

ное отклонение экспериментальных точек от расчетной кривой не превышает  $\pm 6\%$ . Удовлетворительность применения формулы (1) для расчета распределения напряженности электрического поля вдоль всего участка развитого турбулентного течения иллюстрирует, например, расчетная кривая 2, приведенная на фиг. 1. Величина  $E_T$  рассчитывалась по локальным значениям расхода и давления газа. При значительном нарастании расхода газа вдоль участка развитого турбулентного течения величина относительного отклонения экспериментальных точек от расчетной кривой не превышает  $\pm 10\%$  при надежности 0,95.

Поступила 28 XI 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Жуков М. Ф., Засыпкин И. М., Сазонов М. И. Эффективность газовой завесы в плазматронах осевой схемы. — «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук», 1973, № 3, вып. 1.
2. Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Урюков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы. Новосибирск, «Наука», 1975.
3. Урюков Б. А. Теоретические исследования электрической дуги в потоке газа. — «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук», 1973, № 13, вып. 3.
4. Урюков Б. А. Исследования турбулентных электрических дуг. — «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук», 1975, № 3, вып. 1.
5. Shkarofsky I. P. Analysis of turbulent flow in wall-stabilized arc discharges. ARL 73-0133, 1973.
6. Frind G., Damsky V. L. Electric arc in turbulent flows. IV. ARL 70-0001, 1970.
7. Runstadler P. W. Laminar and turbulent flow of an argon arc plasma. Harvard Un., Dept. Eng. and Appl. Phys. Tech. Rep. N 22, 1965.
8. Лукашов В. П., Поздняков Б. А. Напряженность электрического поля дуги в канале плазматрона с распределенным вдувом. — «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук», 1976, № 13, вып. 3.
9. Жуков М. Ф., Смоляков В. Я., Урюков Б. А. Электродуговые нагреватели газа (плазматроны). М., «Энергия», 1973.
10. Очерки физики и химии низкотемпературной плазмы. Под ред. Полака Л. С. М., «Наука», 1971.

УДК 533.9.082.76

#### О ТОКАХ НАСЫЩЕНИЯ НА ЗОНД В ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ

М. С. Бенилов, Г. А. Тирский

(Москва)

В настоящее время в связи с интенсивными исследованиями течений ионизованного газа в литературе появляется значительный интерес к электрическим зондам, которые широко используются в качестве одного из основных диагностических средств. Электрические зонды представляют собой относительно простые устройства, однако при интерпретации измеренной вольт-амперной характеристики возникают трудности, и в первую очередь в тех случаях, когда зонд работает в гидродинамическом режиме, т. е. когда длина свободного пробега частиц много меньше характерного размера зонда и толщины дебаевского слоя.

Данная работа посвящена теоретическому анализу вопроса о поведении вольт-амперных характеристик одиночных электрических зондов в потоках плотной плазмы при больших положительных и отрицательных потенциалах поверхности в случае, когда  $\varepsilon = \lambda_d^2/L^2 \ll 1$  ( $\lambda_d$  — характерный невозмущенный дебаевский радиус,  $L$  — характерный масштаб изменения гидродинамических параметров вблизи поверхности зонда). Этот вопрос впервые рассматривался в работе [1], где на основании асимптотического анализа

задачи в пределе  $\lambda_{d1}^2/\delta^2 \rightarrow 0$  ( $\delta$  — толщина вязкого пограничного слоя) сделан вывод о том, что при больших положительных (отрицательных) потенциалах поверхности зонда характеристика выходит на постоянные значения, соответствующие электронному (ионному) току насыщения. Для плотности токов насыщения получены явные выражения через нормальную производную от квазинейтральной концентрации заряженных частиц на стенке. Однако предположения, положенные в основу анализа, существенно ограничивают область применимости полученных результатов и в общем случае не позволяют непосредственно использовать эти результаты для диагностических целей. В частности, в работе [1] предполагалось, что температура и плотность газа, а также все коэффициенты переноса однородны в пространстве, что подразумевает равенство температур поверхности зонда и невозмущенного потока. В большинстве экспериментов, однако, это предположение не выполняется, так как зонд обычно является существенно более холодным, чем невозмущенная присутствием зонда плазма. Не учитывались столкновения заряженных частиц между собой, а также газофазные реакции ионизации и рекомбинации, что недопустимо, например, при интерпретации зондовых измерений в плазме МГД-генераторов открытого цикла. Далее, в этой работе считалось, что газ течет в режиме пограничного слоя, что не позволяет описывать, например, зондовые измерения в медленно движущейся плазме типа пламени [2], а также зондовые измерения в условиях сверхзвукового обтекания затупленных тел слаборазреженной плазмой в режиме вязкого ударного слоя [3]. Не рассматривался также вопрос о токах насыщения в случае бесстолкновительного дебаевского слоя (этот вопрос становится актуальным при увеличении концентрации заряженных частиц). Выражения для токов насыщения, полученные в работе [1], не применялись до сих пор в литературе для вывода конкретных диагностических формул.

В данной работе вопрос о токах насыщения рассмотрен с учетом переменности свойств газа, газофазной ионизации и рекомбинации и столкновений заряженных частиц между собой. При этом не делалось никаких предположений о режиме течения. Показано, что проведенный анализ остается справедливым также и в случае бесстолкновительного дебаевского слоя.

Полученные общие выражения для плотностей токов насыщения позволяют выводить диагностические формулы для широкого класса конкретных течений термически равновесного газа. Такой вывод начат в работе [4], в которой найдено распределение плотности ионного тока насыщения вдоль лобовой поверхности сферы, обтекаемой гиперзвуковым потоком плазмы в режиме вязкого ударного слоя.

Следует отметить также следующее. Система уравнений гидродинамической теории электрических зондов в плазме [5] является нелинейной системой уравнений с малым параметром  $\epsilon$  при старшей производной, которая не может быть решена аналитически. Для построения численных решений одномерных задач гидродинамической теории зондов имеется эффективный численный метод [6], однако неоднмерные задачи такого типа в настоящее время трудны для численного решения. Поэтому точный расчет вольт-амперной характеристики в большинстве случаев невозможен. С другой стороны, для определения тока насыщения достаточно найти лишь квазинейтральную концентрацию заряженных частиц, для чего имеются хорошо разработанные методы, в том числе и аналитические. В такой ситуации предлагаемый подход, по-видимому, является во многих случаях единственным асимптотически строгим подходом, позволяющим получать конкретные диагностические результаты.

**1.** Рассмотрим трехкомпонентный (состоящий из однозарядных ионов одного сорта, электронов и одного сорта нейтралов) ионизованный газ, обтекающий проводящее заряженное тело (электрический зонд). Длину свободного пробега будем считать малой по сравнению с характерным размером обтекаемого тела, а степень ионизации газа — умеренной, т. е. достаточно малой для того, чтобы присутствие заряженных частиц не оказывало влияния на течение нейтральной компоненты. Это означает, что степень ионизации не должна превосходить нескольких процентов. Тогда поля всех величин, относящихся к газу в целом, таких как среднемассовая скорость, плотность и температура, могут быть найдены из решения соответствующей задачи обтекания без учета ионизации и в данной постановке предполагаются заданными. Задача будет состоять, таким образом, в определении концентраций и диффузионных потоков ионов и электронов и электрического потенциала.

Будем предполагать сначала, что толщина дебаевского слоя около обтекаемого тела много больше длины свободного пробега. Тогда в качестве определяющей во всем занимаемом газом объеме можно использовать гидродинамическую систему уравнений, состоящую из уравнений сохранения ионов и электронов, уравнений переноса, в качестве которых будем использовать соотношения Стефана — Максвелла [7] и уравнения Пуассона:

$$(1.1) \quad \rho \mathbf{v} \nabla c_j + \operatorname{div} \bar{\mathbf{J}}_j = \dot{w}_j \quad (j = i, e);$$

$$(1.2) \quad \nabla x_j = \sum_{k=i,e,n} x_j x_k a_{jk} \left( \frac{\mathbf{J}_k}{\rho_k} - \frac{\mathbf{J}_j}{\rho_j} \right) - \frac{x_j}{kT} e_j \nabla \Phi + x_j \left( \frac{m_j}{m_n} - 1 \right) \times \\ \times \nabla \ln p + x_j \sum_{j=i}^T \nabla \ln T \quad (j = i, e);$$

$$(1.3) \quad \Delta \Phi = -4\pi n e (x_i - x_e),$$

$$x_j = \frac{n_j}{n}, \quad c_j = \frac{m_j}{m_n} x_j, \quad \rho_j = m_j n x_j,$$

$$\mathbf{J}_n = -\mathbf{J}_i - \mathbf{J}_e, \quad \rho_n = \rho, \quad x_n = 1,$$

$$\sum_{j=i}^T \mathbf{J}_j = \sum_{k=i,e,n} x_k a_{kj} \left( \frac{D_k^T}{\rho_k} - \frac{D_j^T}{\rho_j} \right),$$

где  $\mathbf{v}$ ,  $\rho$ ,  $T$ ,  $p$ ,  $n$  — среднемассовая скорость, плотность, температура, давление и числовая концентрация газа;  $x_j$ ,  $c_j$ ,  $n_j$  — молярная, относительная массовая и числовая концентрация  $j$ -й компоненты;  $\rho_j$ ,  $\mathbf{J}_j$ ,  $\dot{w}_j$  — плотность, массовый диффузионный поток и приращение массы  $j$ -й компоненты в единице объема за единицу времени в результате химических реакций;  $e_j$ ,  $m_j$  — заряд и масса частицы  $j$ -го сорта;  $a_{ij}$ ,  $D_j^T$  — коэффициенты сопротивления (величины, в первом приближении обратные коэффициентам бинарной диффузии) и термодиффузии;  $e$  — заряд электрона;  $k$  — постоянная Больцмана; индексы  $i$ ,  $e$ ,  $n$  приписаны ионам, электронам и нейтралам соответственно.

При записи уравнений переноса предполагалось, что температура электронов находится в равновесии с температурой тяжелых частиц.

Коэффициенты переноса  $a_{jk}$ ,  $\sum_{j=i}^T$  могут быть вычислены из кинетической теории газов и считаются в данной постановке заданными функциями плотности и температуры газа и, вообще говоря, концентраций заряженных частиц.

В дальнейшем будем предполагать, что отношение коэффициентов сопротивления ион — нейтрал и электрон — нейтрал в потоке постоянно. Это предположение является одним из наиболее существенных в данной работе. Точность, с которой оно выполняется, зависит от модели, принятой для описания взаимодействия ион — нейтрал и электрон — нейтрал. Заметим, что для наиболее употребительных моделей твердых сфер и максвелловских молекул [5] в первом приближении в разложении возмущенной части функции распределения по полиномам Сонина это предположение выполняется точно.

Сформулируем систему граничных условий. На обтекаемой поверхности, которую будем предполагать идеально поглощающей, идеально каталитической и неэмиттирующей, граничные условия для концентраций ионов и электронов вытекают из условий баланса массы [8], структура которых такова, что при малых числах Кнудсена концентрации ионов и электронов на обтекаемой поверхности могут быть положены равными нулю. Потенциал поверхности считаем заданным.

Вдали от обтекаемого тела концентрации ионов и электронов стремятся к своим значениям в невозмущенном газе, потенциал стремится к нулю.

Таким образом, имеем следующие граничные условия: на обтекаемой поверхности

$$(1.4) \quad x_i = x_e = 0, \quad \varphi = \varphi_w \text{ (задано);}$$

вдали от обтекаемого тела

$$(1.5) \quad x_i \rightarrow x_\infty, \quad x_e \rightarrow x_\infty, \quad \varphi \rightarrow 0.$$

Введем следующие безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho} &= \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \tilde{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v}}{v_0}, \quad \tilde{\nabla} = L\nabla, \quad \tilde{\mathbf{J}}_j = \frac{La_0 m_i}{m_j \rho_0} \mathbf{J}_j, \quad \tilde{w} = \frac{w_i}{w_{i0}} = \\ &= \frac{w_e m_i}{w_{i0} m_e}, \quad \tilde{a}_{kj} = \frac{a_{kj}}{a_0}, \quad \tilde{\varphi} = \frac{e\varphi}{kT_0}, \quad z_j = \frac{e_j}{e}, \quad \tilde{T} = \frac{T}{T_0}. \end{aligned}$$

Здесь индексом нуль отмечены соответствующие характерные величины.

Система уравнений (1.1)–(1.3) принимает в новых переменных вид

$$(1.6) \quad \operatorname{Re} \rho \tilde{\nabla} x_j + \operatorname{div} \mathbf{J}_j = D w \quad (j = i, e);$$

$$(1.7) \quad \tilde{\nabla} x_j = \sum_{k=i,e,n} \frac{x_j x_k}{\tilde{\rho}} a_{jk} \left( \frac{\mathbf{J}_k}{\tau_k} - \frac{\mathbf{J}_j}{\tau_j} \right) - \frac{x_j}{\tilde{T}} z_j \tilde{\nabla} \varphi + x_j \left( \frac{m_i}{m_n} - 1 \right) \tilde{\nabla} \ln p + \\ + x_j \sum_{j=i}^n \tilde{\nabla} \ln T \quad (j = i, e);$$

$$(1.8) \quad \mathbf{J}_n = -\frac{m_i}{m_n} \mathbf{J}_i - \frac{m_e}{m_n} \mathbf{J}_e;$$

$$(1.9) \quad \varepsilon \Delta \varphi = -\rho (x_i - x_e),$$

где  $\operatorname{Re} = a_0 v_0 L$ ;  $D = \frac{w_{i0} m_n a_0 L^2}{\rho_0 m_i}$ ;  $\varepsilon = \frac{kT_0 m_n}{4\pi \rho_0 e^2 L^2}$  (здесь знак тильда над безразмерными переменными опущен). Вид граничных условий (1.4), (1.5) в новых переменных остается прежним.

Будем рассматривать величину  $\varepsilon$  в качестве основного малого параметра задачи. Тогда все поле течения можно разделить на квазинейтральную область и прилегающий к обтекаемой поверхности дебаевский пограничный слой, в котором разделение зарядов существенно [1,9].

2. Целью данной работы является исследование поведения ионной и электронной характеристик, т. е. зависимостей потоков ионов и электронов на поверхность зонда от ее потенциала, при больших положительных и отрицательных значениях потенциала. Обозначим безразмерную плотность потока частиц сорта  $j$  на обтекаемую поверхность через  $I_j$

$$I_j = -J_{jyw} \quad (j = i, e).$$

Здесь и ниже индекс  $w$  приписан значениям соответствующих величин на обтекаемой поверхности, ось  $y$  направлена по нормали к поверхности.

Из физических соображений следует ожидать, что при неограниченном увеличении (уменьшении) потенциала обтекаемой поверхности ионный (электронный) поток к поверхности стремится к нулю:

$$(2.1) \quad \begin{aligned} &\text{при } \varphi_w \rightarrow \infty \quad I_i \rightarrow 0; \\ &\text{при } \varphi_w \rightarrow -\infty \quad I_e \rightarrow 0. \end{aligned}$$

Вопрос состоит в определении поведения электронной характеристики при больших положительных потенциалах и ионной характеристики при больших отрицательных потенциалах стенки.

3. Рассмотрим сначала случай слабой ионизации, т. е. предположим, что частота столкновений заряженных частиц между собой мала по сравнению с частотой их столкновений с нейтралами. Поскольку сечение столкновений заряженных частиц между собой на несколько порядков превосходит сечение их столкновений с нейтралами, это означает, что степень ионизации не должна превосходить  $10^{-4}$ — $10^{-5}$ . В уравнениях переноса (1.7), например для ионов, следует опустить те слагаемые первого члена правой части, которые учитывают столкновения с электронами. Кроме того, упрощается вычисление коэффициентов переноса  $\sum_{jn}^n a_{jn}$  ( $j = i, e$ ), которые теперь следует вычислять как в случае бинарной смеси, состоящей из частиц сорта  $j$  и нейтралов. Отметим, что вычисленные таким образом коэффициенты переноса зависят от плотности и температуры газа и не зависят от концентраций заряженных частиц.

Соотношения Стефана — Максвелла (1.7) принимают в этом случае вид обобщенных законов Фика

$$(3.1) \quad \mathbf{J}_j = \frac{r\rho}{a_{jn}} \left[ -\nabla x_j - \frac{x_j}{T} z_j \nabla \varphi + x_j \left( \frac{m_j}{m_n} - 1 \right) \nabla \ln p + x_j \sum_j^r \nabla \ln T \right];$$

$$(3.2) \quad \sum_j^r = -\frac{D_j^r}{e_j} a_{jn} = -\frac{K_{Tj}}{x_j} \quad (j = i, e),$$

где  $K_{Tj}$  — термодиффузионное отношение бинарной смеси, состоящей из частиц сорта  $j$  и нейтралов [10];  $a_{jn}^{-1}$  — бинарный коэффициент диффузии этой смеси; величина  $\sum_j^r$  с точностью до знака совпадает с ее термодиффузионным фактором [10]. Взаимодействие заряженных частиц в принятом приближении осуществляется только через электрическое поле.

Рассмотрим квазинейтральную систему уравнений, описывающую первый член внешнего асимптотического разложения решения задачи (1.4)—(1.6), (1.9), (3.1). Эта система состоит из уравнений (1.6), (3.1) и вырожденного уравнения Пуассона (1.9), т. е. условия квазинейтральности

$$(3.3) \quad x_i = x_e = x.$$

Комбинируя с учетом этого условия соотношение (3.1), находим

$$(3.4) \quad a_{in} \mathbf{J}_i + a_{en} \mathbf{J}_e = \rho \left[ -2\nabla x + x \left( \frac{m_i + m_e}{m_n} - 2 \right) \nabla \ln p + x \left( \sum_i^r + \sum_e^r \right) \nabla \ln T \right].$$

Умножив уравнения (1.6) на  $a_{jn}/(a_{in} + a_{en})$  и сложив их, получим следующее уравнение для концентрации заряженных частиц в квазинейтральной области:

$$(3.5) \quad \operatorname{Re} \rho \nabla x + \operatorname{div} \rho D_a \left[ -\nabla x + x \left( \frac{m_i + m_e}{2m_n} - 1 \right) \nabla \ln p + x \frac{\sum_i^r + \sum_e^r}{2} \nabla \ln T \right] = D \dot{w},$$

где  $D_a = 2/(a_{in} + a_{en})$  — коэффициент амбиполярной диффузии.

Граничное условие для этого уравнения вдали от обтекаемого тела совпадает с первыми условиями (1.5)

$$(3.6) \quad x \rightarrow x_{\infty}.$$

Граничное условие для квазинейтральной концентрации на обтекаемой поверхности определяется из сращивания с разложением решения для дебаевского слоя. В общем случае дебаевский слой не может быть описан в рамках одного асимптотического разложения и состоит из нескольких пограничных слоев, в каждом из которых справедливо свое разложение [11]. В переходном пограничном слое, который является «наиболее внешним» в том смысле, что его разложение непосредственно сращивается с квазинейтральным разложением, разложение концентраций заряженных частиц начинается с членов, пропорциональных  $\epsilon^{1/3}$ . Поэтому очевидным условием сращивания является обращение в нуль на обтекаемой поверхности первого члена внешнего асимптотического разложения концентраций

$$(3.7) \quad x = 0 \text{ при } y = 0.$$

Важно заметить, что определяемое уравнением (3.5) с граничными условиями (3.6), (3.7) распределение заряженных частиц в квазинейтральном приближении не зависит от потенциала обтекаемой поверхности.

Поперек дебаевского слоя, который предполагается асимптотически тонким, нормальные к обтекаемой поверхности составляющие диффузионных потоков ионов и электронов в первом приближении постоянны и равны значениям этих величин в квазинейтральном приближении при  $y = 0$ . Поэтому потоки ионов и электронов на обтекаемую поверхность связаны соотношением (3.4), записанным в проекции на ось  $y$  при  $y = 0$ :

$$a_{in}I_i + a_{en}I_e = 2\rho\partial x/\partial y.$$

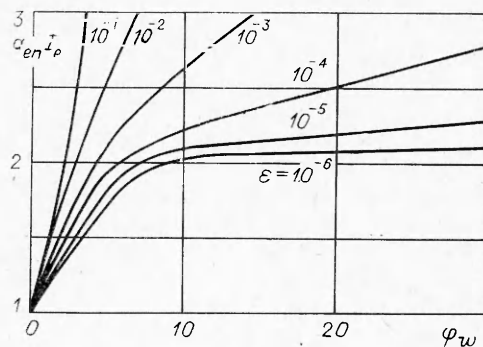
Отсюда с учетом (2.1) находим для электронного тока при больших положительных потенциалах и для ионного тока при больших отрицательных потенциалах поверхности соответственно

$$(3.8) \quad I_e = \frac{2\rho}{a_{en}} \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_{y=0};$$

$$(3.9) \quad I_i = \frac{2\rho}{a_{in}} \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_{y=0}.$$

Поскольку в наших предположениях функция  $x$  не зависит от потенциала обтекаемой поверхности, эти формулы и определяют плотности токов насыщения. При  $\rho = 1$  они переходят в формулы работы [1], полученные для химически замороженного газа с постоянными свойствами, движущегося в режиме пограничного слоя.

В качестве иллюстрации полученных результатов на фигуре представлены точные электронные характеристики плоского электрического зонда в покоящемся однородном газе [6]. С уменьшением величины  $\epsilon$  эти характеристики при больших значениях потенциала приближаются к значению  $2/a_{en}$ , что вполне соответствует формуле (3.8).



Заметим, что формулы (3.8), (3.9) получены из рассмотрения первых членов внешнего асимптотического разложения и справедливы с точностью до вторых членов. Порядок величины вторых членов внешнего разложения определяется толщиной дебаевского слоя и существенно зависит от потенциала, приложенного к обтекаемой поверхности. В частности, при очень больших потенциалах ( $\varphi_w \approx \varepsilon^{-1/2}$ ) порядок толщины дебаевского слоя становится сравнимым с единицей [11]. Поэтому применение нашего анализа ограничено областью не очень больших потенциалов обтекаемой поверхности, в которой толщина дебаевского слоя мала.

При достаточно большом, но фиксированном потенциале при уменьшении  $\varepsilon$  толщина дебаевского слоя уменьшается и величина плотности тока стремится к значению (3.8) или (3.9). Эта тенденция отчетливо прослеживается на фигуре.

Следует отметить также, что при очень большом приложенном потенциале электрическое поле вблизи поверхности будет велико и его работа на расстоянии длины свободного пробега заряженных частиц может оказаться сравнимой с тепловой энергией. В этом случае модель слабой подвижности в дебаевском слое, использованная в работе [11], становится неприменимой. Можно показать, однако, что для потенциалов обтекаемой поверхности, соответствующих начальным участкам насыщения, модель слабой подвижности в дебаевском слое заведомо справедлива.

4. Обобщим анализ п. 3 на случай умеренной ионизации, т. е. учтем столкновения ионов и электронов между собой. Соотношения Стефана — Максвелла (1.7) можно записать в виде

$$(4.1) \quad \begin{aligned} \nabla x_i &= \frac{x_i x_e}{\rho} a_{ie} \left( \frac{J_e}{x_e} - \frac{J_i}{x_i} \right) - \frac{x_i}{\rho} a_{in} \frac{J_i}{x_i} - \frac{x_i}{T} \nabla \varphi + \\ &+ x_i \left( \frac{m_i}{m_n} - 1 \right) \nabla \ln p + x_i \sum_i^T \nabla \ln T, \\ \nabla x_e &= \frac{x_e x_i}{\rho} a_{ie} \left( \frac{J_i}{x_i} - \frac{J_e}{x_e} \right) - \frac{x_e}{\rho} a_{en} \frac{J_e}{x_e} + \frac{x_e}{T} \nabla \varphi + \\ &+ x_e \left( \frac{m_e}{m_n} - 1 \right) \nabla \ln p + x_e \sum_e^T \nabla \ln T. \end{aligned}$$

Складывая эти уравнения в квазинейтральном приближении, вновь получаем соотношение (3.4), и все последующие рассуждения п. 3 остаются справедливыми. В частности, остается справедливым граничное условие (3.7), поскольку в дебаевском слое первые члены правых частей соотношений (4.1), учитывающие столкновения заряженных частиц между собой, пренебрежимо малы и структура дебаевского слоя не изменится.

Таким образом, и в случае умеренно ионизованного газа в предположении постоянства отношения коэффициентов сопротивления ион — нейтрал и электрон — нейтрал следует ожидать существования токов насыщения, определяемых формулами (3.8), (3.9). При этом квазинейтральная концентрация заряженных частиц по-прежнему определяется уравнением (3.5) с граничными условиями (3.6), (3.7).

5. При выводе граничного условия для квазинейтральной концентрации на обтекаемой поверхности (3.7) выше предполагалось, что толщина дебаевского слоя много больше локальной длины свободного пробега заряженных частиц и для описания дебаевского слоя применима гидродинамическая модель, рассмотренная в [11]. Можно видеть, однако, что и в случае бесстолкновительного дебаевского слоя это условие остается справедливым. В самом деле, в этом случае граничным условием для квазинейтральной концентрации на обтекаемой поверхности служит условие

баланса притягивающихся частиц (если потенциал поверхности больше локального потенциала плазмы, то условие баланса электронов, в противном случае — условие баланса ионов) [12, 13]. Это условие имеет порядок локального числа Кнудсена, поэтому в рассматриваемом случае достаточно плотного газа вновь получаем условие (3.7).

Таким образом, справедливость сделанных выше выводов не зависит от того, является дебаевский слой столкновительным или свободно-молекулярным.

6. Изложенный выше анализ относится к случаю равенства температуры электронов и тяжелых частиц. В неравновесном случае ситуация заметно усложняется. Не рассматривая подробно эффекты неравновесности, отметим лишь, что в некоторых ситуациях формула (3.9) для ионного тока насыщения остается приближенно справедливой и в этом случае. Такая ситуация имеет место, например, в автомоделном слабоионизованном химически замороженном пограничном слое с замороженной температурой электронов при условии, что в вязкой области температуры электронов и тяжелых частиц равны [5].

7. Для определения токов насыщения по формулам (3.8), (3.9) необходимо предварительно решить задачу (3.5)—(3.7). В случае химически замороженного течения газа в пренебрежении зависимостью коэффициентов переноса  $D_a$ ,  $\sum_i^+$ ,  $\sum_e^+$  от концентрации заряженных частиц эта задача линейна; в некоторых важных частных случаях ее решение можно найти аналитически и получить таким образом явные формулы для плотностей токов насыщения. Аналитические результаты можно получить также в противоположном предельном случае химически равновесных течений.

При больших числах Рейнольдса, когда поле течения можно разделить на вязкую область и пограничный слой, концентрация заряженных частиц в вязкой области в случае химически замороженного течения газа постоянна и равна  $x_\infty$ ; уравнение (3.5) достаточно решить только в пограничном слое. Отметим, что решение исходной задачи (1.4)—(1.9) в вязкой области зависит от структуры решения в пограничном слое и не может быть найдено независимо. Для построения приближенных аналитических решений уравнения (3.5) в пограничном слое удобно применить метод последовательных приближений [14].

В работе [5] приведены некоторые частные формулы для плотности ионного тока насыщения на стеночный зонд в автомоделном слабоионизованном пограничном слое. Интересно сравнить эти формулы с результатами, которые дает для соответствующих условий общая формула (3.9).

Формула для плотности ионного тока насыщения на стеночный зонд в химически замороженном автомоделном пограничном слое (пограничный слой на плоской пластине, конусе и в окрестности критической точки сильно охлаждаемого тела) приведена в [5] под номером (3.41). Эту формулу можно получить из формулы (3.9) данной работы при помощи представленного в [15] решения уравнения диффузии в химически замороженном автомоделном пограничном слое.

Под номером (3.47) в [5] со ссылкой на работу [16] приведена формула для плотности ионного тока насыщения на стеночный зонд на остром конусе, обтекаемом потоком с большим местным числом Маха при наличии ионизации в пограничном слое. В основе вывода этой формулы лежит предположение о том, что при  $\eta \leq \eta_m$  конвекцией можно пренебречь [16] (здесь  $\eta$  — переменная подобия [5],  $\eta_m$  — координата максимума концентрации заряженных частиц). Из этого предположения вытекает, в частности, соотношение

$$\left. \frac{\partial x}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = \frac{x(\eta_m)}{\eta_m}.$$



Теперь формулу (3.9) можно привести к следующему виду (в обозначениях работы [5]):

$$N_{em} = 2,55 \cdot 10^{18} Sc_i \left( \frac{Re_x}{l} \right)^{1/2} \frac{1}{u_0} \frac{\rho_m}{\rho_0} n_m J_{i,u}$$

Структура полученной формулы тождественна структуре формулы (3.47) [5], однако числовой коэффициент другой (в формуле (3.47) [5] этот коэффициент равен 1,9 а не 2,55). Причина расхождения заключается в том, что константа в правой части уравнения (15) работы [16] принята равной +2,68, тогда как асимптотический анализ дает значение +2. Заметим, что последнее значение подтверждается численными решениями, приведенными на фигуре.

Поступила 25 X 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лэм. Общая теория течения слабоионизованных газов.— «Ракетн. техника и космонавтика», 1964, т. 2, № 2.
2. Smy P. R. The use of Langmuir probes in the study of high pressure plasmas.— «Advances in Physics», 1976, vol. 25, N 5.
3. Чанг. Слабоионизованный неравновесный вязкий сжатый слой и характеристики электростатического зонда.— «Ракетн. техника и космонавтика», 1965, т. 3, № 5.
4. Бенилов М. С. Течение слабоионизованного газа в гиперзвуковом вязком ударном слое.— В кн.: Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува. М., изд. МГУ, 1978.
5. Чан П., Тэлбот Л., Туран К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. М., «Мир», 1978.
6. Бенилов М. С. Об итерационном методе решения сингулярно возмущенных краевых задач теории электрического зонда в плотной плазме.— В кн.: Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува. М., изд. МГУ, 1978.
7. Колесниченко А. В., Тирский Г. А. Соотношения Стефана—Максвелла и поток тепла для неидеальных многокомпонентных сплошных сред.— В кн.: Численные методы механики сплошных сред. Т. 7. Новосибирск, изд. ВЦ СО АН СССР, 1976, № 4.
8. Блю Э., Ингольд Д., Озеров В. Диффузия электронов и ионов в нейтральном газе.— В кн.: Термоэмиссионное преобразование энергии. Т. 2. М., Атомиздат, 1965.
9. Су. Обтекание заряженного тела потоком сжимаемой плазмы.— «Ракетн. техника и космонавтика», 1965, т. 3, № 5.
10. Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. М., «Мир», 1976.
11. Bush W. B., Fendell F. E. Continuum theory of spherical electrostatic probes (frozen chemistry).— «T. Plasma Phys.», 1970, vol. 4, pt 2.
12. Любимов Г. А., Михайлов В. Н. К анализу области возмущения плазмы вблизи электрода.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1968, № 3.
13. Гогосов В. В., Щелчкова И. И. Вывод граничных условий для концентраций, скоростей и температур компонент частично ионизованной плазмы с учетом пристеночных падений потенциала.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 5.
14. Ковач Э. А., Тирский Г. А. Применение метода последовательных приближений к интегрированию уравнений пограничного слоя.— «Докл. АН СССР», 1970, т. 190, № 1.
15. Дорренис У. Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М., «Мир», 1966.
16. Chung P. M., Blankenship V. D. Approximate analysis of an electrostatic probe for electron density measurements on re-entry vehicles.— «J. Spacecraft Rockets», 1966, vol. 3, N 12.