационной адиабаты вблизи температурного предела для «замороженной» детонации ($\gamma_f > \gamma_1$).

FOD — равновесная адиабата при $M_f^2 = \frac{\gamma_f}{\gamma_1}$; KN — адиабата замороженного состава, проходящая через «замороженную» точку Жуге; BAE — равновесная адиабата при $M_f = (M_f)_{min}$; ML — адиабата замороженного состава, проходящая через «замороженную» точку Жуге, для детонации и дефлаграции («равновесной» точки Жуге на равновесной адиабате в этом случае нет); OA — прямая Михельсона.

Рис. 3. Сравнение результатов расчета и эксперимента. Смесь $CH_4 + 2O_2 + 7Ag$.
 1 — многофронтная структура детонации; 2 — одномерная структура.

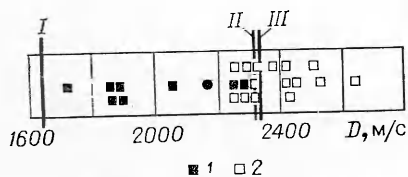
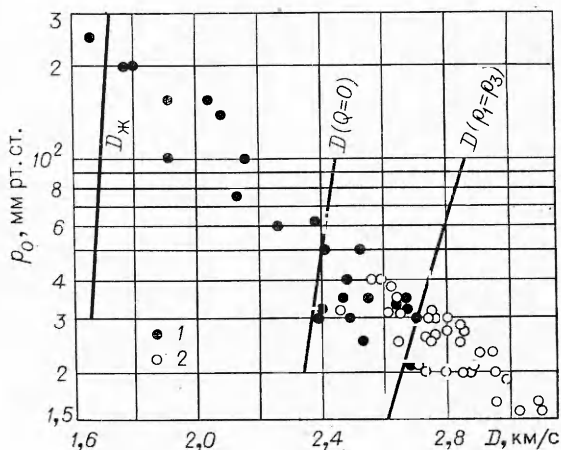


Рис. 4. Сравнение результатов расчета и эксперимента. Смесь $2H_2 + O_2 + 7Ag$.

1 — многофронтная структура детонации; 2 — одномерная структура. I — скорость детонации Чепмена — Жуге; II — скорость детонации, при которой $Q=0$; III — скорость детонации, при которой $\rho_1 = \rho_2$.

Таблица 1
 Параметры детонации смеси $\text{C}_2\text{H}_4 + 2\text{O}_2 + 7\text{Ar}$ при повышенной начальной температуре T_1 и условии Жуге $u = C_e$, $p_1 = 2,6$ атм

Параметр	$T_1 \cdot 10^3, \text{K}$										
	0,600	1,000	2,000	3,000	4,000	4,200	4,260	4,299	4,300	4,33*	
γ_f	1,378	1,386	1,405	1,426	1,447	1,450	1,451	1,451	1,451	1,451	
γ_e	1,188	1,180	1,172	1,170	1,169	1,169	1,168	1,168	1,168	1,167	
M_e	3,860	2,984	2,037	1,556	1,174	1,076	1,036	1,000	0,999	0,94	
D , км/с	1,740	1,703	1,614	1,501	1,304	1,224	1,186	1,149	1,149	1,149	
Q/C_1^2	6,486	3,411	0,884	-0,020	-0,450	-0,492	-0,497	-0,495	-0,495	-0,495	
π	10,43	6,209	3,055	1,958	1,308	1,172	1,120	1,073	1,074	1,000	
$1/\sigma$	1,761	1,711	1,574	1,418	1,201	1,126	1,092	1,058	1,059	1,000	
$T_2 \cdot 10^3, \text{K}$	3,347	3,371	3,474	3,570	3,627	3,627	3,616	3,608	3,608	3,602	

* Значение T_1 , выше которой условие Жуге $u = C_e$ не выполняется (здесь и в табл. 2).

вым. Кроме того, различие в скоростях пересжатой детонации, при которой в зоне индукции термодинамически еще возможна «равновесная» или «замороженная» детонация Жуге, не превышает ошибку в измерении скорости, как это будет видно далее из численных расчетов.

Для объяснения экспериментов с пересжатой детонацией [4], а также для проверки полученных выше соотношений вблизи температурного предела рассчитаны параметры детонации при высоких начальных температурах в смесях $2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 7\text{Ar}$ и $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 + 7\text{Ar}$ по программе [3]. В каждом случае расчет проводился при ~ 20 различных значениях начальных температур и давлениях, соответствующих эксперименту. Некоторые результаты приведены в табл. 1 и 2. Удалось получить значения параметров детонации при температуре, близкой к температурному пределу, но не на нем самом. Поэтому M , p , ρ , γ_i и μ на пределе вычислены экстраполяцией этих параметров до температуры T_1 , при которой выполнялись приведенные связи между этими параметрами на пределе и в близких к нему случаях (T_1 в таблицах выделены). В случае детонации с условием Жуге $u = C_e$ ее параметры на пределе также можно получить из имеющихся расчетов пересжатой детонации. Результаты совпадают с полученными экстраполяцией.

В табл. 3 приведены скорости пересжатой детонации при $T = 293,15\text{ K}$, соответствующие предельным температурам в зоне ее индукции, а также температурам, при которых число Маха поперечной волны Чепмена — Жуге принимает значение 1 и $(\gamma_i/\gamma_1)^{1/2}$. Обращает на себя внимание, что разность скоростей пересжатой детонации, соответствующих $(M_e)_{\min}$ и $M = 1$, в 2—3 раза меньше ошибки измерения скорости детонации. Поэтому определить в эксперименте, какое из этих чисел Маха соответствует верхней границе существования многофронтной структуры, не представляется возможным. На рис. 3 и 4 приведено сравнение эксперимента [4] с расчетом. Видно, что при $\rho_3 > \rho_1$ в смесях $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 + 7\text{Ar}$ и $2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 7\text{Ar}$ детонация гладкая.

В расчете предполагалось существование в исходном газе равновесия по степеням свободы. Однако возможен случай, когда колебательная релаксация газа в зоне индукции пересжатой детонации проходит медленно, а зона последующего химического превращения относительно коротка. Тогда в (11) ρ_1 — плотность колебательно невозбужденного газа, и соотношение (11) выполняется при меньшей скорости пересжатой детонации. В общем случае скорость пересжатой детонации D' , при которой исчезает многофронтная структура, лежит между этими ско-

Таблица 2

Параметры детонации смеси $2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 7\text{Ar}$ при повышенной начальной температуре T_1 и условии Жуге $u = C_e$, $p_1 = 7$ атм

Параметр	$T_1 \cdot 10^3, \text{ K}$								
	0.600	1.000	2.000	3.000	3.400	3.480	3.496	3.498	3.57*
γ_1	1,543	1,527	1,493	1,471	1,465	1,464	1,463	1,463	1,462
γ_f	1,416	1,422	1,437	1,454	1,460	1,461	1,461	1,461	1,460
γ_e	1,237	1,218	1,196	1,187	1,184	1,183	1,183	1,183	1,182
M_e	3,473	2,648	1,763	1,275	1,072	1,016	1,002	1,000	0,90
D , км/с	1,716	1,679	1,563	1,374	1,229	1,176	1,163	1,161	1,12
Q/C_1^2	4,590	2,375	0,672	0,095	-0,016	-0,025	-0,025	-0,025	-0,023
π	8,772	5,277	2,567	1,550	1,230	1,150	1,131	1,128	1,000
$1/\sigma$	1,716	1,665	1,511	1,299	1,158	1,110	1,098	1,096	1,000
$T_2 \cdot 10^3, \text{ K}$	3,316	3,388	3,529	3,612	3,611	3,601	3,598	3,597	3,56

Таблица 3

Соответствие между числом Маха самоподдерживающихся поперечных волн и скоростью пересжатой детонации

Смесь	P_1 , атм	Условие Жуге	М	$T_1 \cdot 10^3$, К	D , $\frac{\text{км}}{\text{с}}$	σ	π
$\text{C}_2\text{H}_4 + 2\text{O}_2 + 7\text{Ar}$	2,6	$u = C_f$	$\sqrt{\frac{\gamma_f}{\gamma_1}}$	4,33	2,67	1	1
			1	4,38	2,69	—	—
			$(M_f)_{\text{min}}$	4,45	2,72	—	—
		$u = C_e$	1	4,299	2,664	—	—
			$(M_e)_{\text{min}}$	4,33	2,67	1	1
$2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 7\text{Ar}$	7	$u = C_f$	$\sqrt{\frac{\gamma_f}{\gamma_1}}$	3,57	2,33	1	1
			1	3,56	2,32	—	—
			$(M_f)_{\text{min}}$	3,7	2,39	—	—
		$u = C_e$	1	3,498	2,30	—	—
			$(M_e)_{\text{min}}$	3,57	2,33	1	1

ростями (если энергия активации достаточно высока). По-видимому, есть еще причины, снижающие D' (малая энергия активации, потери энергии), но нет причин, повышающих D' . Поэтому равенство $\rho_3 = \rho_1$ можно считать верхней границей существования поперечных волн в пересжатой детонации.

Этот вывод допускает обобщение. Неустойчивость плоской ударной волны в сплошной среде возможна не только при сопровождении ее химической реакцией. В общем случае за стационарной ударной волной есть несколько релаксационных зон. Если плотность в некоторой зоне за фронтом (не обязательно совпадающей с какой-либо релаксационной зоной) выше, чем в конечном состоянии, и температурная зависимость общей ширины релаксационных зон сильная, а ширина зоны с повышенной плотностью составляет значительную часть от общей ширины релаксационных зон, то возможна потеря устойчивости и образование многофронтной структуры.

Автор выражает признательность М. Е. Топчиану и Ю. А. Николаеву за предоставление программы расчетов.

Поступила в редакцию
21/IX 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. J. J. Eggenbeck. Phys. of Fluids, 1964, 7, 5, 684.
2. К. Формен, Х. Певни, Р. Макмиллан.— В сб.: Детонация и двухфазное течение. М., «Мир», 1966.
3. Ю. А. Николаев, М. Е. Топчиан. ФГВ, 1977, 13, 3, 393.
4. В. И. Манжалей, В. А. Субботин. ФГВ, 1976, 12, 6, 935.
5. В. Е. Гордеев. Докл. АН СССР, 1976, 226, 3, 619.
6. R. E. Duff. Phys. of Fluids, 1961, 4, 11, 1427.