

ТЕЧЕНИЕ И РАЗДЕЛЕНИЕ БИНАРНОЙ СМЕСИ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЗАЗОРЕ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ВРАЩЕНИИ ВНЕШНЕГО ЦИЛИНДРА

Исследование цилиндрического течения Куэтта при числах Кнудсена $Kn = 10^{-2} \div 1$ является не только классической задачей динамики разреженного газа, но имеет и практический интерес [1, 2]. В случае когда внешний цилиндр неподвижен, а внутренний вращается со скоростью, соответствующей числу Маха $M \leq 1$, течение изучалось экспериментально [3] и численно, как методом прямого статистического моделирования [1], так и при решении модельных кинетических уравнений [2, 4]. При сверхзвуковых скоростях вращения внутреннего цилиндра в [5, 6] проанализировано влияние на характеристики течения числа Маха и величины зазора. Значительно меньше работ посвящено случаю, когда внешний цилиндр вращается, а внутренний покоится. Для этой задачи в [2] найдено численное решение уравнения Больцмана для БГК-модели. Течение бинарной смеси разреженного газа при различных соотношениях масс компонентов смеси и их концентраций для плоского зазора изучено в [7], где получены распределения скорости и компоненты тензора вязких напряжений по зазору.

1. В настоящей работе проведено численное исследование методом прямого статистического моделирования по схеме [8] течения бинарной смеси разреженного газа с молекулярными массами $\mu_1 = 300$ и $\mu_2 = 400$ в зазоре между коаксиальными цилиндрами. При этом внешний цилиндр радиуса r_2 вращался с угловой скоростью ω_2 ($M = \omega_2 r_2 / (\gamma R T_0 / \mu_2)^{1/2} = 3$), а внутренний цилиндр радиуса $r_1 = 0.625 r_2$ был неподвижен. Здесь и далее индексы 1 и 2 относятся к величинам, определенным у поверхностей внутреннего и внешнего цилиндров соответственно; T_0 — температура обоих цилиндров; R — газовая постоянная; γ — показатель адиабаты для тяжелого газа, равный единице; $Kn = \lambda_2 / (r_2 - r_1)$ варьировалось в пределах от 10^{-2} до 2. Для межмолекулярного взаимодействия была принята модель «твердых сфер» с одинаковым сечением взаимодействия для модельных частиц. Плотность газовой смеси у поверхности внешнего цилиндра оценивалась из экспоненциального распределения

$$(1) \quad n(r) = k \exp A(r/r_2)^2,$$

где $A = [c\mu_2 + (1 - c)\mu_1] \omega_2^2 r_2^2 / 2RT_0$, c — относительная концентрация тяжелого компонента в смеси. Постоянная k определялась из условия нормировки

$$N = 2k \int_{r_1}^{r_2} \exp A(r/r_2)^2 r dr.$$

Полное число используемых в расчете модельных частиц N равнялось 8000. Алгоритм расчета был построен так, что поле течения разбивалось по радиусу на 20 ячеек при $Kn \geq 10^{-1}$ и на 40–50 ячеек при $Kn < 10^{-1}$. Характерное время изменения температуры газа t_0 оценивалось из уравнения температуропроводности $t_0 \sim (r_2 - r_1)^2 / \chi \sim \tau / Kn^2$ (χ — коэффициент температуропроводности, τ — среднее время свободного пробега частиц). Расчеты показали, что в интервале от $2t_0$ до $3t_0$ максимальное изменение температуры с течением времени составляет не более 1%. Следовательно, для времен $t \geq 3t_0$ можно считать, что характеристики течения достигли стационарного состояния при систематической ошибке, не превышающей 1%. Объем статистической выборки по ячейке после достижения стационарного состояния составлял в среднем $(1-5) \cdot 10^4$ частиц по каждому компоненту. При этом статистические ошибки при определении характеристик течения также были не более 1%. Для сильно отличающихся концентраций компонент смеси в расчетах использовались весовые множители аналогично [8].

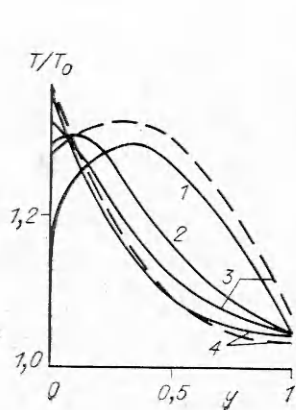


Рис. 1

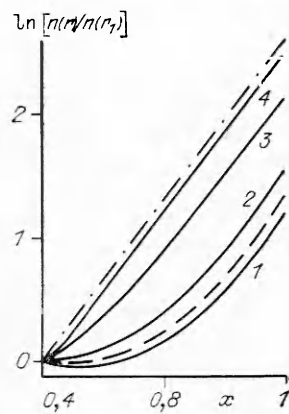


Рис. 2

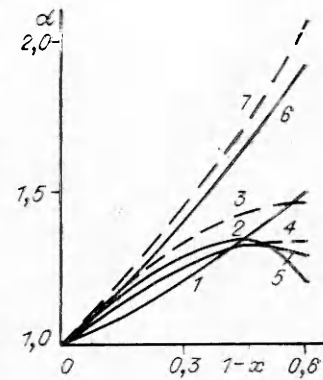


Рис. 3

2. Численные расчеты позволили получить распределения температуры, плотности и азимутальной составляющей скорости по зазору для каждого компонента в отдельности и для смеси в целом. Найденные зависимости при $\mu_1 = \mu_2$ сравнивались с результатами из [2]. На рис. 1 представлены распределения температуры газа по зазору ($y = (r - r_1)/(r_2 - r_1)$) при различных Kn . Кривые 1—4 соответствуют $Kn = 10^{-2}$; 10^{-1} ; $5 \cdot 10^{-1}$; $0,9$. Сплошными линиями нанесены результаты настоящей работы, штриховыми — данные из [2]. Полученное при $Kn = 0,9$ хорошее совпадение результатов с увеличением плотности газа пропадает. Расхождение при малых Kn , по-видимому, связано с упрощенной формой интеграла столкновений в БГК-модели, которая вносит ошибку, возрастающую с увеличением частоты столкновений частиц.

Распределение логарифма относительной плотности газа по зазору $\ln n(r)/n(r_1)$ проиллюстрировано на рис. 2 ($x = (r/r_2)^2$). В отличие от случая, когда внутренний цилиндр отсутствует, распределение плотности газа зависит от Kn (кривые 1—4 отвечают $Kn = 10^{-2}$; $2,5 \cdot 10^{-2}$; 10^{-1} ; 1), причем при увеличении Kn аналогично тому, как это определено в [2], $n(r)$ стремится к экспоненциальному распределению Больцмана (штрихпунктирная кривая). С уменьшением разрежения газа найденные зависимости приближаются к решению для сплошной среды при изотермическом течении (штриховая линия). Характерная особенность полученных нами зависимостей плотности газа при малых Kn — наличие минимума у поверхности внутреннего цилиндра, что связано с максимумом температуры газа в этой области. Из анализа уравнений для сплошной среды следует, что при малых Kn разогрев газа связан в основном с процессом вязкой диссипации кинетической энергии газа. При плоском зазоре можно найти аналитическое решение для профиля температуры, который имеет параболическую форму, симметричную относительно середины зазора. Причем величина максимума пропорциональна M^2 . В цилиндрическом зазоре зависимость от M^2 сохраняется, но положение максимума температуры смещается в сторону внутреннего цилиндра. Аналогичная асимметрия наблюдается и в задаче о вращении внутреннего цилиндра [5, 6].

3. Зависимость распределения плотности газа по зазору от Kn приводит к увеличению коэффициента разделения компонент бинарной смеси газов $\alpha_0 = \frac{c_2}{1-c_2} / \frac{c_1}{1-c_1}$ с ростом разрежения (c — относительная концентрация тяжелого компонента у поверхностей цилиндров). Так, для 50 % смеси α_0 меняется от 1,43 при $Kn = 10^{-2}$ до 1,94 при $Kn = 2$. При экспоненциальном распределении плотности по зазору $\alpha_0 = 2,05$.

На рис. 3 представлена зависимость коэффициента разделения $\alpha(x) = \frac{c_2}{1-c_2} / \frac{c(x)}{1-c(x)}$ от координаты x для различных Kn . Наличие мини-

муна плотности газа у поверхности неподвижного цилиндра при $Kn = 10^{-2}$ приводит к возникновению максимума $\alpha(x)$ в этой же области. Как показано выше, величина максимума температуры (минимума плотности) зависит от числа Маха для смеси в целом M_c , которое меняется при изменении состава смеси. Это в свою очередь ведет к зависимости коэффициента разделения смеси от концентрации компонентов. Расчеты показали, что при $c = 90\%$ и $c = 10\%$ поведение $\alpha(x)$ существенно отличается (кривые 1 и 2 на рис. 3). Для 10% смеси ($M_c = 2,64$) изменение $\alpha(x)$ носит монотонный характер. При 90% смеси ($M_c = 2,96$) наблюдается максимум $\alpha(x)$, причем α_0 на 12% меньше, чем при 10% концентрации тяжелого компонента, хотя перепад давления по зазору при этом больше. Штриховая линия 3 на рис. 3 соответствует решению для 50% смеси, найденному из уравнения для сплошной среды в изотермическом случае, а 4 — тому же решению, но с учетом полученного в расчетах распределения температуры. Последняя хорошо согласуется с результатами настоящего исследования, за исключением небольшой области у поверхности внутреннего цилиндра (кривая 5). Результаты свидетельствуют о том, что при цилиндрическом течении Куэтта для малых Kn кроме градиента давления на разделение существенное влияние оказывает распределение температуры, зависящее от состава смеси.

При увеличении Kn зависимость $\alpha(x)$ от состава смеси ослабевает, а при $Kn = 1$ практически исчезает. Для сильно разреженного газа $\alpha(x)$ хорошо описывается аналитически из распределения (1) с ошибкой, не превышающей 5%, что иллюстрируют кривая 6 на рис. 3, рассчитанная при $Kn = 1$ для 90% и 10% смеси, и штриховая линия 7, полученная из распределения плотности (1). Этот факт объясняется тем, что в сильно разреженном газе отсутствует взаимодействие между частицами, вследствие чего компоненты смеси ведут себя независимо.

Проведенное исследование показало, что в цилиндрическом зазоре течение бинарной смеси газов хорошо описывается экспоненциальным законом при $Kn \geq 1$. С увеличением плотности газа наблюдается отклонение от больцмановского распределения, что приводит к зависимости коэффициента разделения от состава смеси.

Авторы благодарят профессора Жданова В. М. за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nanbu K. Analysis of cylindrical Couette flow by use of the direct simulation method // Phys. Fluids.— 1984.— V. 27, N 11.
2. Makihara H., Ito T. Numerical analysis of rarefied cylindrical Couette flows // XIV RGD Symp., Japan, 1984.— V. 1.
3. Alofs D. J., Springer G. S. Cylindrical Couette flow experiments in the transition regime // Phys. Fluids.— 1971.— V. 14, N 2.
4. Abe T., Oguchi H. Higher-order kinetic model analysis of cylindrical Couette flows // XI RGD Symp., Italy, 1978.— V. 1.
5. Борисевич В. Д., Юпатов С. В. Исследование методом прямого статистического моделирования процесса теплообмена в разреженном газе при цилиндрическом течении Куэтта со сверхзвуковыми скоростями // Междунар. форум по теплообмену: Тез. докл. секц. 9.— Минск, 1988.
6. Борисевич В. Д., Юпатов С. В. Исследование сверхзвукового течения разреженного газа в цилиндрическом зазоре // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1989.— № 3.
7. Volougeorgis D. Couette flow of a binary gas mixture // Phys. Fluids.— 1988.— V. 31, N 3.
8. Берд Г. Молекулярная газовая динамика/Под ред. О. М. Белоцерковского, М. Н. Когана.— М.: Мир, 1981.

г. Москва

Поступила 15/V 1989 г.